



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

MODELO MATEMÁTICO PARA POPULAÇÕES DE *Aedes* SPP. COM OVIPOSIÇÃO EM AMBIENTES AQUÁTICOS E SECOS

ALESSANDRA ANGELITA CARNEIRO ALVES

Orientador: Prof. Dr. José Luiz Acebal Fernandes
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Coorientadora: Prof^ª. Dr^ª. Lillia dos Santos Barsante Silva
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

BELO HORIZONTE
MARÇO DE 2022

ALESSANDRA ANGELITA CARNEIRO ALVES

**MODELO MATEMÁTICO PARA POPULAÇÕES DE *Aedes*
SPP. COM OVIPOSIÇÃO EM AMBIENTES AQUÁTICOS E
SECOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática e Computacional.

Área de concentração: Modelagem Matemática e Computacional.

Linha de pesquisa: Métodos Matemáticos Aplicados.

Orientador: Prof. Dr. José Luiz Acebal Fernandes
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Coorientadora: Prof^a. Dr^a. Lillia dos Santos Barsante Silva
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL
BELO HORIZONTE
MARÇO DE 2022

Alves, Alessandra Angelita Carneiro
A474m Modelo matemático para populações de Aedes SPP, com oviposição em ambientes aquáticos e secos / Alessandra Angelita Carneiro Alves. – 2022. 122 f.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional.
Orientador: José Luiz Acebal Fernandes.
Coorientadora: Lillia dos Santos Barsante Silva.
Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Aedes aegypti – Modelos matemáticos – Teses. 2. Aedes albopictus – Modelos matemáticos – Teses. 3. Equações diferenciais – Teses. 4. Sistemas dinâmicos diferenciais – Teses. 5. Vetores de doenças – Controle – Teses.
I. Fernandes, José Luiz Acebal. II. Silva, Lillia dos Santos Barsante. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. IV. Título.

CDD 511.8



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE MESTRADO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

**“MODELO MATEMÁTICO PARA POPULAÇÕES DE Aedes spp. COM
OVIPOSIÇÃO EM AMBIENTES AQUÁTICOS E SECOS”**

Dissertação de Mestrado apresentada por **Alessandra Angelita Carneiro Alves**, em 28 de março de 2022, ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional do CEFET-MG, e aprovada pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. José Luiz Acebal Fernandes
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Profª. Drª. Lillia dos Santos Barsante Silva
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Profª. Drª. Ana Paula Pintado Wyse
Universidade Federal da Paraíba

Prof. Dr. Luis Alberto D'Afonseca
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Profª. Drª. Elizabeth Fialho Wanner
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Visto e permitida a impressão,

Profª. Drª. Elizabeth Fialho Wanner
Presidenta do Colegiado do Programa de Pós-Graduação em
Modelagem Matemática e Computacional

Dedico aos meus familiares e à memória dos que se foram que contribuíram de alguma forma com essa evolução.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. José Luiz Acebal Fernandes e à Prof^a. Dr^a. Lillia dos Santos Barsante Silva pela orientação e ensinamentos, ao Prof. Dr. Luis Alberto D'Afonseca pela orientação e confiança proporcionando a oportunidade de ter chegado até aqui, ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional, ao corpo docente deste.

Agradeço aos meus familiares e a todos que participaram de forma direta e indireta deste trabalho.

Agradeço pela harmoniosa convivência e apoio dos meus amigos do CEFET-MG, Talita e Márcio.

Agradeço ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa de estudos concedida.

*“A borboleta não conta meses, mas sim momentos,
e tem tempo suficiente [...]”* (Rabindranath Ta-
gore, Fireflies)

Resumo

Os mosquitos *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus* são os principais vetores transmissores de arboviroses como dengue, zika, febre chikungunya e febre amarela no mundo, sendo responsáveis pela infecção de milhões de pessoas anualmente. A faixa de maior incidência global destes vetores concentra-se nas regiões tropicais e subtropicais devido ao clima destas regiões favorecer o desenvolvimento do vetor. Variáveis meteorológicas como a precipitação e a temperatura, exercem uma influência considerável nos estágios de desenvolvimento do vetor, afetando a produtividade dos criadouros disponíveis para a postura de ovos, modulando a proliferação do vetor e gerando um padrão sazonal positivamente correlacionado com a incidência de arboviroses. Modelos matemáticos relacionados a variáveis meteorológicas têm sido amplamente desenvolvidos com o intuito de auxiliar no controle do mosquito. A oviposição do *Aedes* spp. pode se dar em ambientes aquáticos e secos, fator que é capaz de influenciar o padrão sazonal da população do vetor. Neste trabalho, realizamos um estudo teórico-numérico de um modelo matemático compartimental entomológico composto por três equações diferenciais não lineares que representam a dinâmica das populações de ovos em ambientes aquáticos e secos e, da população de fêmeas pós-repasto sanguíneo. Os parâmetros do modelo possuem dependência da temperatura e pluviosidade a fim de descrever a evolução temporal do ciclo de vida do mosquito. A validação do modelo ocorreu por comparação com dados experimentais de capturas de fêmeas *Aedes* obtidos pelo monitoramento entomológico das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil. Verificou-se que o modelo com oviposição em ambientes aquáticos e secos oferece ganho na descrição do ciclo de vida do mosquito com o acréscimo de variáveis meteorológicas nas três cidades em estudo e apresenta potencial para auxiliar no monitoramento e controle do vetor.

Palavras-chaves: Equações diferenciais. Sistemas dinâmicos. Ambientes de oviposição. Variáveis meteorológicas. Fêmeas *Aedes*.

Abstract

The mosquitoes *Aedes aegypti* and *Aedes albopictus* are the main vectors that transmit arboviruses such as dengue, zika, chikungunya fever and yellow fever in the world, being responsible for the infection of millions of people annually. The range of highest global incidence of these vectors is concentrated in tropical and subtropical regions due to region climate favoring the vector development. Meteorological variables such as precipitation and temperature exert a considerable influence on the stages of vector development, affecting the productivity of breeding sites available for laying eggs, modulating vector proliferation and generating a seasonal pattern positively correlated with the incidence of arboviruses. Mathematical models related to meteorological variables have been widely developed in order to assist in mosquito control. The oviposition of *Aedes* spp. can occur in wet and dry environments, a factor that can influence the vector population seasonal pattern. In this work, we carried out a theoretical-numerical study of an entomological compartmental mathematical model composed of three non-linear differential equations, which represent the dynamics of egg populations in wet and dry environments, and of the population of females after a blood meal. The model parameters are dependent on temperature and rainfall in order to describe the temporal evolution of the mosquito life cycle. The model was validated by comparison with experimental data on captures of *Aedes* females obtained by entomological monitoring of the cities of Caratinga, Lavras and Sete Lagoas in Minas Gerais, Brazil. It was found that the model with oviposition in aquatic and dry environments offers gain in the description of the mosquito life cycle with the addition of meteorological variables in the three cities under study and has potential to assist in monitoring and control of the vector.

Keywords: Differential equations. Dynamic systems. Oviposition environments. Meteorological variables. Females *Aedes*.

Lista de Figuras

Figura 1 – Distribuição mundial de casos reportados de dengue, febre de chikungunya e zika vírus transmitidos por mosquitos do gênero <i>Aedes</i> no mundo no ano de 2019.	19
Figura 2 – Dispersão do <i>Aedes aegypti</i> pelo mundo nos últimos 600 anos baseado em dados genéticos e história epidemiológica.	23
Figura 3 – Características dos vetores <i>Aedes aegypti</i> e <i>Aedes albopictus</i>	25
Figura 4 – Distribuição geográfica mundial das áreas de risco à ocorrência do <i>Aedes aegypti</i> e <i>Aedes albopictus</i> em relação à temperatura e precipitações pluviométricas.	26
Figura 5 – Distribuição geográfica das ocorrências globais das principais arboviroses transmitidas por vetores no mundo.	27
Figura 6 – Distribuição da taxa de incidência de dengue provocada pelo <i>Aedes</i> spp. no Brasil no ano de 2020 por município.	31
Figura 7 – Distribuição da taxa de incidência de chikungunya provocada pelo <i>Aedes</i> spp. no Brasil no ano de 2020 por município.	31
Figura 8 – Distribuição da taxa de incidência de zika provocada pelo <i>Aedes</i> spp. no Brasil no ano de 2020 por município.	31
Figura 9 – Ciclo evolutivo do mosquito com metamorfose completa.	32
Figura 10 – Fêmeas dos vetores <i>Aedes aegypti</i> e <i>Aedes albopictus</i> após a realização do repasto sanguíneo.	33
Figura 11 – Estado de Minas Gerais com a localização dos municípios de: (a) Caratinga , (b) Lavras e (c) Sete Lagoas.	43
Figura 12 – Regiões do estado de Minas Gerais segundo a classificação climática de Köppen.	44
Figura 13 – Ilustração da distribuição espacial topográfica (a) dos biomas brasileiros (b) principais tipos de clima da região sudeste do Brasil e (c) da pluviosidade média anual, com indicações das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas (Minas Gerais, Brasil).	45
Figura 14 – Séries temporais de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> relacionadas às semanas epidemiológicas (23–52) de 2009 e a SE (1–51) de 2010 da cidade de Caratinga. . . .	48
Figura 15 – Séries temporais de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> relacionadas às semanas epidemiológicas SE (9–52) de 2009 e a SE (1–52) de 2010 da cidade de Lavras. . . .	48

Figura 16 – Séries temporais de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> relacionadas às semanas epidemiológicas SE (12–52) de 2009 a SE (1–52) de 2010 da cidade de Sete Lagoas.	49
Figura 17 – Ilustração do nível de intensidade dos coeficientes de correlação positivos e negativos.	50
Figura 18 – Correlação cruzada e séries temporais de (a) Precipitação acumulada e <i>IMFA</i> (b) Temperatura média compensada e <i>IMFA</i> relacionadas às semanas epidemiológicas SE (23–52) de 2009 a SE (1–51) de 2010 da cidade de Caratinga.	53
Figura 19 – Correlação cruzada e séries temporais de (a) Precipitação acumulada e <i>IMFA</i> (b) Temperatura média compensada e <i>IMFA</i> relacionadas às semanas epidemiológicas SE (9–52) de 2009 a SE (1–52) de 2010 da cidade de Lavras.	53
Figura 20 – Correlação cruzada e séries temporais de (a) Precipitação acumulada e <i>IMFA</i> (b) Temperatura média compensada e <i>IMFA</i> relacionadas às semanas epidemiológicas SE (12–52) de 2009 a SE (1–52) de 2010 da cidade de Sete Lagoas.	54
Figura 21 – Diagrama de fluxo da dinâmica populacional do <i>Aedes</i> spp. com dependência da pluviosidade p e da temperatura média compensada T do modelo matemático (1).	56
Figura 22 – Ajuste gaussiano dos valores das taxas de oviposição em ambientes aquáticos ϕ_W e secos ϕ_D como uma função da temperatura.	61
Figura 23 – Ajuste gaussiano dos valores da taxa de desenvolvimento da fase aquática inteira α como uma função da temperatura.	62
Figura 24 – Ajuste de curvas polinomial dos valores das taxas de mortalidade da população de ovos em ambientes aquáticos μ_{E_W} e secos μ_{E_D} como uma função da temperatura.	63
Figura 25 – Ajuste de curvas polinomial dos valores das taxas de mortalidade de mosquitos fêmeas μ_F como uma função da temperatura.	65
Figura 26 – Evolução da população de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$, secos $E_D(t)$ e população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ do <i>Aedes</i> spp. em relação à temperatura da cidade de Caratinga.	90
Figura 27 – Evolução da população de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$, secos $E_D(t)$ e população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ do <i>Aedes</i> spp. em relação à temperatura da cidade de Lavras.	91
Figura 28 – Evolução da população de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$, secos $E_D(t)$ e população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ do <i>Aedes</i> spp. em relação à temperatura da cidade de Sete Lagoas.	92

Figura 29 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo matemático (1) com dependência da temperatura e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento, calculado a partir da correlação cruzada e do fator escala λ no cenário de estudo da cidade de Caratinga.	93
Figura 30 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1) com dependência da temperatura e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento, calculado a partir da correlação cruzada e do fator escala λ no cenário de estudo da cidade de Lavras.	94
Figura 31 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1) com dependência da temperatura e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento, calculado a partir da correlação cruzada e do fator escala λ no cenário de estudo da cidade de Sete Lagoas.	94
Figura 32 – Gráfico dos valores dos coeficientes a_j e do determinante Δ do ponto de equilíbrio trivial P_0 em relação aos dados de temperatura média compensada da cidade de Lavras.	95
Figura 33 – Gráfico dos valores dos coeficientes a_j e do determinante Δ do ponto de equilíbrio P_1 em relação aos dados de temperatura média compensada da cidade de Lavras.	95
Figura 34 – Curvas dos valores dos coeficientes a_j do ponto de equilíbrio P_1 em relação aos dados de temperatura média compensada da cidade de Lavras.	96
Figura 35 – Gráfico dos valores dos coeficientes a_j e do determinante Δ do ponto de equilíbrio P_2 em relação aos dados de temperatura média compensada da cidade de Lavras.	96
Figura 36 – Comportamento dos índices de sensibilidade em relação à temperatura média compensada da cidade de Caratinga.	97
Figura 37 – Comportamento dos índices de sensibilidade em relação à temperatura média compensada da cidade de Lavras.	97
Figura 38 – Comportamento dos índices de sensibilidade em relação à temperatura média compensada da cidade de Sete Lagoas.	98
Figura 39 – Dependência do erro quadrático médio s^2 e da defasagem (Lag) com a potência r do modelo matemático (1) para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil.	99
Figura 40 – Evolução da população de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$, secos $E_D(t)$ e população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ do <i>Aedes</i> spp. em relação à pluviosidade e temperatura da cidade de Caratinga.	100

Figura 41 – Evolução da população de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$, secos $E_D(t)$ e população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ do <i>Aedes</i> spp. em relação à pluviosidade e temperatura da cidade de Lavras.	101
Figura 42 – Evolução da população de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$, secos $E_D(t)$ e população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ do <i>Aedes</i> spp. em relação à pluviosidade e temperatura da cidade de Sete Lagoas.	102
Figura 43 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1), e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento, calculado a partir da correlação cruzada e do fator escala λ no cenário de estudo da cidade de Caratinga em Minas Gerais, Brasil.	103
Figura 44 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1), e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento, calculado a partir da correlação cruzada e do fator escala λ no cenário de estudo da cidade de Lavras em Minas Gerais, Brasil.	103
Figura 45 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1), e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento, calculado a partir da correlação cruzada e do fator escala λ no cenário de estudo da cidade de Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil.	104
Figura 46 – Gráfico dos valores dos coeficientes a_j e do determinante Δ do ponto de equilíbrio trivial P_0 em relação aos dados de pluviosidade e temperatura média compensada da cidade de Lavras.	104
Figura 47 – Gráfico dos valores dos coeficientes a_j e do determinante Δ do ponto de equilíbrio P_1 em relação aos dados de pluviosidade e temperatura média compensada da cidade de Lavras.	105
Figura 48 – Curvas dos valores dos coeficientes a_j do ponto de equilíbrio P_1 em relação aos dados de pluviosidade e temperatura média compensada da cidade de Lavras.	105
Figura 49 – Gráfico dos valores dos coeficientes a_j e do determinante Δ do ponto de equilíbrio P_2 em relação aos dados de pluviosidade e temperatura média compensada da cidade de Lavras.	106
Figura 50 – Comportamento dos índices de sensibilidade em relação aos dados de pluviosidade e temperatura média compensada da cidade de Caratinga.	107
Figura 51 – Comportamento dos índices de sensibilidade em relação aos dados de pluviosidade e temperatura média compensada da cidade de Lavras.	107
Figura 52 – Comportamento dos índices de sensibilidade em relação aos dados de pluviosidade e temperatura média compensada da cidade de Sete Lagoas.	108

Lista de Tabelas

Tabela 1	– Intervalos de tempo em semanas epidemiológicas (SE) dos dados de temperatura média compensada (T), pluviosidade acumulada (p) e <i>IMFA</i>	46
Tabela 2	– Valores relacionados às variações de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de <i>IMFA</i> de acordo com a dinâmica simulada no cenário de estudo das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas.	47
Tabela 3	– Regra para interpretar a magnitude do coeficiente de correlação M	51
Tabela 4	– Estimativas dos parâmetros entomológicos relacionados as taxas de oviposição em ambientes aquáticos ϕ_W e secos ϕ_D da fêmea do <i>Aedes</i> spp. em relação à temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	60
Tabela 5	– Estimativas dos parâmetros entomológicos associados as taxas diárias de desenvolvimento da fase aquática inteira α em relação à temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	62
Tabela 6	– Estimativas dos parâmetros entomológicos associados às taxas diárias de mortalidade da população de ovos em ambientes aquáticos μ_{EW} e secos μ_{ED} em relação à temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	63
Tabela 7	– Estimativas dos parâmetros entomológicos associados as taxas diárias de mortalidade de mosquitos fêmeas μ_F em relação à temperatura $T(^{\circ}\text{C})$	64
Tabela 8	– Definição dos parâmetros entomológicos dependentes da temperatura do <i>Aedes</i> spp. utilizados no modelo matemático (1).	65
Tabela 9	– Intervalo de valores dos parâmetros entomológicos do <i>Aedes</i> spp. empregados nas equações do modelo matemático (1), com os respectivos valores dos parâmetros com dependência da pluviosidade na equação (10).	68
Tabela 10	– Índice de sensibilidade normalizado da taxa líquida de reprodução básica do <i>Aedes</i> spp. relacionado ao modelo matemático (1).	88
Tabela 11	– Defasagem (Lag), valor máximo da correlação M , fator escala λ e o erro quadrático médio s^2 , resultante da comparação entre os dados de fêmeas simulados no modelo matemático (1) com dependência da temperatura e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil.	93
Tabela 12	– Defasagem (Lag), valor máximo da correlação M , fator escala λ , erro quadrático médio s^2 e valor ótimo da potência r decorrente da comparação entre os dados de fêmeas simulados no modelo matemático (1), e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil.	99

Tabela 13 – Comparação do erro quadrático médio s^2 e da defasagem (Lag) obtidos a partir dos dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> , e os dados simulados de fêmeas pós-repasto sanguíneo dos modelos (30) e (31) dos trabalhos de Silva (2018) e Barsante (2012) para a cidade de Caratinga em Minas Gerais, Brasil.	109
Tabela 14 – Comparação do erro quadrático médio s^2 e da defasagem (Lag) obtidos a partir dos dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> , e os dados simulados de fêmeas pós-repasto sanguíneo dos modelos (30) e (31) dos trabalhos de Silva (2018) e Barsante (2012) para a cidade de Lavras em Minas Gerais, Brasil.	109
Tabela 15 – Comparação do erro quadrático médio s^2 e da defasagem (Lag) obtidos a partir dos dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> , e os dados simulados de fêmeas pós-repasto sanguíneo dos modelos (30) e (31) dos trabalhos de Silva (2018) e Barsante (2012) para a cidade de Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil.	110

Lista de Abreviaturas e Siglas

BTI	<i>Bacillus thuringiensis israelensis</i>
BDMEP	Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa
CHIK	vírus chikungunya
DENV	vírus da dengue
DF	Delimitação de Foco
FUNASA	Fundação Nacional de Saúde
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IMFA	<i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i>
INMET	Instituto Nacional de Meteorologia
LIA	Levantamento de Índice Amostral
LIRAA	Levantamento Rápido de índice
OMS	Organização Mundial da Saúde
OPAS	Organização Pan-Americana da Saúde
PAHO	Pan American Health Organization
PE	Pontos Estratégicos
PNCD	Plano Nacional de Controle da Dengue
RG	Reconhecimento Geográfico
SE	Semana epidemiológica
spp.	Abreviatura de espécies
WHO	World Health Organization
YFV	vírus da febre amarela
ZIKV	vírus zika

Sumário

1 – Introdução	18
1.1 Justificativa	21
1.2 Objetivos	21
1.2.1 Objetivo geral	21
1.2.2 Objetivos específicos	22
1.3 Organização do trabalho	22
2 – Fundamentação Teórica	23
2.1 A bioecologia dos vetores <i>Aedes aegypti</i> e <i>Aedes albopictus</i>	23
2.2 Histórico da ocorrência do <i>Aedes</i> spp. associado à transmissão de arboviroses	26
2.2.1 Breve histórico de epidemias no Brasil introduzidas pelos vetores <i>Aedes aegypti</i> e <i>Aedes albopictus</i>	28
2.3 Ciclo de vida dos vetores <i>Aedes aegypti</i> e <i>Aedes albopictus</i>	30
2.4 Preferência por local de oviposição de fêmeas do <i>Aedes</i> spp. e frequência sazonal do vetor	34
2.5 Monitoramento e controle do <i>Aedes</i> spp.	35
3 – Trabalhos Relacionados	39
4 – Metodologia	43
4.1 Coleta e tratamento de dados	43
4.1.1 Região de estudo	43
4.1.2 Biomas, características climáticas e precipitação média anual para florestas tropicais, tropicais semidecíduais e cerrado	44
4.1.3 Dados meteorológicos e de monitoramento entomológico	46
4.2 Análise estatística	49
4.2.1 Magnitude do coeficiente de correlação	49
4.2.2 Correlação cruzada	51
5 – Métodos matemáticos e computacionais	55
5.1 Modelo matemático	55
5.2 Parametrização	57
5.2.1 Ajuste dos parâmetros entomológicos dependentes da temperatura por modelo gaussiano e pelo método dos mínimos quadrados	57
5.2.2 Parametrização dos coeficientes entomológicos com a pluviosidade via Lei de Potência	66

5.2.3	Parâmetros relacionados ao ciclo de vida do <i>Aedes</i> spp. dependentes da temperatura e da pluviosidade	68
5.3	Pontos de equilíbrio	69
5.4	Taxa líquida de reprodução básica	75
5.4.1	Método da matriz de próxima geração	76
5.4.2	Método do termo constante do polinômio característico	78
5.5	Análise de estabilidade	79
5.5.1	Ponto de bifurcação	86
5.6	Análise de sensibilidade da taxa líquida de reprodução básica	86
5.6.1	Índices de sensibilidade da taxa líquida de reprodução básica	87
5.7	Experimentos computacionais e validação do modelo matemático	89
5.8	Comparação entre modelos	108
6	– Conclusão	111
	Referências	113

1 Introdução

Segundo a Organização Mundial de Saúde (OMS), a incidência de arboviroses transmitidas por mosquitos do gênero *Aedes* aumentou drasticamente nas últimas décadas. A maior parte dos casos (99%) são causadas por duas espécies, o *Aedes aegypti* e o *Aedes albopictus* que infectam e ceifam mais de 700.000 vidas a cada ano, com maior incidência em áreas tropicais e subtropicais em todo o planeta. A dengue (DENV) é a arbovirose mais predominante no mundo e endêmica em mais de 100 países, com prevalência em áreas urbanas e suburbanas. O aumento da incidência de doenças causadas pelo *Aedes* spp. está relacionado com mudanças sociais como por exemplo urbanização desordenada, aumento de movimentação de pessoas e mercadorias e falta de métodos eficazes e de estratégias de controle. O aumento de doenças também está associado às mudanças climáticas como aumento da temperatura e chuvas, que favorecem a proliferação de populações de mosquitos (WHO & IAEA, 2020; WHO & UNICEF, 2017; DAS; GHOSAL; MOHANTY, 2018; KRAEMER et al., 2015).

Surtos de dengue (DENV) eram comuns no século XIX em regiões que possuíam portos marítimos. A expansão do comércio, urbanização e domesticação de seus vetores foi um fator crucial que levou o vírus a espalhar-se pelo mundo (WARKENTIEN, 2016). O vírus chikungunya (CHIKV), que antes estava restrito à África e a Ásia, foi introduzido no continente americano em 2013, resultando em uma considerável onda epidêmica em vários países. O zika vírus (ZIKV) é endêmico no leste e oeste africanos, e a partir do ano de 1966, o vírus disseminou-se para o continente asiático e foi identificado no continente americano em 2015. O vetor responsável pela transmissão do zika vírus no Brasil, assim como a dengue e a febre de chikungunya, é o *Aedes aegypti* (MS, 2019a; MS, 2019b; DIVE, 2019).

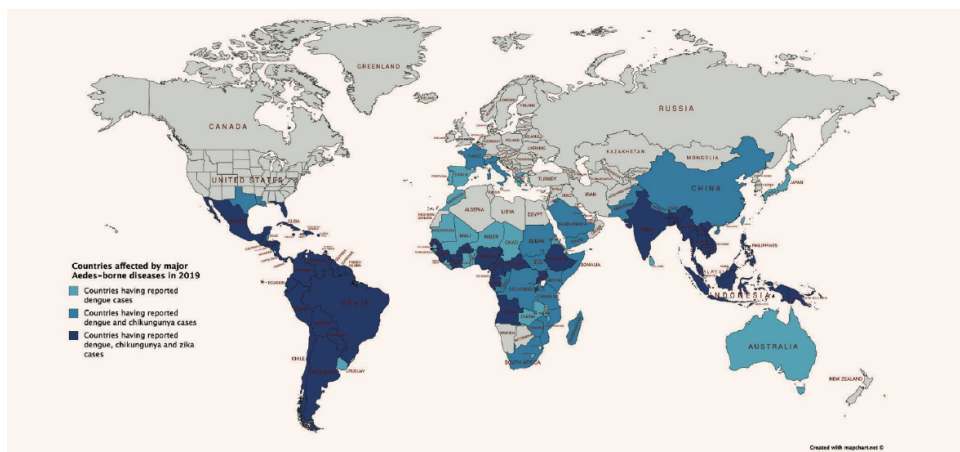
A Figura 1 mostra a ocorrência de dengue, febre de chikungunya e zika vírus em diversos países no ano de 2019, onde a maioria das ocorrências se deu nas regiões dos trópicos e subtropicais.

Alterações climáticas em curso provocam um sensível impacto na disseminação mundial e na abundância de doenças transmitidas por vetores, constituindo-se uma ameaça considerável à saúde humana (RYAN et al., 2019). Constantes flutuações no clima estão correlacionadas a variações na abundância das populações de mosquitos. A precipitação é um fator preditor principal na abundância de ovos favorecendo o crescimento populacional do vetor (SANTOS et al., 2020).

O ciclo de vida do vetor é constituído por duas fases distintas: fase aquática e fase alada. A fase aquática é subdividida nas formas ovo, larva e pupa, a fase alada corresponde ao mosquito na forma adulta (HARKER et al., 2013). Para descrevermos o ciclo de vida do *Aedes* spp., podemos iniciar pelo repasto sanguíneo realizado pela fêmea adulta. Após este repasto, com a maturação dos ovos, inicia-se o ciclo gonotrófico (COX, 1993). A fêmea do vetor parte em busca de um habitat adequado para efetuar a postura de seus ovos, que poderá ocorrer em ambientes

aquáticos ou secos com a possível eclosão dos ovos dependente de condições climáticas favoráveis (MULLEN; DURDEN, 2019).

Figura 1 – Distribuição mundial de casos reportados de dengue, febre de chikungunya e zika vírus transmitidos por mosquitos do gênero *Aedes* no mundo no ano de 2019.



Fonte: WHO & IAEA (2020).

As fêmeas do *Aedes* spp. depositam seus ovos nas laterais dos recipientes, que podem sobreviver durante meses devido a tolerância à dessecação (CAMARA et al., 2016). Em períodos chuvosos, a fêmea do mosquito encontra uma grande quantidade de água parada para depositar seus ovos. O ambiente urbano propicia o desenvolvimento do vetor com o aumento de criadouros, favorecendo a eclosão desses ovos livremente no verão (CORRÊA; PALHARES, 2016).

O critério de escolha do ambiente para efetuar a oviposição pode depender de seus atributos físicos, como o tamanho e a localização de recipientes disponíveis. O comportamento desta oviposição pode exercer influência na transmissão de doenças, principalmente quando o mosquito encontra recipientes disponíveis sobretudo em meses chuvosos, que pode ser decisivo na elaboração de técnicas de vigilância e controle do vetor (REY; O'CONNELL, 2014). As medidas de controle do vetor são recomendadas pela OMS e constituem-se a melhor forma de evitar a transmissão de dengue, febre de chikungunya e zika vírus (DIVE, 2019). Para melhorar o controle, é importante o estudo do efeito do comportamento de oviposição e sua relação com a população e com a sazonalidade.

Estudos mostram que o ciclo de vida do *Aedes* spp. é influenciado pela temperatura, umidade (FARNESI et al., 2009; REINHOLD; LAZZARI; LAHONDÈRE, 2018) e chuvas (BESERRA et al., 2009; SANTOS et al., 2020). A variação sazonal é suficiente para impactar a produtividade dos criadouros do mosquito, a abundância de *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus* flutua sazonalmente com um pico durante a estação chuvosa. A influência da variação sazonal na abundância do vetor, pode estar relacionada ao clima e, particularmente, à capacidade diferenciada dessas espécies de sobreviver como ovos dormentes durante os períodos de seca (CAMARA et al., 2016). A interação temperatura e umidade exerce grande influência no número de ovos e na quantidade de fêmeas que colocam esses ovos (COSTA et al., 2010). Temperaturas

elevadas afetam a sobrevivência, a taxa de desenvolvimento, a mortalidade e a disseminação das espécies de *Aedes*, enquanto a alta umidade está associada ao aumento de sobrevivência da atividade alimentar e desenvolvimento de ovos do vetor (COURET; DOTSON; BENEDICT, 2014; SANTOS et al., 2020).

Modelos matemáticos entomológicos e/ou epidemiológicos relacionados à variáveis climáticas associadas ao ciclo de vida do mosquito, são desenvolvidos para auxiliar na prevenção e controle do vetor. Tais modelos podem fornecer aproximações simplificadas para descrição da dinâmica populacional do mosquito em áreas urbanas. Esses modelos matemáticos podem ser utilizados para minimizar o gasto com as formas de controle do mosquito, aumentando sua eficácia. Os modelos matemáticos desenvolvidos nos trabalhos de Esteva e Yang (2015), Jia et al. (2016), Moustaid e Johnson (2019) exploram o impacto de variáveis meteorológicas no ciclo de vida do *Aedes*, com a suscetibilidade entre parâmetros entomológicos do vetor e a temperatura. Os trabalhos de Silva et al. (2018), Valdez, Sibona e Condat (2018), Silva et al. (2019), tratam da influência da precipitação na população de mosquitos. Os trabalhos de Yang et al. (2016), Pliego, Velázquez-Castro e Collar (2017), Abdelrazec e Gumel (2017), Cordeiro et al. (2021) abordam a influência da precipitação e da temperatura no ciclo de vida do *Aedes*.

Diversos modelos matemáticos com dependência da pluviosidade e da temperatura buscam descrever o comportamento sazonal das populações de *Aedes* spp. (SILVA, 2018; CORDEIRO et al., 2021; YANG et al., 2016). Tal iniciativa potencialmente auxilia nos procedimentos de controle. Além disso, estas iniciativas esclarecem sobre a dependência dos processos fisiológicos e ecológicos dos mosquitos e suas dependências com variáveis meteorológicas. Consequentemente, é desejável uma busca por aprimoramento nesses modelos, aumentando seu poder de descrição das populações via ajuste dos dados experimentais de fêmeas *Aedes* (IMFA) ¹, bem como de previsão de variação dos mesmos.

Neste trabalho, pesquisaremos em que medida a postura de ovos pelas fêmeas do vetor em ambientes aquáticos e secos, é capaz de modular a população alada e contribuir para descrever a sazonalidade das populações no ciclo de vida do vetor, uma vez que os ovos podem durar mais de um ano em condições climáticas desfavoráveis para o seu desenvolvimento. Para isso, propomos e validamos um modelo matemático computacional não autônomo, baseado em equações diferenciais não lineares que descreve a evolução temporal da dinâmica das populações de ovos em ambientes aquáticos, secos e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo, com parâmetros entomológicos dependentes da pluviosidade acumulada semanalmente² e da temperatura média compensada ³. Há uma considerável dificuldade em se ajustar modelos matemáticos com o propósito de que estes façam boas previsões em relação aos dados experimentais de captura de

¹Os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* (IMFA), foram obtidos pelo sistema de monitoramento inteligente do *Aedes* (MI-*Aedes*) utilizando as armadilhas MosquiTRAP[®] em um programa de vigilância de saúde pública nas cidades de Caratinga, Lavras e Sete lagoas (Minas Gerais, Brasil) nos anos de 2009 e 2010.

²A precipitação acumulada p(mm) trata-se do volume de chuva que cai em um determinado local.

³A temperatura média compensada T(°C) refere-se a média de cinco valores, sendo eles as três leituras efetuadas de seis em seis horas, às 9 h, 15 h e 21 h acrescido da temperatura máxima e mínima, provenientes do BDMEP (Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa) e INMET (Instituto Nacional de Meteorologia).

fêmeas *Aedes* (IMFA), tomamos como referência os trabalhos de [Silva \(2018\)](#), [Silva et al. \(2018\)](#), [Silva et al. \(2019\)](#), [Cordeiro et al. \(2021\)](#). A questão levantada aqui, é se há possibilidade de melhorar o ajuste do modelo matemático ao se incorporar maior complexidade do comportamento de oviposição. As populações de ovos foram divididas em ambientes aquáticos e secos com a intenção de se observar o efeito de um reservatório de ovos quiescentes que poderiam, com o aparecimento de chuvas, provocar um disparo na forma de pico de infestação de adultos. Espera-se, portanto, que os ovos reservados através da oviposição em ambientes secos, possam gerar um impulso na produção de indivíduos quando houver ocorrência de chuvas.

1.1 Justificativa

A ampla distribuição de mosquitos *Aedes* spp. no mundo deve-se à variabilidade em sua biologia, permitindo que o mosquito sobreviva em condições ambientais variadas ([COSTA et al., 2010](#)). As fêmeas do *Aedes* spp. podem colocar seus ovos em ambientes aquáticos de reservatórios naturais e artificiais com água acumulada ou em ambientes secos sob condições adversas como altas temperaturas, frio e falta de água. Nesse último caso, o ovo entra no processo de quiescência, um repouso fisiológico devido a ambientes desfavoráveis a eclosão. O estado quiescente pode se estender por mais de um ano até que os ovos entrem em contato com a água novamente e eclodam ([SOARES-PINHEIRO et al., 2017](#)). A compreensão do processo de oviposição do *Aedes*, mais especificamente o entendimento da resistência à dessecação do ovo, pode fornecer informações sobre sua ecologia, dinâmica populacional, o momento adequado para efetuar mecanismos de controle além de considerar medidas de biossegurança ([SILVA; SILVA, 1999](#)).

Estudos realizados utilizando modelos matemáticos dependentes de variáveis meteorológicas, são desenvolvidos com o objetivo de descrever a dinâmica populacional do vetor e a transmissão de arboviroses, tornando-se úteis nos métodos de monitoramento e controle do mosquito em regiões com infestação, minimizando o custo e os impactos das doenças na saúde da população ([SILVA et al., 2018](#); [SILVA et al., 2019](#); [CORDEIRO et al., 2021](#)). Neste trabalho, serão exploradas as relações entre o efeito da pluviosidade e temperatura nas populações de ovos e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo, e verificaremos se a introdução da complexidade da população de ovos contribui para uma melhoria no ajuste do modelo matemático em relação aos dados experimentais de capturas de fêmeas *Aedes*.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Tem-se por objetivo, a compreensão de como o processo de oviposição pode afetar a dinâmica do ciclo evolutivo e sua contribuição para o aumento da população de *Aedes* spp.,

podendo fornecer informações sobre mecanismos de controle do vetor, utilizando um modelo matemático computacional baseado em equações diferenciais não lineares com parâmetros entomológicos sob dependência da pluviosidade acumulada semanalmente e temperatura média compensada.

1.2.2 Objetivos específicos

O objetivo específico neste trabalho, é a construção de modelos matemáticos compartimentais baseados em equações diferenciais não lineares fundamentados na literatura, que possa considerar o comportamento de oviposição em ambientes aquáticos e secos, e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo com dependência nos parâmetros entomológicos da temperatura e pluviosidade. Os parâmetros do modelo matemático, serão obtidos através de uma revisão bibliográfica em trabalhos pertinentes ao tema deste estudo e ajustados de modo a fornecer um bom refinamento ao modelo. Faremos uma investigação analítica no modelo, como estudo de equilíbrio, estabilidade, sensibilidade e a taxa líquida de reprodução básica, efetuando a resolução numérica através do software MATLAB[®]. Validaremos o modelo comparando os dados obtidos de fêmeas pós-repasto sanguíneo através de simulações numéricas, com os dados experimentais de capturas de fêmeas *Aedes* expressos pelo indicador entomológico IMFA, para as cidades no cenário de estudo.

1.3 Organização do trabalho

Este trabalho está organizado em capítulos. O [Capítulo 1](#) aborda o propósito deste trabalho em uma breve introdução enfatizando sua principal finalidade e importância. A fundamentação teórica, tratada no [Capítulo 2](#), resume-se em expor a descrição do mosquito do gênero *Aedes* associado a transmissão de arboviroses, bem como seu ciclo biológico em conjunto com a preferência de oviposição pela fêmea do vetor. Uma revisão bibliográfica sobre o assunto, com trabalhos pertinentes ao tema de estudo serão apresentadas no [Capítulo 3](#). A área de estudo, os dados meteorológicos e de monitoramento entomológico e a metodologia utilizada para a realização deste trabalho serão apresentados no [Capítulo 4](#). No [Capítulo 5](#) será proposto um modelo entomológico determinístico que descreve o ciclo de vida do *Aedes* spp. em função de dados meteorológicos de pluviosidade acumulada e temperatura média compensada. Apresentamos ainda a função de parametrização dos parâmetros deste modelo em função da temperatura e pluviosidade, a análise dos pontos de equilíbrio, estabilidade e sensibilidade, e resultados de experimentos computacionais. Por fim, o [Capítulo 6](#) traz algumas conclusões preliminares e trabalhos futuros relacionados a este projeto.

2 Fundamentação Teórica

Neste capítulo é abordado aspectos da bioecologia, transmissão das principais arboviroses, ciclo de vida, preferências de locais para oviposição das fêmeas do *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus* e frequência sazonal, e técnicas de monitoramento e controle do vetor.

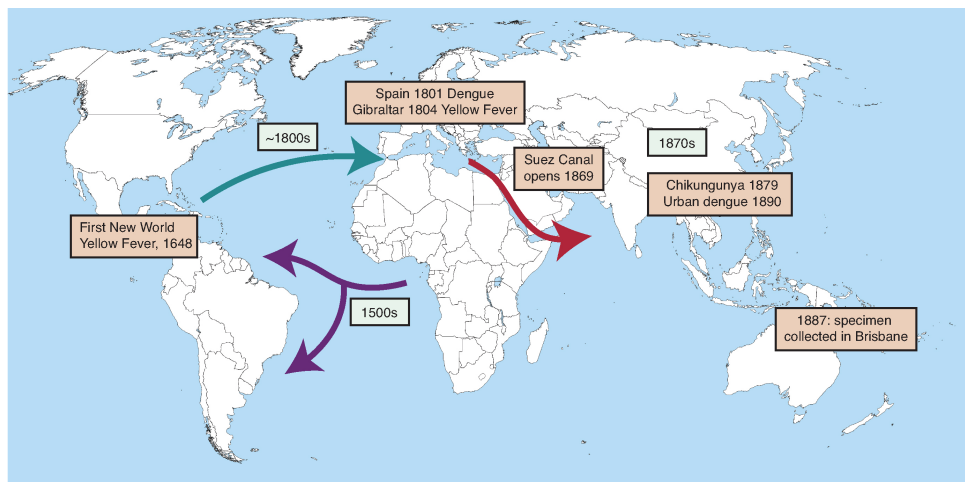
2.1 A bioecologia dos vetores *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus*

A família Culicidae (do latim *culex* = mosquitos) abriga o maior número de insetos hematófagos entre todas as espécies do Filo Arthropoda. Durante o hematofagismo, realizado apenas pelas fêmeas a fim de viabilizar os ovos, o inseto pode transmitir agentes causadores de doenças virais como a dengue, malária, febre amarela, febre de Chikungunya, zika vírus, entre outros (NEVES et al., 2016).

As espécies de mosquitos *Aedes aegypti* (Linnaeus, 1762) e *Aedes albopictus* (Skuse, 1895) estão entre os dois principais vetores artrópodes transmissores de arboviroses. É quase certo que o *Aedes aegypti* originou-se no norte da África chegando posteriormente às Américas com os primeiros europeus.

O *Aedes aegypti* começou a dispersar-se pelo mundo a partir do século XVII, posteriormente para o Mediterrâneo no século XVIII, para a Ásia tropical no século XIX e para as Ilhas do Pacífico no final do século XIX e início do século XX (CARVALHO; VALVERDE; MUÑOZ, 2019).

Figura 2 – Representação mundial da dispersão do *Aedes aegypti* pelo mundo nos últimos 600 anos baseado em dados genéticos e história epidemiológica.



Fonte: Powell, Gloria-Soria e Kotsakiozi (2018).

O *Aedes albopictus* provavelmente originou-se na Ásia (WARKENTIEN, 2016), sendo relatado pela primeira vez há 120 anos na Índia. Sua primeira localização consistia no sudeste

da Ásia, as ilhas dos oceanos Pacífico e Índico, norte da China, Japão e Madagascar. A partir daí, espalhou-se para diversos países em praticamente todos os continentes (CARVALHO; OLIVEIRA; BRAGA, 2014) espalhando-se da Ásia para África, Américas e Europa, em meados dos anos 1980. O primeiro relato da presença do *Aedes albopictus* nas Américas deu-se nos Estados Unidos, mais precisamente em Houston por volta de 1985 (CARVALHO; OLIVEIRA; BRAGA, 2014).

A Figura 2 mostra a circulação do *Aedes aegypti* pelo mundo nos últimos 600 anos, tendo como base de autenticidade dados genéticos e história epidemiológica do vetor (POWELL; GLORIA-SORIA; KOTSAKIOZI, 2018).

Em relação à taxonomia destes vetores, os mosquitos *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus* pertencem ao filo Arthropoda (pés articulados), ordem Diptera (um par de asas anterior funcional e um par posterior transformado em halteres), família Culicidae, sub-família Culicinae e gênero *Aedes* (MULLEN; DURDEN, 2019; BARANITHARAM; GOKULAKRISHNAN; SRIDHAR, 2018).

Os mosquitos da família Culicidae são dotados de corpos leves; comprimento de aproximadamente 3-6 mm; ventre longo e fino; asas estreitadas revestidas de escamas; antenas com 15 partes subdivididas, sendo coberta de plumas no machos e pilosas na fêmea; possui boca longa em forma de tubo (probóscide), as fêmeas apresentam aparelho bucal picador (sugador-pungitivo) e machos do tipo sifonador-sugador; olhos grandes compostos (COX, 1993; NEVES et al., 2016).

O *Aedes aegypti* é um mosquito pequeno de cor escura, pode ser reconhecido por uma marca característica de escamas brancas em forma de lira na parte dorsal do mesotórax contra um fundo de escamas pretas sendo considerado domesticado (CARVALHO; VALVERDE; MUÑOZ, 2019; MARQUARDT, 2005). O *Aedes albopictus* possui o corpo preto com listras brancas e uma faixa branco-prateada no comprimento das costas, sendo semelhantes à maioria dos outros mosquitos da família Culicidae (exceto por seus abdômens pontiagudos). A maioria das pernas tem cores alternadas, mas algumas são exclusivamente pretas, devido a essa coloração é chamado de tigre asiático (ESTRADA-FRANCO; CRAIG, 1995; NEVES et al., 2016), conforme representado na Figura 3.

O *Aedes aegypti* é um vetor prevalentemente urbano, que utiliza recipientes artificiais para depositar suas larvas, e alimenta-se quase exclusivamente de humanos. O *Aedes albopictus* pode ser encontrado com mais frequência em perímetros urbanos e no meio rural, alimentando-se de mamíferos (incluindo humanos) e aves (KRAEMER et al., 2015).

O *Aedes aegypti* e o *Aedes albopictus* estão distribuídos nos trópicos e subtropicais em todo o mundo. O *Aedes aegypti* é uma espécie tropical invasora mundial com habitat urbano de latitude 40° N a 40° S (OECD, 2018; MULLEN; DURDEN, 2019).

Figura 3 – Características específicas dos vetores *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus*.

(a) Características específicas dos vetores.

(b) *Aedes aegypti*.(c) *Aedes albopictus*.Fonte: Adaptado de **National Environment Agency**. Disponível em:

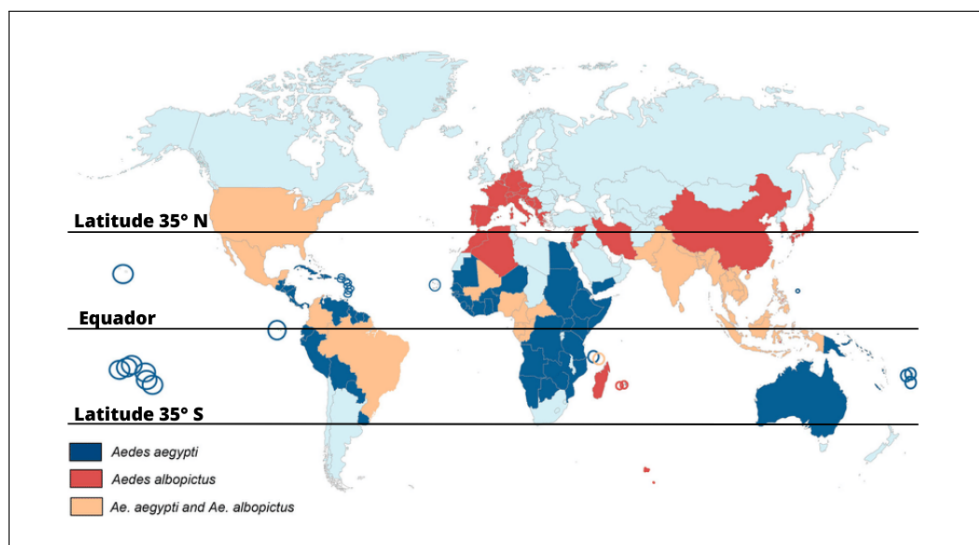
<<https://www.nea.gov.sg/corporate-functions/resources/research/wolbachia-aedes-mosquito-suppression-strategy/project-wolbachia-only-targets-aedes-aegypti>>. Acesso em: jan. 2021.

Flutuações sazonais podem influenciar no comportamento do mosquito, inclusive à procura por hospedeiros humanos (REINHOLD; LAZZARI; LAHONDÈRE, 2018), períodos frios e altitude funcionam como um fator limitante para o desenvolvimento da espécie (CHRISTOPHERS, 1960). Temperaturas abaixo de 15 °C e acima de 40 °C comprometem o desenvolvimento larval e a sobrevivência do mosquito adulto *Aedes aegypti* (REINHOLD; LAZZARI; LAHONDÈRE, 2018), a temperatura ideal para que a espécie possa desenvolver-se está em torno de 22 °C e 32 °C (MARINHO et al., 2016; MS, 2019a; CARVALHO; VALVERDE; MUÑOZ, 2019).

A Figura 4 representa a distribuição mundial dos vetores *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus* em relação à temperatura e precipitações pluviométricas.

A influência da temperatura no desenvolvimento do mosquito, sustenta o fato do vetor estar distribuído nos trópicos e subtropicais (FARNESI et al., 2009), assim como a influência da chuva (VALDEZ; SIBONA; CONDAT, 2018). Outro fator que garante o desenvolvimento e a sobrevivência do *Aedes aegypti* e do *Aedes albopictus* em vários habitats distintos é o fato dos ovos destes vetores serem capazes de entrar em diapausa (retenção temporária do desenvolvimento) e quiescência respectivamente. Isto garante a sobrevivência destes vetores mesmo em condições climáticas extremas, propiciando que novas regiões pelo mundo sejam colonizadas (HOUE; BONIZZONI; FAILLOUX, 2019).

Figura 4 – Distribuição geográfica das áreas com risco de incidência do *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus* no mundo em relação à temperatura e precipitações pluviométricas.



Fonte: Adaptado de Houé, Bonizzoni e Failloux (2019).

2.2 Histórico da ocorrência do *Aedes* spp. associado à transmissão de arboviroses

Arboviroses como a dengue, febre amarela, febre de chikungunya e zika vírus tem se tornado problemas cruciais de saúde pública no mundo, sendo responsáveis por causar milhões de contágios em seres humanos em todo o globo (AGARWAL; PARIDA; DASH, 2017).

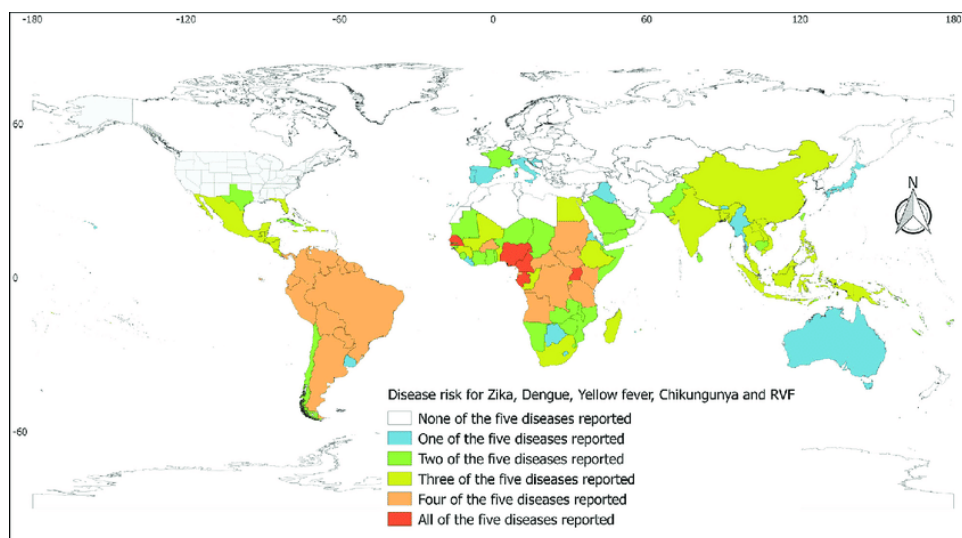
O DENV é a arbovirose humana mais predominante, ocasionando aproximadamente 100 milhões de infecções anuais segundo dados de 2015 (KRAEMER et al., 2015). Em relação ao DENV, existem quatro sorotipos diferentes, sendo os vírus da dengue (DENV 1-4), cada qual apresentando distintos genótipos e linhagens. É importante salientar que uma vez infectado por um deles e curado, adquire-se imunidade permanente apenas a este tipo (UJVARI, 2012).

Os vírus da dengue (DENV), febre amarela (YFV) e zika (ZIKV) são vírus de RNA do gênero *Flavivirus*, da família *Flaviviridae*. Tratam-se de viroses urbanas (MS, 2019a; AMRAOUI et al., 2018). O vírus chikungunya (CHIKV) que pertence ao gênero *Alphavirus* da família *Togaviridae* (MINISTRY OF HEALTH OF BRAZIL, 2017), é transmitido por mosquitos do gênero *Aedes*.

A distribuição geográfica dos vírus da família *Flaviviridae* é extensa, e a disposição de cada vírus é de acordo com o seu vetor. Acredita-se que mais da metade da população mundial corre risco de ser infectada por arboviroses (HUANG et al., 2014).

A Figura 5 mostra a ocorrência das principais arboviroses em diversos países, sendo que a maioria das ocorrências encontram-se nas regiões dos trópicos e subtropicais.

Figura 5 – Mapa Múndi representativo das ocorrências globais das principais arboviroses transmitidas por vetores no mundo.



Fonte: Leta et al. (2018).

O *Aedes aegypti* é o principal vetor transmissor de dengue no mundo (POWELL; GLORIA-SORIA; KOTSAKIOZI, 2018). Vírus antecessores dos quatro tipos de vírus da dengue infectam os macacos das florestas tropicais do sudeste asiático. De fato, o vírus da dengue possivelmente originou-se de mutações do vírus em macacos da península da Malásia, ocorrendo apenas a transmissão entre mosquitos e primatas não humanos em épocas passadas. O crescimento da população humana e o desenvolvimento de áreas urbanas, acarretou uma proximidade com o habitat dos primatas, propiciando ao mosquito que picava macacos a utilizar humanos como fonte de repasto. Com isso, os quatro tipos de vírus que deram origem aos vírus da dengue, transferiram-se para humanos, causando o surgimento da doença humana no sudeste asiático. A epidemia instalou-se então nos centros urbanos. A região do Sudeste da Ásia é onde ocorre a maior parte das mortes pela dengue (UJVARI, 2012).

Outro motivo que levou o vírus a espalhar-se pelo mundo foi a expansão do comércio, urbanização e a domesticação de seus vetores (WARKENTIEN, 2016). A predominância da doença ocorre em áreas urbanas e semiurbanas, com o avanço das populações urbanas, um número cada vez maior de pessoas entram em contato com o vetor (OMS, 2012). Acredita-se que cerca de 3 bilhões de pessoas encontram-se em risco de adquirir a doença e que, cerca de aproximadamente 390 milhões de casos e 20 mil mortes ocorram anualmente em todo o mundo (MS, 2019a). Nesse sentido, a doença evoluiu de isolada para um grande problema de saúde pública, sendo endêmica em mais de 100 países em regiões tropicais e subtropicais no sudeste da Ásia, Américas, Pacífico ocidental, África e regiões do mediterrâneo oriental. A ocorrência da doença aumentou em 30 vezes nos últimos 50 anos, indicando que a incidência de dengue na região das Américas aumentou 5 vezes na última década (JING; WANG, 2019). A dengue na região das Américas tem um modelo endemo-epidêmico com surtos de duração de 3 a 5 anos (DICK et al., 2012).

O *Aedes aegypti* também é conhecido por "mosquito da febre amarela", onde o primeiro relato autêntico de febre amarela (YFV) nas Américas foi em 1648 em Havana e no Yucatan (POWELL; GLORIA-SORIA; KOTSAKIOZI, 2018). A febre amarela acometeu muitos trabalhadores envolvidos na construção do canal do Panamá que foi iniciada em 1881, resultando na interrupção do projeto. Com isso o cirurgião estadunidense Walter Reed e seus colaboradores James Carroll, Jesse W. Lazear e A. Agramonte, provaram que a febre amarela é transmitida por um mosquito, o *Aedes aegypti*, com base nos trabalhos do médico cubano Juan Carlos Finlay (BOGITSH; CARTER; OELTMANN, 2013).

Apesar da disponibilidade de vacinas, a febre amarela continua a ser um importante problema de saúde pública na África e na América do Sul, com uma incidência anual de cerca de 200.000 casos e 30.000 mortes. O vírus da febre amarela (YFV) persiste até hoje nas Américas em um ciclo na selva entre macacos e mosquitos silvestres (AMRAOUI et al., 2018).

A febre chikungunya (CHIKV) pode ser transmitida pelo *Aedes aegypti* e pelo *Aedes albopictus* (ZELLER; BORTEL; SUDRE, 2016). A doença foi relatada pela primeira vez durante um surto no sul da Tanzânia em 1952, onde circulou entre primatas não humanos e mosquitos vetores. A partir deste ciclo silvestre e espalhando-se no Sudeste Asiático e na África na década de 1960 com o *Aedes aegypti* como o principal vetor da doença. A partir de 1980 a doença diminuiu sua atividade até o ano de 2004, onde iniciou-se uma grande epidemia na costa do Quênia, espalhando-se rapidamente para várias ilhas no Oceano Índico, para a Índia e para o Sudeste Asiático (HOUE; BONIZZONI; FAILLOUX, 2019). O CHIKV foi introduzido nas Américas em 2013 e ocasionou uma importante onda epidêmica em diversos países da América Central e ilhas do Caribe (MS, 2019a).

O zika vírus ZIKV é transmitido a humanos pelo *Aedes aegypti*, o seu principal vetor (LIU et al., 2017). Este vírus foi identificado pela primeira vez no ano de 1947 em macacos dentro da floresta em Uganda na África, o primeiro relato de infecção humana com o ZIKV ocorreu no ano de 1952 e durou até 2007 (MUDHUNE, 2018), ressurgindo na Polinésia Francesa em 2015 e posteriormente em outras ilhas do Pacífico com disseminação massiva nas Américas a partir de 2015 (MASMEJAN et al., 2020). Presume-se que a adaptabilidade e infectividade do ZIKV em seus vetores podem ter evoluído com o tempo, contribuindo para a prevalência e disseminação do vírus da Ásia para as Américas (LIU et al., 2017).

2.2.1 Breve histórico de epidemias no Brasil introduzidas pelos vetores *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus*

A população brasileira tem convivido constantemente nos últimos anos com a transmissão de doenças provocadas por vetores, como a dengue, febre de chikungunya e zika vírus. Isto ocorre devido ao clima do país ser tropical e o modo de vida da população brasileira propiciar a propagação dessas doenças (CARVALHO; VALVERDE; MUÑOZ, 2019).

O *Aedes aegypti* foi introduzido no Brasil no período colonial, possivelmente durante o

tráfico de escravos vindos da África (CONSOLI, 1994). Há evidências de que os primeiros casos de dengue no Brasil se deram entre os anos de 1845 e 1849, há relato de um caso no Rio Grande do Sul em 1916, e em 1922 em Niterói, município do Rio de Janeiro (DICK et al., 2012).

Uma epidemia documentada de febre amarela provocada pelo *Aedes aegypti*, ocorreu entre os anos 1928-1929 na cidade do Rio de Janeiro, quando foram notificados 738 casos e 478 óbitos (AMRAOUI et al., 2018). O vetor foi erradicado através de programas de controle por volta de 1955 (CONSOLI, 1994). Devido ao abandono desses programas na década de 1960, houve a reintrodução do *Aedes aegypti* no Brasil a partir de 1967 (NEVES et al., 2016; DICK et al., 2012).

A primeira epidemia de dengue no Brasil ocorreu por volta de 1981-1982, em Boa Vista/RR, causada pelos sorotipos 1 e 4 (MS, 2019a). Em 1986 ocorreu uma epidemia no Rio de Janeiro devido a introdução do DENV-1, espalhando-se para outros estados. Nesse mesmo ano o *Aedes albopictus* foi detectado pela primeira vez no Brasil através de portos, provavelmente vindo do Japão através de navios de transporte de minério de ferro no porto no estado do Espírito Santo. Dispersou-se para outros estados como Rio de Janeiro, Minas Gerais e São Paulo através de ferrovias que efetuam o transporte de minério de ferro (CARVALHO; OLIVEIRA; BRAGA, 2014; CONSOLI, 1994; NEVES et al., 2016).

Mais tarde, em 1990 também no estado do Rio de Janeiro, o DENV-2 foi detectado quando ocorreram os primeiros casos de dengue hemorrágica. O DENV-1 e o DENV-2 continuaram a causar epidemias em todo o país ao longo dos anos, totalizando 75 casos fatais entre os anos 1991-1999 (NUNES et al., 2019).

No ano 2000, a presença do sorotipo DENV-3 foi relatada em dois países da América do Sul: Brasil e Venezuela. O vírus foi então isolado em dezembro de 2000 no Rio de Janeiro. O DENV-3 foi identificado em todos os estados afetados durante as epidemias de 2001 a 2004 e causou a epidemia mais grave com o maior número de casos relatados e mortes confirmadas até então (NOGUEIRA et al., 2008). Uma preocupante epidemia de DENV-2 no estado do Rio de Janeiro aconteceu entre os anos 2007-2008; foram notificados 255.818 casos e 252 óbitos (OLIVEIRA et al., 2010).

Na epidemia de 2010, o sorotipo DENV-1 prevaleceu, sendo que havia uma baixa circulação desse sorotipo desde o início da década e a principal mudança na epidemiologia foi o aumento da taxa de mortalidade da doença. A partir desse mesmo ano, o sorotipo DENV-4 transitava entre países vizinhos como Venezuela e Colômbia. Este fato trouxe risco desse sorotipo ser reintroduzido no país, sendo identificados os primeiros casos em julho de 2010 nos estados de Roraima e Amazonas.

Em 2011 foram notificados os primeiros casos de DENV-4 no estado do Rio de Janeiro (ANDRIOLI; BUSATO; LUTINSKI, 2020; NUNES et al., 2019). Foram notificados no período de 2013-2016, aproximadamente cerca de 5 milhões de casos no Brasil. No segundo semestre de 2014, o vírus chikungunya finalmente, confirmado no Brasil nos estados do Amapá e da Bahia (MS, 2017).

Em 2015 foram registrados 1,6 milhões de casos da dengue, tendo a maior circulação do sorotipo DENV-1, sendo o ano de menor circulação dos sorotipos DENV-2 e DENV-3. Nesse mesmo ano foi identificado pela primeira vez em alguns estados da região Nordeste do Brasil, o zika vírus (ZIKV) transmitido pelo *Aedes aegypti*. a doença afetou gravemente essa região do país com uma epidemia, evoluindo para um surto que se espalhou pela América do Sul, Ilhas do Caribe e América Central (MS, 2019a).

Em 2017, houve um declínio considerável de registro de casos de dengue em níveis semelhantes ao início desta década (MS, 2019a). Foram registrados nesse período 239.389 casos prováveis de dengue e, em 2018, foram registrados 247.393 casos prováveis de dengue no país, segundo o Ministério da saúde (MS).

Em 2019 todos os sorotipos (DENV-1 a DENV-4) estavam circulando no Brasil. Um total de 2.069.502 casos prováveis de dengue foram relatados, incluindo 702 mortes, representando um aumento em relação ao mesmo período de 2018.

Em 2020 foram registrados um total de 1.040.481 casos de dengue com 342 óbitos confirmados, o que corresponde a menos casos, se comparados ao mesmo período em relação a 2019 (PAHO/WHO, 2020).

As Figuras (6), (7) e (8) mostram a distribuição de casos de arboviroses provocadas pelo *Aedes*, como a dengue, febre de chikungunya e zika vírus no Brasil no ano de 2020. A Figura 6 (A) representa os casos de dengue ocorridos por semanas epidemiológicas 1 a 26 (janeiro a junho), com taxa de incidência de 422,5 casos/100 mil habitantes distribuídos nas unidades federativas. A Figura 6 (B) relata os casos de dengue entre as semanas epidemiológicas 27 a 50 (julho a novembro). A taxa de incidência correspondente foi de 43,8 casos/100 mil habitantes.

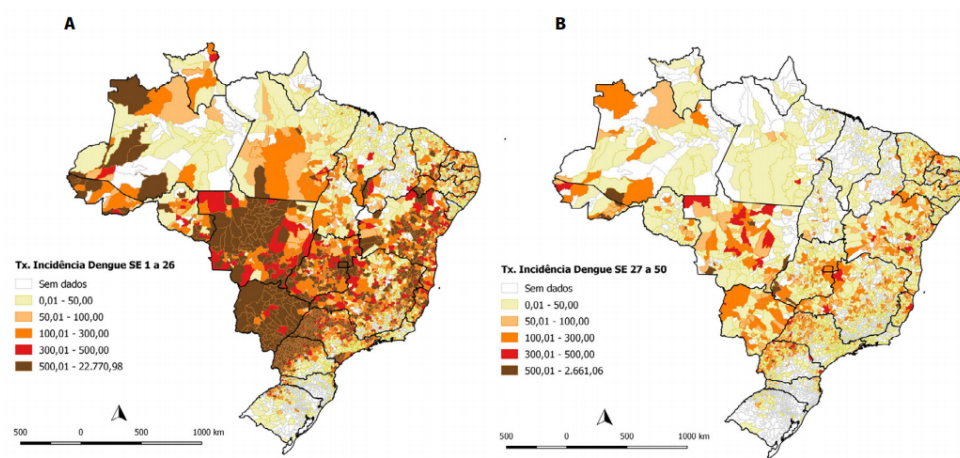
A Figura 7 (A) destaca os casos de incidência de chikungunya nas semanas epidemiológicas SE 1 a 26 onde ocorreu uma taxa de incidência de 28 casos/100 mil habitantes, destacando-se os estados do Espírito Santo, Bahia e Rio Grande do Norte. Na Figura 7 (B), a taxa de incidência foi de 10,5 casos/100 mil habitantes, onde apenas o estado de Sergipe apresenta uma taxa de incidência acima de 100 casos/100 mil habitantes neste período.

A Figura 8 (A) mostra que, até a SE 26, a taxa de incidência de zika foi de 2,4 casos/100 mil habitantes, com predominância nos estados da Bahia, Mato Grosso e Rio Grande do Norte. Na Figura 8 (B) No período entre as semanas epidemiológicas SE 27 a SE 49, a incidência foi de 1 caso/100 mil habitantes.

2.3 Ciclo de vida dos vetores *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus*

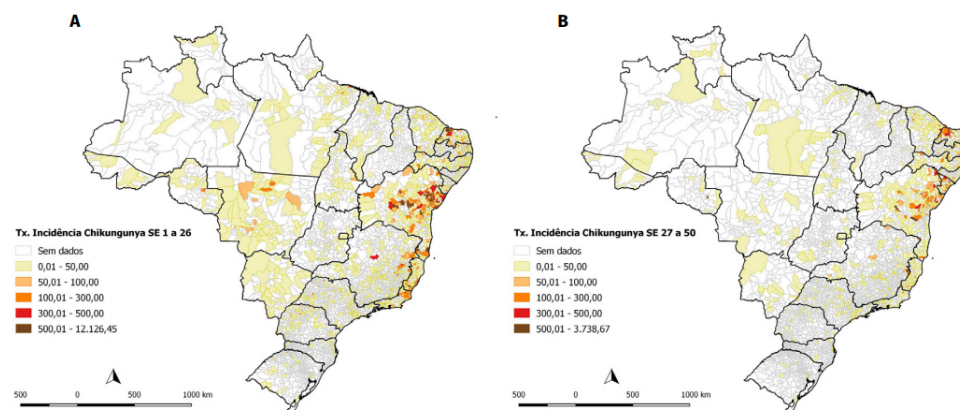
O desenvolvimento do mosquito (Culicidae) tem característica de insetos holometábolos, ou seja, possuem metamorfose completa. Eles prosseguem através dos estágios ovo, larva, pupa e mosquito adulto. Estas etapas mostram uma separação de dois nichos distintos, pois larvas e pupas possuem desenvolvimento aquático e o adulto é alado e terrestre (HARKER et al., 2013; COX, 1993). A Figura 9 representa o ciclo de vida do mosquito, do ovo ao mosquito adulto com

Figura 6 – Distribuição da taxa de incidência de dengue provocada pelo *Aedes* spp. no Brasil no ano de 2020 por município.



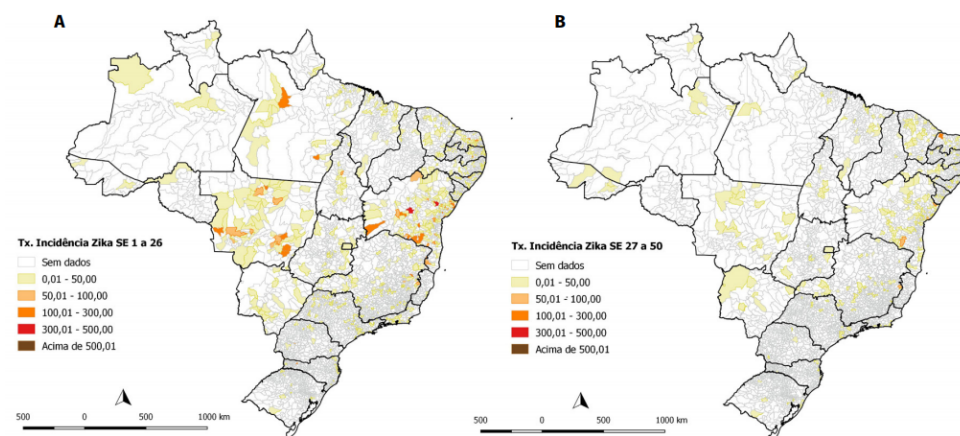
Fonte: Adaptado de MS (2020).

Figura 7 – Distribuição da taxa de incidência de chikungunya provocada pelo *Aedes* spp. no Brasil no ano de 2020 por município.



Fonte: Adaptado de MS (2020).

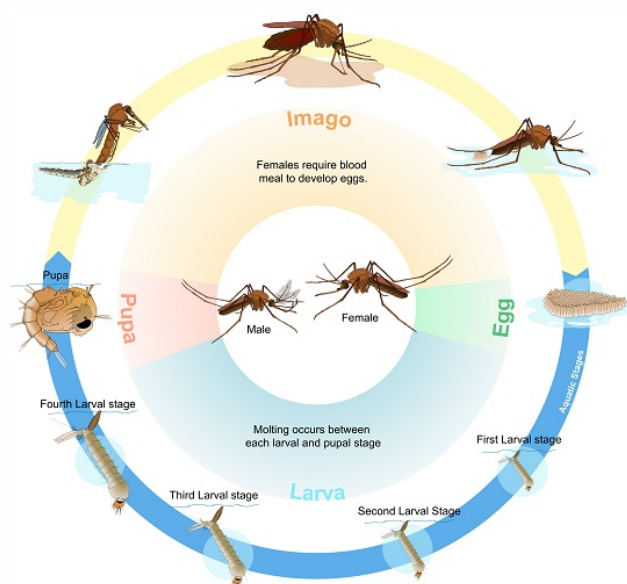
Figura 8 – Distribuição da taxa de incidência de zika provocada pelo *Aedes* spp. no Brasil no ano de 2020 por município.



Fonte: Adaptado de MS (2020).

quatro estágios larvários, desenvolvendo-se temporariamente na água (MULLEN; DURDEN, 2019).

Figura 9 – Ciclo evolutivo do mosquito com metamorfose completa e quatro estágios larvários.



Fonte: **Biogents USA**. Disponível em: <<https://us.biogents.com/life-cycle-mosquitoes/>>. Acesso em: jan. 2021.

O ciclo inicia-se com a fêmea adulta efetuando a postura de seus ovos. Os ovos do *Aedes albopictus* tem aspecto cilíndrico, como os do *Aedes aegypti* e desprovidos de flutuadores (ESTRADA-FRANCO; CRAIG, 1995). Possuem cerca de 1mm de comprimento, após a postura são brancos, porém depois de um período de duas horas, tornam-se escuros devido a melanização (OECD, 2018). Os ovos colocados na superfície úmida permanecem inertes até serem inundados, e eclodem dentro de aproximadamente 48 h. A eclosão na maior parte das vezes ocorre em condições propícias de umidade e temperatura (BARANITHARAM; GOKULAKRISHNAN; SRIDHAR, 2018; MULLEN; DURDEN, 2019).

Pesquisas apontam que a temperatura e a umidade exercem influência sobre os ovos do *Aedes aegypti*. No Japão, foi medido o tempo de sobrevivência dos ovos de várias espécies de *Aedes*, incluindo o *Aedes aegypti* e o *Aedes albopictus* em três condições de umidade distintas. Verificou-se que os ovos do *Aedes aegypti* sobreviveram mais tempo do que os ovos de *Aedes albopictus*, atribuindo isso ao volume do ovo de *Aedes aegypti* ser maior, com isso tendo uma maior capacidade de resistência à dessecação (SOTA; MOGI, 1992). Os ovos podem permanecer viáveis por mais de um ano, o que dificulta o seu controle. Devido a essa circunstância favorecer o transporte do ovo entre regiões distantes em ambiente seco, favorece a dispersão passiva do vetor (OECD, 2018; MULLEN; DURDEN, 2019; NEVES et al., 2016).

Durante o estágio larval, as larvas passam por quatro ínstares, que são etapas do estágio larval. O crescimento e mudança na forma e tamanho, ocorrem durante seu desenvolvimento. Ao longo desse estágio, as larvas vêm à superfície da água para respirar e se alimentar.

Inicialmente elas têm cerca de 1 mm de comprimento e podem chegar a 8 mm no quarto estágio (BARANITHARAM; GOKULAKRISHNAN; SRIDHAR, 2018; OECD, 2018).

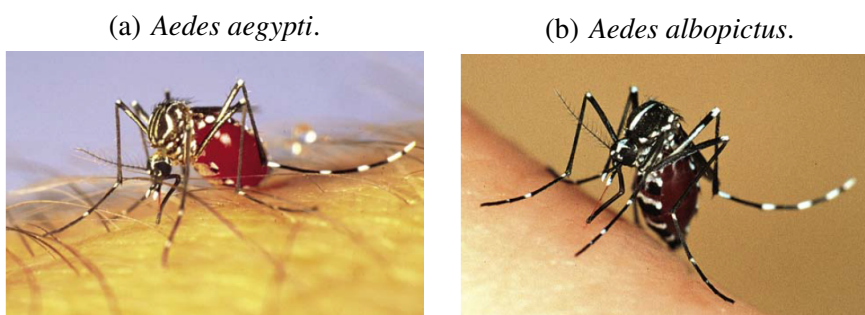
O desenvolvimento ínstar das larvas de *Aedes aegypti* e de *Aedes albopictus* dependem principalmente da estrutura dos recursos disponíveis (DARRIET, 2016). Acredita-se que este desenvolvimento seja controlado por fatores abióticos como chuvas, vento, temperatura e evaporação e fatores bióticos como por exemplo predação, parasitismo, competição e alimentos disponíveis interagindo em variados ambientes aquáticos com características internas diversas como matéria orgânica, microrganismos, dentre outros (BARRERA; AMADOR; CLARK, 2006). Em baixas temperaturas e escassez de alimentos, as larvas podem ter seu desenvolvimento atrasado permanecendo em um ínstar por meses, antes de passar para o próximo estágio de desenvolvimento (OECD, 2018).

Assim como as larvas, o desenvolvimento das pupas é aquático, o quarto ínstar (último) resulta no estágio pupal. Uma característica da pupa é que na base do seu cefalotórax existe um par de tubos de respiração ou trombetas que perfuram a superfície da água para respirar (NELSON, 1986).

As pupas não se alimentam, apenas respiram, sendo dotadas de boa mobilidade e dão origem a mosquitos adultos em torno de 2-4 dias. Neste período, a pupa permanece na superfície da água a fim de facilitar o voo na última fase (adulto). No estágio de transição de pupa para adulto, produtos químicos (larvicidas) não surtem mais efeito, a eliminação só é possível retirando as pupas da água (GODDARD, 2018; DIVE, 2019).

O último estágio é o da fase adulta onde ocorre a dispersão do vetor (NELSON, 1986). O processo de surgimento do mosquito ocorre com a divisão da pele da pupa ao longo do dorso, necessitando de algumas horas para o endurecimento do esqueleto externo e das asas, com o adulto enxugando-as e arrumando os apêndices de sua cabeça antes de alçar voo e acasalar, o que pode acontecer dentro de 24 horas, uma única fecundação é suficiente para inseminar todos os ovos que a fêmea venha a produzir durante sua vida (GODDARD, 2018; DIVE, 2019; FUNASA, 2001). O mosquito adulto vive em média na natureza cerca de 30-35 dias (BRASIL, 2008).

Figura 10 – Fêmeas dos vetores *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus* após a realização do repasto sanguíneo.



Fonte: Adaptado de Mullen e Durden (2019).

A fêmea adulta necessita de sangue para o desenvolvimento dos ovos. A Figura 10 mostra as fêmeas do *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus* após a ingestão de sangue chamado repasto

sanguíneo (refeição). Geralmente o repasto sanguíneo ocorre durante o dia, nas primeiras horas da manhã e ao anoitecer. (COX, 1993; FUNASA, 2001).

A fêmea pode alimentar-se de sangue humano e sangue de animais na falta deste. Fêmeas e machos alimentam-se de sucos vegetais que por sua vez é necessário para os processos metabólicos e manutenção básica da vida do vetor (DIVE, 2019). Existe possivelmente um intervalo de três dias entre uma ingestão de sangue e outra, que é quando completa-se o ciclo gonotrófico. Esse ciclo é dividido em estágios não alimentado, alimentado com sangue, semi-grávida e grávida. Após o sangue ser digerido, a fêmea grávida efetua a postura dos seus ovos (COX, 1993). Em cada ciclo gonotrófico, a fêmea pode colocar de 80 a 110 ovos (NEVES et al., 2016). A fêmea do mosquito põe ovos de 4 a 6 vezes durante sua vida, preferencialmente em locais com água limpa e parada (BRASIL, 2008).

As fêmeas do mosquito contraem o vírus após um repasto de sangue infectado. Uma única fêmea do vetor ingere milhares de vírus em uma única refeição, e está apta a transmitir o vírus após 8-12 dias de incubação extrínseca (BRASIL, 2005).

A duração do ciclo completo do vetor depende da temperatura de acordo com o trabalho de Anoopkumar et al. (2017), o ciclo de vida dos mosquitos *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus* apresenta variações. A duração do ciclo do *Aedes aegypti* levou 28,5 dias em média para se concretizar, enquanto o *Aedes albopictus* levou 22,5 dias submetidos a uma temperatura de aproximadamente pouco mais de 27 °C e umidade relativa 75-85 %. De acordo com a literatura, em condições de campo a incubação normal do vetor é de 12 dias, e está sujeita a flutuações na temperatura. Por exemplo, o ciclo de vida do ovo ao adulto submetidos a temperatura de 36,8 °C dura 4 dias, enquanto que se forem submetidos a temperatura de 21 °C, o período de desenvolvimento completo é de aproximadamente 18 dias (BOGITSH; CARTER; OELTMANN, 2013).

2.4 Preferência por local de oviposição de fêmeas do *Aedes* spp. e frequência sazonal do vetor

Os ovos são tidos como o estágio mais resistente do desenvolvimento do mosquito. De fato, em condições desfavoráveis que impedem a eclosão da larva de baixa umidade e temperaturas como inverno e estações secas, os ovos podem iniciar o estado de quiescência que pode ser prolongado. A ocorrência de quiescência no ovo do *Aedes aegypti* pode favorecer a sobrevivência de embriões infectados acarretando a continuidade do vírus na natureza e sua reinfestação (YANG et al., 2014; DINIZ et al., 2017; SILVA; SILVA, 1999).

As fêmeas do mosquito podem efetuar a oviposição em reservatórios de água naturais ou artificiais como buracos em árvores, conchas, folhas, rochas ocas e em paredes internas de reservatórios artificiais como vasos, potes, tanques, latas, pneus, dentre outros. Mas, também fazem a postura diretamente na água (OECD, 2018). Os ovos colocados nas paredes dos recipientes pelas fêmeas do vetor resistem a dessecação e eclodem mais tarde quando o nível da

água sobe (SILVA; SILVA, 1999). A variedade na preferência de locais para efetuar a postura dos ovos pela fêmea do *Aedes aegypti* está sujeita a disponibilidade de recipientes artificiais, o grau de urbanização e o clima. No Brasil, o *Aedes aegypti* tem preferência pelos criadouros artificiais dos mais variados tipos (NEVES et al., 2016).

A oviposição na superfície da água propicia um desenvolvimento mais rápido no ciclo do mosquito. Tal fato contribui com uma ligeira proliferação dos criadouros devido ao fato da não necessidade de adicionar-se mais água, contrariamente aos ovos que são colocados na superfície acima da orla, haja vista que esses ovos não eclodem até a chegada da estação chuvosa (MADEIRA; MACHARELLI; CARVALHO, 2002).

As fêmeas de várias espécies de mosquitos são capazes de identificar potenciais locais de postura de ovos que resultam em um maior desenvolvimento e sobrevivência dos descendentes, esse comportamento acarreta o crescimento populacional da espécie (WONG et al., 2012).

As ocorrências observadas da eclosão em grupos dentro do período de quiescência, pode ser uma explicação plausível como populações de adultos do mosquito permanecem de forma contínua embora flutuante na natureza, com maior número de indivíduos nas estações de verão e outono (SILVA; SILVA, 1999). O período chuvoso é considerado o mais importante do ano para infestações de *Aedes* spp. (MOURA et al., 2020). Estudos apontam que esse período é o principal preditor na abundância de ovos do vetor (SANTOS et al., 2020). Porém, períodos com intensos volumes pluviométricos não estão associados com a presença do vetor a longo prazo, pois podem provocar o transbordamento dos recipientes de água eliminando as larvas e consequentemente dificultando o desenvolvimento do vetor (SOUSA et al., 2021).

A atividade de oviposição de *Aedes* spp. em regiões tropicais ocorre ao longo do ano com picos no verão, o que foi relacionado com o aumento da precipitação. Em outras regiões esses picos podem acontecer na primavera e essas diferenças podem ser justificadas com a variação na dinâmica da precipitação e da temperatura ao longo do gradiente latitudinal (LANFRI et al., 2019). Durante períodos de invernos secos a atividade de oviposição de *Aedes* spp. é contínua, porém baixa (ESTALLO et al., 2015). A variação sazonal da taxa de oviposição do vetor seria mediada pelas temperaturas máximas e mínimas (LANFRI et al., 2019). O aumento da oviposição acontece em ambientes mais quentes e meses mais úmidos, indicando que esta técnica é útil para vigilância e controle do vetor (SOUSA et al., 2021).

2.5 Monitoramento e controle do *Aedes* spp.

Na década de 1990 no Brasil, houve um aumento na incidência de dengue devido à disseminação de *Aedes aegypti*, intensificando-se a partir de 1994. Este fato tornou necessária a melhoria no monitoramento do vetor (BRAGA; VALLE, 2007). Em 2001 o governo passou a considerar o controle do mosquito e abandonou a ideia da erradicação. No ano de 2002, foi organizado o Plano Nacional de Controle da Dengue (PNCD) em decorrência do aumento do risco de epidemias (ZARA et al., 2016). O objetivo foi reduzir o número de casos e a ocorrência

de surtos da doença. A implementação das atividades de controle em momento oportuno foi fator de grande importância. Os principais objetivos do PNCD foram (MS/FUNASA, 2002):

1. redução da infestação pelo *Aedes aegypti*;
2. redução da incidência da dengue;
3. redução da letalidade por febre hemorrágica de dengue.

O monitoramento tem como finalidade mitigar a disseminação do vírus através da detecção de casos acumulados da doença, investigação de casos suspeitos de acordo com as práticas recomendadas e, detecção de focos do mosquito (monitoramento entomológico) para eliminação rápida desses focos (BRASIL, 2009). Atualmente, tem sido introduzido o monitoramento da presença de arbovírus em mosquitos (vigilância entomoviológica). O monitoramento entomológico abrange metodicamente a amostragem de todas as etapas da evolução do *Aedes*. Na maior parte dos casos, orienta-se o uso de índices de pupas e/ou adultos como indicadores de risco, em vez de índices embasados em ovitrampas ¹ e larvas, pois os adultos (fêmeas) representam a última conexão da corrente de transmissão e têm alto valor epidemiológico. Tais medidas de monitoramento são (DIVE, 2019):

- inspeção em Armadilhas (ARM) e Pontos Estratégicos (PE) nos municípios, com pesquisa larvária para identificação de focos;
- pesquisa larvária em imóveis nas atividades de Delimitação de Foco (DF), Levantamento de Índice e Tratamento (LI+T) e Levantamento Rápido de Índice (LIRAA) ou Levantamento de Índice Amostral (LIA);
- eliminação de criadouros, tendo como método de primeira escolha o controle mecânico (remoção, destruição, vedação, etc.);
- tratamento e eliminação de depósitos nos imóveis em áreas de foco ou infestadas;
- execução do tratamento focal e perifocal como medida complementar ao controle mecânico, aplicando inseticidas autorizados, conforme orientação técnica;
- direcionamento à população sobre as formas de evitar a proliferação dos vetores;
- atualização do cadastro de imóveis, das armadilhas e dos pontos estratégicos de sua área de trabalho, além do Reconhecimento Geográfico (RG);

O controle vetorial é importante e necessário para dificultar a transmissão de dengue, febre de chikungunya e zika vírus. No momento atual, tais intervenções são a principal maneira de evitar casos dessas doenças. Enquanto não houver uma vacina com eficácia garantida ou outro

¹Armadilhas usadas desde 1965 em pesquisas em diversos países, a ovitrampa utiliza vasos de planta pretos com infusão à base feno para atrair mosquitos fêmeas que buscam locais para por ovos.

tratamento, o controle das arboviroses tem sua dependência praticamente exclusiva do controle dos vetores *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus*. As estratégias atuais, incluem proteção pessoal ou medidas biológicas, químicas e ambientais (FITZPATRICK et al., 2017). Existem diversas técnicas disponíveis na saúde pública para o controle do *Aedes*, que são: controle mecânico, controle biológico, controle legal, controle químico e controle integrado de vetores (DIVE, 2019; OPAS, 2019).

O **controle mecânico** consiste na adoção de práticas simples e eficazes capazes de impedir a proliferação do *Aedes*, tendo como atividades principais a proteção, destruição ou a destinação adequada de criadouros e também pela coleta do lixo urbano regular ou através de mutirões de limpeza, ação que tem sido feita apenas na permanência de epidemias. As novas orientações acerca do controle mecânico têm por objetivo fazer com que a população entenda os riscos ambientais em seu ambiente doméstico e de trabalho. A incumbência pelo controle dos vetores não deve ser responsabilidade apenas do setor de saúde, mas também de autoridades locais ou municipais.

O **controle químico** equivale ao uso de algum tipo de substância química, como inseticidas para o controle do vetor nas fases larvária e adulta. É recomendado que deva ser utilizado quando não houver outro método alternativo, pois seu uso indiscriminado pode provocar impactos ambientais, além da probabilidade de desenvolvimento da resistência dos vetores aos produtos. As intervenções com aplicação espacial de inseticida a (Ultra Baixo Volume) UVB com ampla cobertura, são designados para surtos ou epidemias, quando os casos notificados ultrapassam a capacidade do controle de emergência.

O **controle biológico** consiste em métodos de controle como o uso de agentes biológicos. São uma boa alternativa ao controle químico devido ao rápido aumento da resistência do mosquito a vários inseticidas químicos e os danos causados por estes ao meio ambiente. Os agentes biológicos podem ser predadores (peixes larvófagos), parasitas (nematóides) ou patógenos (protozoários, bacilos produtores de toxinas, fungos e vírus). Em relação aos larvicidas biológicos, existem produtos à base de *Bacillus thuringiensis israelensis* (BTI), com eficácia considerável contra larvas de *Aedes*, e o *Bacillus sphaericus*, para larvas de *Anopheles* e *Culex*. Ambos apresentam boa atuação contra larvas de várias espécies de culicídeos. Apesar do progresso nessa área de controle, ainda há muitos empecilhos relacionados à utilização desses métodos de maneira massiva na prática operacional de rotina, em especial o alto custo.

O **controle legal** corresponde à execução de diretrizes de conduta regulamentadas por instrumentos legais, que normalizam ou reduzem ações relacionadas à saúde pública. Estas ações podem ser feitas por leis, portarias, entre outros. As autoridades municipais podem regulamentar práticas a fim de serem cumpridas pelos municípios, como limpeza de terrenos baldios, educação ambiental, controle de algumas atividades econômicas como ferros velhos e similares, limpeza de ambientes domiciliares, entrada em imóveis fechados dentre outras ações.

O **controle integrado de vetores** consiste em uma combinação de métodos que estejam disponíveis, levando em consideração as facilidades e restrições locais. A utilização de inseticidas,

de acordo com esse novo ponto de vista, deve ser evitado, retardado, ou ter seu uso diminuído progressivamente. Todavia, não se deve imaginar a anulação desses produtos, pois, em algumas situações, a sua utilização é necessária.

A bioecologia do *Aedes* spp. exerce desafios em seu monitoramento e controle, como por exemplo seu desenvolvimento na fase aquática, que se dá em locais indispensáveis para a população como caixas d'água e bebedouros de animais, e o uso de habitats aquáticos visualmente indetectáveis de difícil acesso, como escoadouros de águas pluviais nas ruas e casas, fossas sépticas e tanques elevados, favorecendo imunidade aos métodos tradicionais de controle de vetores, como por exemplo inspeções feitas por agentes de vigilância em saúde (OPAS, 2019).

Outro aspecto complicado em relação ao controle do *Aedes* spp. é a capacidade dos ovos colocados nas paredes dos recipientes com água de resistirem à dessecação por vários meses em estações secas. Essa adequação do vetor confere alta resistência populacional às medidas de controle. Caso as larvas, pupas e o mosquito adulto fossem eliminados de uma determinada região, o *Aedes* ainda poderia repovoar esta região, assim que seus ovos fossem molhados, quer seja pela presença de chuvas ou atividade humana. Ademais isso pode ocorrer em múltiplos recipientes favorecendo a infestação de mosquitos. Esta característica confere ao *Aedes* uma grande resistência às adversidades climáticas e ambientais, proporcionando capacidade de recuperar-se. Até o presente momento, não existe comercialização disponível de produtos ovicidas e, os larvicidas não duram o suficiente para superar o período de viabilidade dos ovos (BARRERA, 2016; OPAS, 2019).

Algumas espécies de *Culex* optam por colocar seus ovos em piscinas de água doce com alto teor orgânico. Baseado nisso, criam-se armadilhas eficientes para mosquitos grávidas. Equivalentemente, a escolha do *Aedes aegypti* em efetuar sua oviposição em reservatórios artificiais foi empregada para desenvolver ovitrampas com o propósito de vigilância e controle. As distribuições ecológicas, espaciais e temporais de muitas espécies de mosquitos são restringidas pela predileção do habitat (DAY, 2016).

Estudos mostram que o uso de inseticidas para eliminar populações de *Aedes*, tem baixa eficácia devido ao desenvolvimento de resistência ao inseticida pelo vetor, comprometendo a efetividade do controle químico das arboviroses, o que torna útil a introdução de infecções por *Wolbachia* com custos de adaptação consideráveis (GARCIA et al., 2020). Esta estratégia de controle constitui-se de uma nova tecnologia em fase de estudo. Trata-se da eliminação ou substituição populacional mediante a liberação consistente de mosquitos irradiados, geneticamente modificados ou infectados com bactérias do gênero *Wolbachia* (OPAS, 2019).

3 Trabalhos Relacionados

Alguns trabalhos encontrados na literatura com maior relevância para o tema abordado neste projeto serão apresentados neste capítulo. Uma parte destes trabalhos com conceitos interdisciplinares será brevemente retratada e os demais serão mostrados de forma mais detalhada, incluindo modelos matemáticos e dados que serão utilizados ao longo deste estudo.

Os efeitos da temperatura do ambiente sobre os vetores *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus* foram estudados e foi mostrado que, para minimizar o estresse térmico estas espécies foram capazes de colonizar vários habitats. A disseminação de arboviroses como a dengue, febre de chikungunya e o Zika vírus tornou-se um grande problema de saúde mundial. Foi possível conjecturar que as mudanças climáticas venham afetar a distribuição dos mosquitos, permitindo-se que esses insetos transmitam novas doenças (REINHOLD; LAZZARI; LAHONDÈRE, 2018). Estas informações relevantes, são pertinentes para o modelo em relação ao ciclo de vida do vetor diante de influências climatológicas.

O comportamento de oviposição em saltos, que é a distribuição dos ovos entre vários locais de reprodução, foi estudado para fêmeas de *Aedes aegypti* individualizadas quando expostas a diferentes densidades de criadouros, e avaliou-se a influência da armadilha MosquiTRAP® na redução de ovos depositados e positividade de criadouros. O estudo foi realizado a 24-29 °C e 60-90 % UR em condições de laboratório e semi-campo. Para cada teste, uma fêmea grávida de *Aedes aegypti* foi liberada em diferentes densidades de criadouros (1, 2, 4, 8 ou 16) onde permaneceu durante 96 h, com médias de ovos depositados por fêmea/repetição/tratamento com variações de $63,7 \pm 13,7$ a $81,5 \pm 31,5$. Em um dos experimentos, verificou-se um grande percentual de ovos depositados diretamente na água, associando essa preferência de local de postura ao número de criadouros disponíveis. Nessas condições, a porcentagem de ovos depositados na água foi de 56,8 % e na palheta (seco) 43,2 % (ABREU, 2010). Esses resultados são utilizados no modelo para calcular a taxa de oviposição da fêmea do vetor em ambientes aquáticos e secos, baseados nos valores percentuais em relação a preferência de oviposição.

Em condições de laboratório, a influência do período de quiescência dos ovos no ciclo de vida do *Aedes aegypti*, busca informações que possam auxiliar mecanismos de controle do vetor, devido ao ovo ser a forma mais resistente do ciclo biológico e que favorece a sobrevivência do mosquito devido à resistência a condições climáticas desfavoráveis. A realização da fase experimental, ocorreu numa câmara biológica sob uma temperatura de aproximadamente 28 °C e umidade relativa de aproximadamente 80 % e fotofase de 12 horas. Observou-se em ovos quiescentes, períodos de até 720 dias, porém a viabilidade foi demonstrada até o período de 492 dias. Contudo o período de 121 dias apresentou a maior taxa de eclosão, que foi de 97,2 %. Verificou-se o efeito altamente significativo do período de quiescência na eclosão das larvas que não influenciou nas durações dos períodos de incubação, larval e pupal. Pode-se afirmar que, em 99,8% dos ciclos, a variação foi determinada pela incubação (SILVA; SILVA, 1999).

O tempo de sobrevivência à dessecação dos ovos do *Aedes*, na qual os ovos são capazes de resistir à secagem à medida que os níveis de água flutuam, aumentam as chances de sobrevivência do mosquito em habitats não nativos, dificultando programas de controle do vetor. Em níveis experimentais foram observados a viabilidade e o tempo médio de sobrevivência de ovos armazenados sob três condições de secura por até 367 dias entre três colônias na Austrália, a fim de compreender a variação na sobrevivência à dessecação. Resultados confirmaram que os ovos do mosquito podem resistir à dessecação por longos períodos de tempo com viabilidade menor após um ano e maior por até 56 dias, cerca de 88 %. Variações intraespecíficas nos períodos de sobrevivência dos ovos foram registradas, sugerindo adaptação local, enquanto cada uma das colônias demonstrou uma forte preferência por umidade mais alta. Constatou-se que ovos com volume maior são mais resistentes a dessecação, tendo mais chances de sobrevivência em regiões quentes e secas, demonstrando o significado adaptativo de um ovo resistente à dessecação (FAULL; WILLIAMS, 2015).

Em nosso modelo, informações a respeito de quiescência e dessecação são utilizadas como amparo literário relacionado a fase de ovo e informações a respeito do tempo médio de sua sobrevivência. Silva e Silva relata a viabilidade máxima de ovos quiescentes em condições favoráveis de temperatura e umidade, Faull e Williams relatam o tempo médio de sobrevivência de ovos de *Aedes aegypti* em condições ambientais distintas, e a viabilidade de ovos postos em locais secos. Em média, os ovos que os pesquisadores observaram podem sobreviver 187,4 dias em condições secas e 229,3 dias em condições úmidas.

Um modelo matemático desenvolvido por Esteva e Yang (2015) que avalia o efeito da temperatura na incidência de dengue e que leva em consideração a dependência dos parâmetros entomológicos e epidemiológicos do *Aedes aegypti* em relação à temperatura, composto por equações diferenciais não lineares, descreve a transmissão entre humanos e vetores considerando o estágio aquático da população de mosquitos. A dinâmica da fêmea do *Aedes aegypti* abrange a fase do ovo, dois estágios aquáticos sucessivos: larva (L) e pupa (P); e mosquitos fêmeas adultas (M). Por sua vez, M é dividido em quatro compartimentos: suscetíveis M_s , exposto mas não infeccioso, M_e , infeccioso mas com baixa carga viral, M_1 , e infeccioso com alta carga viral, M_2 . A população humana H é dividida de acordo com a evolução natural da doença em suscetíveis, expostos, infecciosos e classe de recuperados, cujas frações são descritas por h_s , h_e , h_i e h_r , respectivamente, com $h_s + h_e + h_i + h_r = 1$. Além disso, a classe exposta é dividida em exposta e infectados por mosquitos com baixa carga viral, h_1 , e com alta carga viral, h_2 , que evoluem para os casos assintomáticos e sintomáticos, respectivamente. As classes h_1 e h_2 não estão transmitindo o vírus, apenas a classe de humanos infectantes, h_i . Uma vez que $h_r = 1 - h_s - h_1 - h_2 - h_i$, é o suficiente para descrever a dinâmica de h_s , h_1 , h_2 e h_i . A análise qualitativa do modelo é feita em termos dos parâmetros R_M e R_0 , que significam a descendência de mosquitos e o número de reprodução básica da doença, respectivamente. Se $R_M < 1$ a população de mosquitos vai a extinção, enquanto para $R_M > 1$ ele tende assintoticamente a um equilíbrio diferente de zero. Analogamente, a transmissão da doença desaparece se $R_0 < 1$, e se aproxima de um equilíbrio

endêmico para $R_0 > 1$. Usando dados entomológicos de mosquitos e dados experimentais de transmissão de doenças, a descendência de mosquitos R_M e o número de reprodução básica da doença R_0 são avaliados em diferentes temperaturas, obtendo que em torno de 30 °C ambos os parâmetros atingem seu máximo. A análise de sensibilidade revela que as taxas de infecção e a mortalidade do vetor são os parâmetros para os quais R_0 é mais sensível. Em nosso modelo, os parâmetros entomológicos relacionados a taxa de oviposição em função da temperatura, são usados para criar funções dependentes da temperatura e intervalo de valores dos parâmetros entomológicos relacionados à pluviosidade, empregados nas equações do modelo matemático.

A análise de um modelo matemático desenvolvido por [Silva et al. \(2018\)](#) composto por quatro compartimentos cujas variáveis de estado são dependentes do tempo t e, que descreve o ciclo de vida do *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus* é efetuado de forma que os parâmetros são dependentes da pluviosidade e o termo não linear explicita a preferência da fêmea em não depositar seus ovos em criadouros com alta densidade larval. Nesse modelo, a população de ovos representada por E , é modelada em função da taxa de oviposição *per capita* e um termo logístico $\phi [1 - (E + A) / C]$, menos a taxa de desenvolvimento da população de ovos para a população aquática α_1 , a mortalidade *per capita* μ_E e a taxa de mortalidade adicional η_E da população de ovos. A população aquática (larvas e pupas) representada por A , é modelada em função da diferença entre a taxa de desenvolvimento da população de ovos para a população aquática α_1 e a soma da taxa de desenvolvimento da população aquática para a população de fêmeas pré-repasto sanguíneo α_2 , a taxa de mortalidade *per capita* μ_A e a mortalidade adicional η_A da população aquática. A população de fêmeas pré-repasto sanguíneo F_1 , flutua em função da diferença entre a taxa de desenvolvimento da população aquática, para a população de fêmeas pré-repasto sanguíneo α_2 e a soma da taxa de desenvolvimento da população de fêmeas pré-repasto sanguíneo para a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo α_3 , a taxa de mortalidade *per capita* μ_{F_1} e a taxa de mortalidade adicional η_{F_1} da população de fêmeas pré-repasto sanguíneo. A população de fêmeas pós-repasto sanguíneo F_2 , flutua em função da diferença entre a taxa de desenvolvimento da população de fêmeas pré-repasto sanguíneo para a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo α_3 , e a soma da taxa de mortalidade *per capita* μ_{F_2} e a taxa de mortalidade adicional η_{F_2} da população de fêmeas pós-repasto sanguíneo. A dependência dos parâmetros entomológicos do modelo com a pluviosidade foi baseada via leis de potência com um valor mínimo e máximo da pluviosidade. Embasado nesse modelo, dois pontos de equilíbrio são obtidos para essa população, um trivial e um não trivial em função da taxa líquida de reprodução básica Q_0 e a análise de sensibilidade de Q_0 . Em comparação, nosso modelo aborda de forma semelhante o desenvolvimento do *Aedes* spp. utilizando um sistema de equações diferenciais não lineares seguido de estudo dos pontos de equilíbrio, calculo da taxa líquida de reprodução básica, análise de estabilidade e sensibilidade, expandindo o estudo feito por Silva adicionando a influência da temperatura nos parâmetros relacionados ao ciclo de vida do vetor, a separação da população de ovos em ambientes distintos e o uso de um valor de referência máximo para a pluviosidade de acordo com o limite inferior para classificação de

biomas de florestas tropicais (1800 mm por ano) (BANIN; PHILLIPS; LEWIS, 2015).

O estudo de um modelo matemático entomológico compartimental produzido por Yang et al. (2009) é feito com parâmetros dependentes da temperatura e aplicáveis ao ciclo de vida do *Aedes aegypti*, que explora a oviposição, o estágio de transição da fase aquática abrangendo as fases de ovo, larva e pupa e a mortalidade em temperaturas distintas, composto por duas equações diferenciais não lineares que descreve a taxa de variação da população da fase aquática e da fase alada. O número de formas aquáticas no tempo t designada por A , é modelada em função da taxa de oviposição *per capita* e a capacidade de suporte $\phi (1 - A/C)$ menos a taxa de emergência π_q e a taxa de mortalidade *per capita* μ_q , enquanto que a população adulta de mosquitos fêmeas no tempo t designada por M , flutua em função da diferença entre a taxa de emergência π_q da população aquática e a taxa de mortalidade *per capita* μ_q da população adulta. Dois pontos de equilíbrio são obtidos para essa população, sendo um ponto de equilíbrio trivial e outro não trivial em função da taxa líquida de reprodução básica Q_0 . Em comparação nosso modelo investiga de forma semelhante o desenvolvimento do *Aedes* spp. utilizando um sistema de equações diferenciais e posteriores pontos de equilíbrio com estudo da prevalência do vetor, porém expandindo o estudo do modelo feito por Yang, levando em consideração a influência da pluviosidade acumulada nos parâmetros entomológicos e a separação da população de ovos em ambientes aquáticos e secos. As taxas diárias de desenvolvimento da fase aquática inteira e a mortalidade de mosquitos fêmeas em relação a temperatura encontradas no trabalho de Yang, são usadas para criar funções dependentes da temperatura que são utilizadas nos parâmetros entomológicos do modelo.

4 Metodologia

É apresentado neste capítulo a região de estudo, os dados e a metodologia utilizada no decorrer deste trabalho.

4.1 Coleta e tratamento de dados

4.1.1 Região de estudo

As cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas estão situadas no estado de Minas Gerais, Brasil. A [Figura 11](#) representa imagens do estado de Minas Gerais com as localizações das cidades no cenário de estudo.

Figura 11 – Estado de Minas Gerais com a localização dos municípios de: (a) Caratinga , (b) Lavras e (c) Sete Lagoas.



Fonte: Elaborado pela autora (2022) ¹.

A cidade de Caratinga que conta com a área de de 1.258,479 km² situa-se a 19°47'24" de latitude sul e 42°8'20" de longitude oeste e está a uma distância de 311 km a leste da capital, Belo Horizonte ([REBOITA et al., 2015](#)). No ano de 2010, a população total de Caratinga era de 85 239 habitantes e a população estimada em 2021 é de 93 124 pessoas ([IBGE, 2021](#)). A cidade de Caratinga apresenta clima tropical com inverno seco Aw de acordo com a classificação climática de Köppen. Apresenta estação chuvosa no verão de novembro a abril e nítida estação seca no inverno de maio a outubro em que julho é o mês mais seco ([MARTINS et al., 2018](#)). A temperatura média compensada anual é de 20 °C e a pluviosidade média é de 1122 mm por ano ([MOREIRA; VIEIRA; SILVA, 2017](#)).

A cidade de Lavras com extensão de 564,744 km² localiza-se a uma latitude 21°14'43" sul e a uma longitude 44°59'59" oeste, que pertence a região do Campo das vertentes ([REBOITA et al., 2015](#)). De acordo com o último censo de 2010, Lavras possuía 92.200 habitantes, em

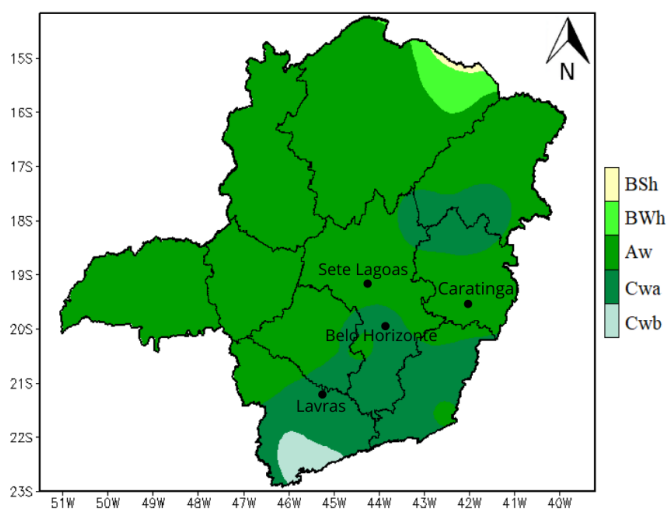
¹As Figuras 11 (a), 11 (b) e 11 (c) foram adaptadas e estão disponíveis em: <https://commons.wikimedia.org/wiki/Main_Page?uselang=pt-br>. Acesso em: out. 2021.

2021 o número de habitantes é de 105.756 (IBGE, 2021). A cidade de Lavras apresenta clima *Cwa*, temperado úmido tropical de altitude com inverno seco e verão quente de acordo com a classificação climática de Köppen, onde as temperaturas são superiores a 22 °C no verão e mais de 30 mm de chuva no mês mais seco (MARTINS et al., 2018). A temperatura média compensada anual é de 20,4 °C e 1460 mm por ano (DANTAS; CARVALHO; FERREIRA, 2007).

A cidade de Sete Lagoas está localizada a 19°27'57" de latitude sul e 44°14'49" de longitude oeste, localizada a aproximadamente 72 km de Belo Horizonte com uma área total de 536,928 km² (REBOITA et al., 2015). No ano de 2010 a população de sete Lagoas era de 214.152 habitantes e a população estimada em 2021 é de 243.950 habitantes (IBGE, 2021). O clima da cidade de Sete Lagoas é do tipo *Aw*, tropical de altitude, com verões quentes e chuvosos e invernos secos (MARTINS et al., 2018). A temperatura média compensada anual é de 21,1 °C e o índice pluviométrico anual é de 1463,7 mm por ano (JARDIM et al., 2019).

A Figura 12 ilustra as regiões do estado de Minas Gerais e as cidades no cenário de estudo de acordo com a classificação climática de Köppen considerando o clima presente nos anos de 1981–2010.

Figura 12 – Regiões do estado de Minas Gerais segundo a classificação climática de Köppen.



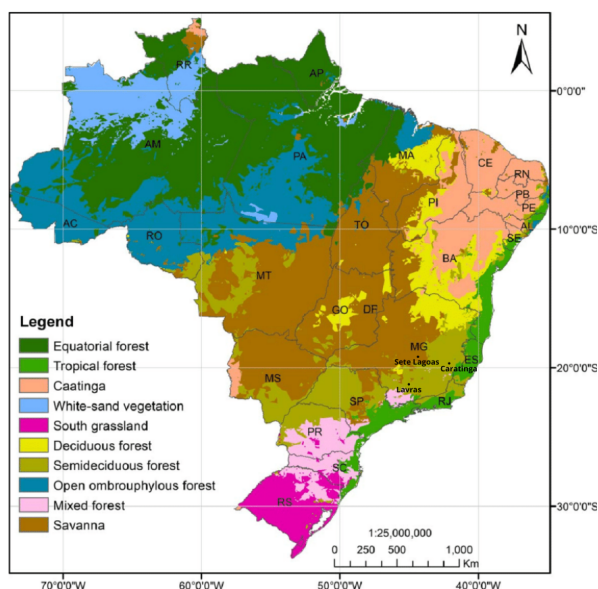
Fonte: Adaptado de Martins et al. (2018, p. 139).

4.1.2 Biomas, características climáticas e precipitação média anual para florestas tropicais, tropicais semidecíduais e cerrado

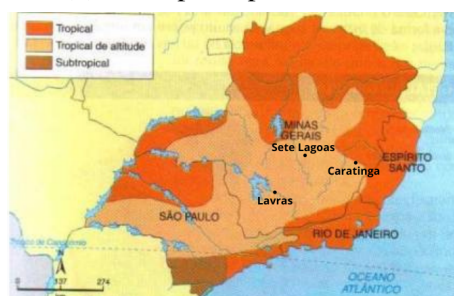
Existe uma grande diversidade entre os climas tropicais e subtropicais conforme a altitude e localização geográfica. Via de regra, climas tropicais são regularmente quentes com invernos secos e flutuações diárias de temperatura ultrapassando a variação anual, este fato ocorre quando a variação de temperatura diurna é muito grande. O clima subtropical é particularmente caracterizado por temperaturas anuais acima de 20 °C, com temperaturas médias abaixo de 20 °C durante o período mais frio do mês (PRETZSCH et al., 2014).

Figura 13 – Ilustração da distribuição espacial topográfica (a) dos biomas brasileiros (b) principais tipos de clima da região sudeste do Brasil e (c) da pluviosidade média anual, com indicações das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas (Minas Gerais, Brasil).

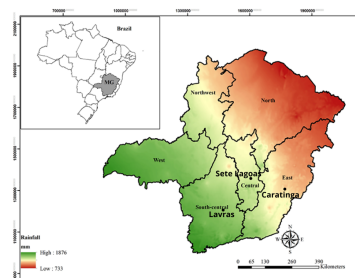
(a) Distribuição de biomas brasileiros.



(b) Principais tipos de clima.



(c) Precipitação média anual.



Fonte: Elaborado pela autora (2022) ².

As florestas tropicais ocorrem nas regiões dos trópicos, onde as temperaturas são sempre altas com precipitações abundantes e bem distribuídas com índices acima de 1800 mm por ano ao longo do ano com uma curta estação seca. As temperaturas médias em regiões de florestas tropicais estão entre 20 e 29 °C e, em nenhum mês, a temperatura média está abaixo de 18 °C. À medida que a sazonalidade aumenta fora da zona de convergência intertropical, as florestas tropicais decíduas ou semidecíduas, cuja precipitação anual varia de 800 a 1800 mm por ano, ocorrem onde há uma estação seca regular e pronunciada. Durante as chuvas algumas, muitas ou todas as árvores perdem suas folhas na estação seca. No Brasil, as florestas tropicais semidecíduas estão localizadas principalmente nos estados da Bahia, Espírito Santo, Minas Gerais e Rio de Janeiro (RAFFERTY et al., 2011; BANIN; PHILLIPS; LEWIS, 2015).

²A Figura 13 (a) foi adaptada de Arruda et al. (2017, p. 4), a Figura 13 (b) foi adaptada e está disponível em: <<https://regiaosudeste.wordpress.com/clima-e-vegetacao/>>. Acesso em: nov. 2021. A Figura 13 (c) foi adaptada de Scolforo et al. (2015, p. 5).

A savana brasileira ou cerrado concentra sua maior parte na região central do Brasil. O clima do cerrado é um clima tropical semiúmido, com precipitações médias de 800 a 2000 mm por ano e uma estação seca durante o inverno, aproximadamente nos meses de abril a setembro, enquanto as temperaturas médias anuais estão entre 18 a 28 °C (RATTER; RIBEIRO; BRIDGEWATER, 1997).

As cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas estão localizadas em regiões de florestas tropicais semidecíduais e do cerrado. A Figura 13 ilustra a distribuição espacial dos biomas brasileiros dos principais climas da região sudeste do Brasil e a média de precipitação anual do estado de Minas Gerais. As cidades estudadas neste trabalho estão indicadas nas Figuras (a), (b) e (c), onde se pode notar que Caratinga e Lavras possuem clima tropical de altitude e estão localizadas em regiões de florestas semidecíduais, e a cidade de Sete Lagoas está localizada em região de vegetação do cerrado, com classificação climática tropical de altitude.

4.1.3 Dados meteorológicos e de monitoramento entomológico

Os dados amostrais meteorológicos utilizados de pluviosidade acumulada $p(\text{mm})$ e temperatura média compensada $T(^{\circ}\text{C})$ por semana epidemiológica (SE) utilizados no modelo relacionados ao período de estudo, são provenientes do Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa (BDMEP) do Instituto Nacional de Meteorologia (INMET).

Os intervalo de tempo dos dados amostrais de variáveis meteorológicas e número de fêmeas capturadas das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas estão indicados na Tabela 1.

Tabela 1 – Intervalos de tempo em semanas epidemiológicas (SE) dos dados de temperatura média compensada (T), pluviosidade acumulada (p) e *IMFA*.

Cidade	Período (anos)
Caratinga	SE 23 a 52 de 2009 a SE 1 a 51 de 2010
Lavras	SE 09 a 52 de 2009 a SE 1 a 52 de 2010
Sete Lagoas	SE 12 a 52 de 2009 a SE 1 a 52 de 2010

O critério de escolha da região de estudo, foi determinado pela disponibilidade de dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes (IMFA)* nas respectivas cidades, coletados pelo sistema de monitoramento inteligente do *Aedes* (MI-*Aedes*) através da armadilha MosquiTRAP®. O índice equivale à razão entre o número de fêmeas de *Aedes* grávidas capturadas pela armadilha MosquiTRAP® e o número total de armadilhas investigadas na região de pesquisa (RESENDE; SILVA; EIRAS, 2010).

Durante o período de estudo das semanas epidemiológicas (SE), o *IMFA* foi gerado no programa MI-*Aedes* desenvolvido nos municípios pela empresa de biotecnologia Ecovec S.A (Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil). O número de armadilhas utilizadas no monitoramento da área urbana destas cidades foi de 162 em Caratinga, 245 em Lavras e 497 em Sete Lagoas. As armadilhas MosquiTRAP® foram instaladas nas áreas externas das residências da área de

estudo, obedecendo a distância mínima padrão de 250 m entre as armadilhas e inspecionadas semanalmente. Devido ao fato de que a maior parte das fêmeas capturadas pela armadilha MosquiTRAP® serem fêmeas em fase de oviposição, a validação foi reduzida à comparação entre a evolução da população de fêmeas pós-repasto sanguíneo simulada no modelo matemático respectivo com três compartimentos, e os dados amostrais de *IMFA* no cenário de estudo das três cidades.

A [Tabela 2](#) mostra os dados relacionados à variação mínima e máxima de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de *IMFA* relacionadas às cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas.

Tabela 2 – Valores relacionados às variações de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de *IMFA* de acordo com a dinâmica simulada no cenário de estudo das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas.

Cidade	Variação de precipitação acumulada	Variação de temperatura média compensada	Variação de <i>IMFA</i>
Caratinga	0 a 143,3 mm	15,02 a 26,17 °C	0,01875 a 0,30921
Lavras	0 a 147,0 mm	14,75 a 24,80 °C	0 a 0,90638
Sete Lagoas	0 a 236,3 mm	16,08 a 25,33 °C	0,03219 a 0,61893

As Figuras (14), (15) e (16) mostram gráficos das séries temporais de temperatura média compensada, precipitação acumulada e de *IMFA*, de acordo com os valores da [Tabela 2](#) no devido cenário de estudo das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil. A evolução dos dados amostrais de *IMFA* exibiu para todas as cidades variações com alguns aspectos da evolução dos índices pluviométricos e, também, de temperatura média compensada.

Figura 14 – Séries temporais de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* relacionadas às semanas epidemiológicas SE (23–52) de 2009 e a SE (1–51) de 2010 da cidade de Caratinga.

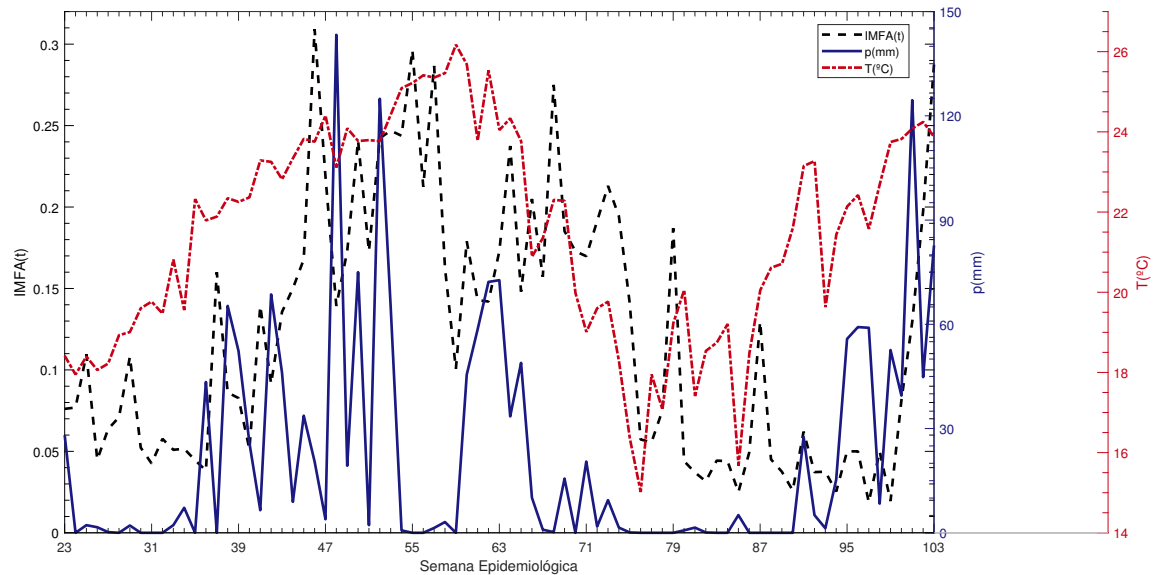


Figura 15 – Séries temporais de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* relacionadas às semanas epidemiológicas SE (9–52) de 2009 e a SE (1–52) de 2010 da cidade de Lavras.

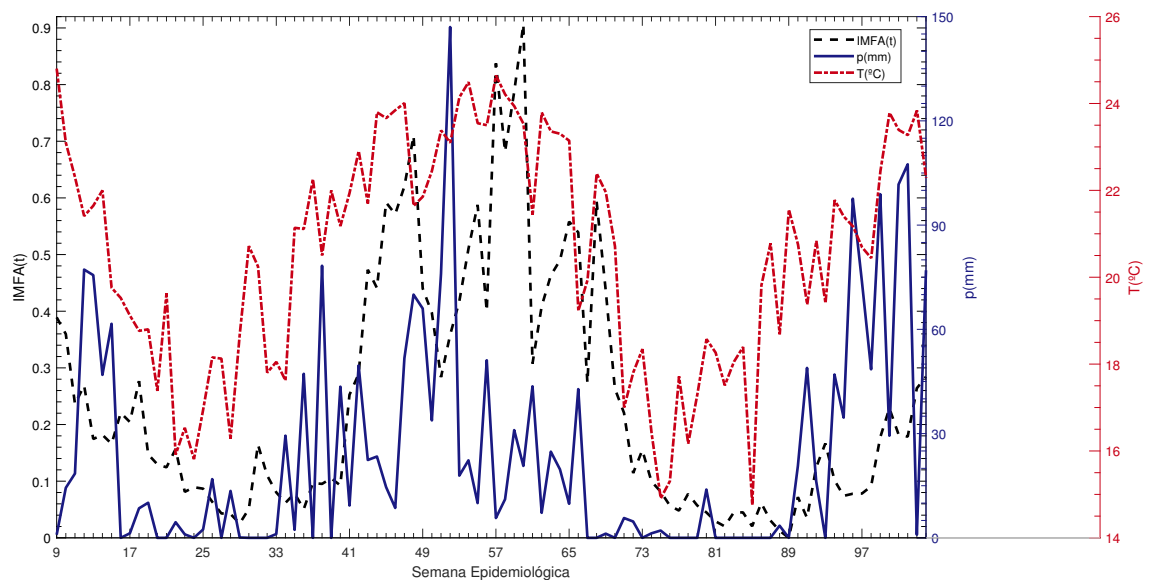
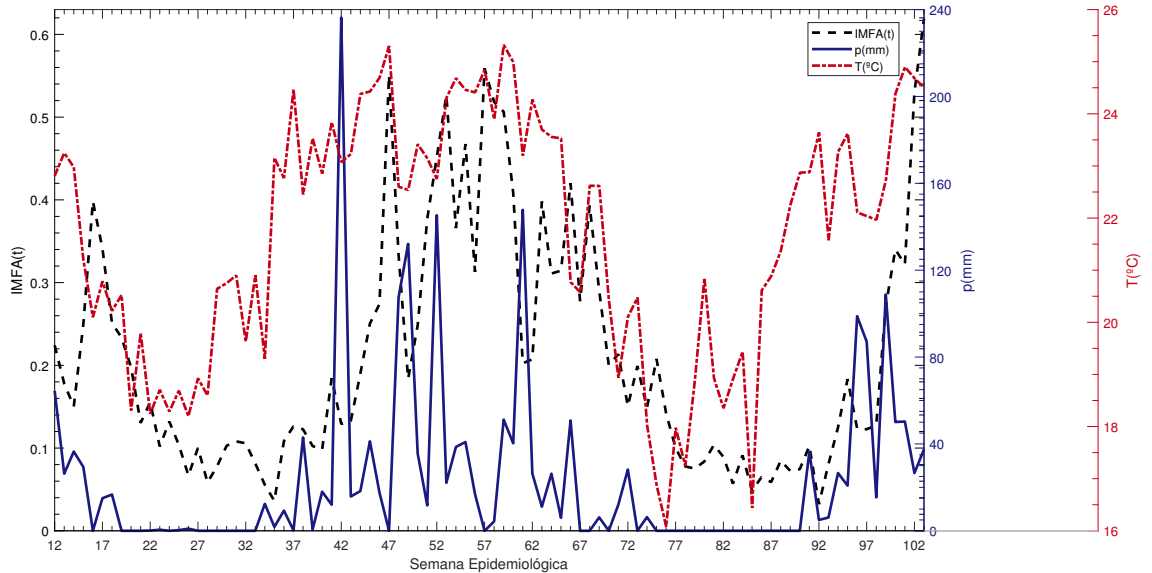


Figura 16 – Séries temporais de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* relacionadas às semanas epidemiológicas SE (12–52) de 2009 a SE (1–52) de 2010 da cidade de Sete Lagoas.



4.2 Análise estatística

4.2.1 Magnitude do coeficiente de correlação

A medida de associação em estatística é qualquer um dos vários fatores ou coeficientes usados para medir a força e a direção entre as variáveis. Na associação, uma variável fornece informações sobre outra. Quando duas variáveis não são independentes elas são associadas, sua associação pode ser fraca ou forte. Uma medida de associação pode ser determinada por diversas análises incluindo análise de correlação linear (ENCYCLOPAEDIA BRITANNICA, 2019; HEUMANN; SCHOMAKER et al., 2016).

A correlação é mensurada por uma estatística denominada coeficiente de correlação, que representa a magnitude de uma relação linear entre duas variáveis, também conhecida como r .

Suponha duas variáveis X e Y medidas em uma escala temporal contínua e linearmente relacionadas como $Y = a + bX$, onde a e b são valores constantes. O coeficiente de correlação $r(X, Y) = r$, mede o grau da relação linear entre as variáveis X e Y utilizando

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{\text{var}(X) \cdot \text{var}(Y)}},$$

para uma série de n medições de X e Y , x_i e y_i para $i = 1, 2, \dots, n$, com as médias amostrais das

variáveis X e Y definidas por

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

e

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n y_i.$$

O coeficiente de correlação r é também conhecido como coeficiente de correlação de Pearson ou coeficiente de correlação produto-momento. O coeficiente de correlação é independente das unidades de medidas de X e Y e se refere a uma quantidade adimensional (MUKAKA, 2012). O coeficiente r é simétrico, ou seja, $r(X, Y) = r(Y, X)$ e assume valores na faixa $-1 \leq r \leq 1$. Se todos os pontos em um gráfico de dispersão estiverem exatamente em uma linha reta, a relação linear (correlação) entre X e Y é perfeita e $|r| = 1$. Se a relação entre X e Y é perfeitamente linear e crescente, então $r = +1$. Caso a relação seja perfeitamente linear e decrescente (anticorrelação), então $r = -1$. Os sinais de r indicam a direção da associação. Caso r esteja próximo de zero, significa que as variáveis são independentes ou a relação não é linear. Note que $r(X, X) = 1$ e $r(X, -X) = -1$ (HEUMANN; SCHOMAKER et al., 2016).

A Figura 17 mostra diversos tipos de intensidades dos coeficientes de correlação e apresenta a ideia de que -1 é tão forte quanto $+1$. Valores negativos simplesmente indicam a direção da associação, onde à medida que uma variável aumenta, a outra diminui. Quanto mais próximo o valor do módulo do coeficiente de correlação é de $+1$ ou -1 , mais forte é a relação. Quanto mais próximo de zero (nenhuma relação), mais desprezível a correlação. O coeficiente de correlação mede o quão profundamente os pontos se alinham (DANCEY; REIDY, 2017).

Figura 17 – Ilustração do nível de intensidade dos coeficientes de correlação positivos e negativos.

Perfect	+1	-1
Strong	+0.9	-0.9
	+0.8	-0.8
	+0.7	-0.7
Moderate	+0.6	-0.6
	+0.5	-0.5
	+0.4	-0.4
Weak	+0.3	-0.3
	+0.2	-0.2
	+0.1	-0.1
Zero	0	

Fonte: Dancey e Reidy (2017, p. 182)

Baseado nestas informações, o coeficiente de correlação r será chamado de M (denominamos M a magnitude das correlações aqui neste estudo) e será utilizada aqui neste trabalho para investigar a intensidade das relações entre as variáveis meteorológicas e a população de fêmeas em fase de oviposição. A magnitude do coeficiente de correlação M pode ser classificada de acordo com a Tabela 3.

Tabela 3 – Regra para interpretar a magnitude do coeficiente de correlação M .

Tamanho da correlação	Interpretação
$0,01 \leq M < 0,09$	a correlação é desprezível
$0,1 \leq M < 0,39$	a correlação é fraca
$0,4 \leq M < 0,69$	a correlação é moderada
$0,7 \leq M < 0,99$	a correlação é forte
$ M = 1$	a correlação é perfeita

4.2.2 Correlação cruzada

No âmbito das séries temporais, as variáveis podem estar correlacionadas, mas com atrasos relativos entre as ocorrências configuradas nas séries e não de maneira imediata. Este efeito de atraso é comum quando as ocorrências de uma série temporal conservam alguma relação causal com os acontecimentos da outra série. Uma terceira variável pode exercer influência causando os eventos das duas séries, que reagem variando cada uma, com um atraso distinto. A probabilidade de existir uma variação acidental não é descartada. Neste cenário, faz-se necessário uma translação relativa entre as séries de um *Lag*. Os conceitos definidos aqui são baseados nos trabalhos de [Box et al. \(2016\)](#) e [Dettling \(2020\)](#).

A covariância cruzada é a medida que descreve a quantidade de dependência linear entre dois processos de séries temporais. A definição de autocovariâncias de cada uma das duas séries com defasagem k , representadas por $\gamma_{xx}(k)$ e $\gamma_{yy}(k)$ é

$$\gamma_{xx}(k) = \text{Cov}(X_{t+k}, X_t), \quad \gamma_{yy}(k) = \text{Cov}(Y_{t+k}, Y_t).$$

A covariância cruzada entre as séries X e Y no Lag k são dadas por

$$\gamma_{xy}(k) = \text{Cov}(X_{t+k}, Y_t), \quad \gamma_{yx}(k) = \text{Cov}(Y_{t+k}, X_t), \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Devido a estacionariedade das séries temporais, as covariâncias cruzadas $\gamma_{xy}(k)$ e $\gamma_{yx}(k)$ não dependem do tempo t . Além do mais, existem simetrias evidentes na covariância cruzada

$$\gamma_{xy}(-k) = \text{Cov}(X_{t-k}, Y_t) = \text{Cov}(X_t, Y_{t+k}) = \gamma_{yx}(k).$$

Precisamos definir somente uma função $\gamma_{xy}(k)$ para $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Trabalharemos com as correlações por serem livres de escala e, portanto, mais fáceis de interpretar. As correlações cruzadas podem ser obtidas padronizando as covariâncias cruzadas

$$\rho_{xy}(k) = \frac{\gamma_{xy}(k)}{\sqrt{\gamma_{xx}(0) \gamma_{yy}(0)}} \quad \text{e} \quad \rho_{yx}(k) = \frac{\gamma_{yx}(k)}{\sqrt{\gamma_{xx}(0) \gamma_{yy}(0)}}.$$

Obtemos simetria nessas funções também, $\rho_{xy}(-k) = \rho_{yx}(k)$ e as correlações cruzadas são limitadas no intervalo -1 e $+1$, ou seja, $|\rho_{xy}(k)| \leq 1$. Para pares de dados $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots$,

(x_n, y_n) , uma estimativa $\hat{\gamma}_{xy}(k)$ de covariâncias cruzadas e correlações cruzadas no atraso k é fornecida por

$$\hat{\gamma}_{xy}(k) = \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (x_t - \bar{x})(y_{t+k} - \bar{y}), & k = 0, 1, 2, \dots \\ \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n+k} (y_t - \bar{y})(x_{t-k} - \bar{x}), & k = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$$

onde $\bar{x}$ e $\bar{y}$ são as médias amostrais das séries X e Y , respectivamente. Os desvios padrão da amostra da série são

$$S_x = \sqrt{\hat{\gamma}_{xx}(0)}, \quad \text{onde} \quad \hat{\gamma}_{xx}(0) = \text{var}(x),$$

e

$$S_y = \sqrt{\hat{\gamma}_{yy}(0)}, \quad \text{onde} \quad \hat{\gamma}_{yy}(0) = \text{var}(y),$$

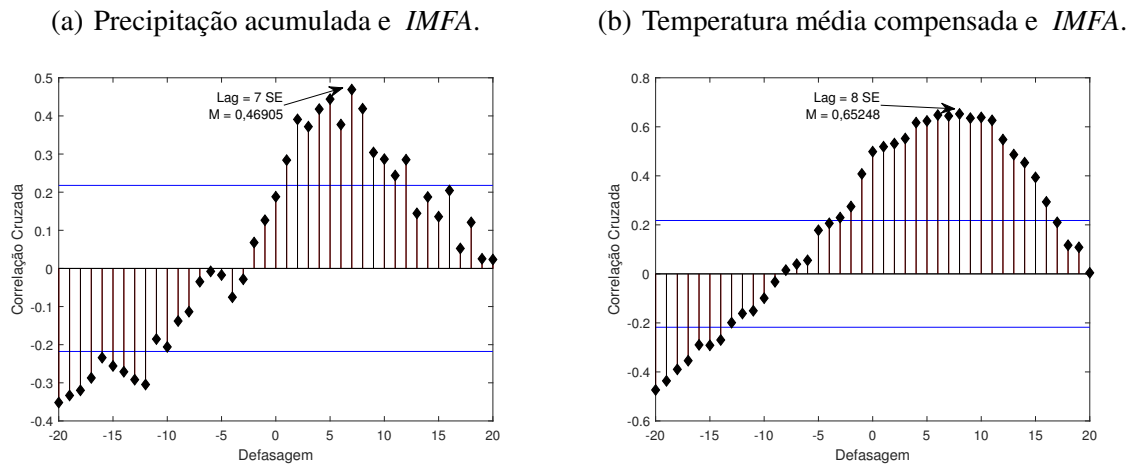
que produz uma estimativa da correlação cruzada como

$$r_{xy}(k) = \frac{\hat{\gamma}_{xy}(k)}{S_x S_y}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Um exemplo para esse fato, é que um aumento na temperatura crítica mínima associado a um período chuvoso pode causar proliferação de ovos e mosquitos, porém somente após um período de defasagem de três semanas o número de ovos e a densidade do vetor aumentará. Este período de defasagem (*Lag*) de aproximadamente três semanas, condiz com o período fundamental para o desenvolvimento da fase aquática inteira até a fase alada gerando novas populações de *Aedes* spp. (ESTALLO et al., 2015). A defasagem refere-se a quanto as séries são deslocadas e seu sinal determina qual série é deslocada. À medida que a defasagem aumenta, o número de correlações possíveis diminui porque as séries pendem nas extremidades e não se sobrepõem. O valor da defasagem com o coeficiente de correlação mais alto corresponde ao melhor ajuste entre as duas séries.

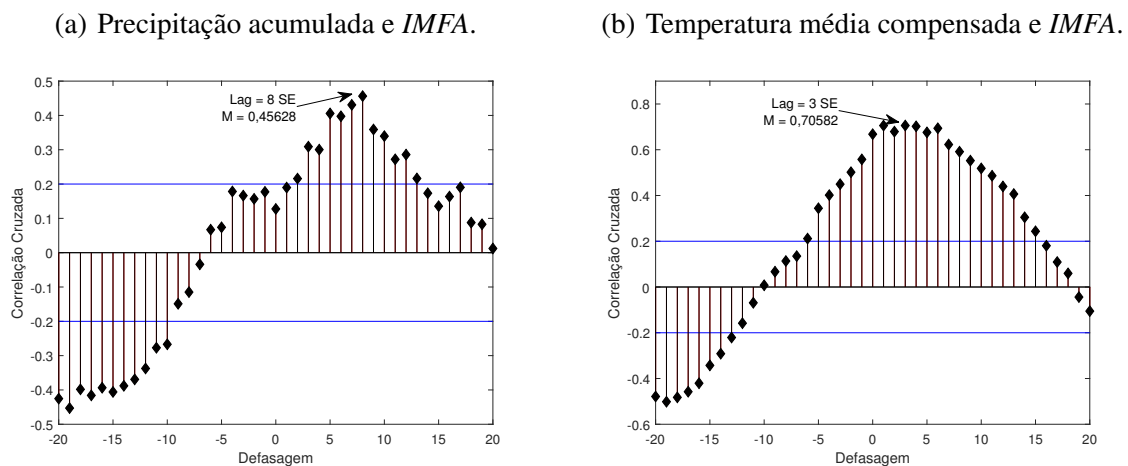
As Figuras (18), (19) e (20) mostram a defasagem (*Lag*) e a correlação cruzada, onde a defasagem positiva corresponde à máxima correlação cruzada entre os dados M , que é utilizada para avaliar a relação de dependência entre as variáveis meteorológicas (temperatura e pluviosidade) e a população de fêmeas *Aedes* com grau de confiança de aproximadamente 95% e limites de confiança superior e inferior aproximados, representados pelas linhas horizontais no gráfico de correlação cruzada no cenário de estudo das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas.

Figura 18 – Correlação cruzada e séries temporais de (a) Precipitação acumulada e *IMFA* (b) Temperatura média compensada e *IMFA* relacionadas às semanas epidemiológicas SE (23–52) de 2009 a SE (1–51) de 2010 da cidade de Caratinga.



A Figura 18 (a) mostra que os *Lags* significativos se encontram no intervalo de 1 a 12 semanas epidemiológicas (SE), com pico no *Lag* 7 SE. Na Figura 18 (b) os *Lags* significativos variam de 0 a 16 semanas epidemiológicas, com pico no *Lag* 8 SE. De acordo com a classificação da Tabela 3, a intensidade da correlação *M* é moderada em relação a temperatura e pluviosidade para a cidade de Caratinga. Tais resultados sugerem haver correlação cruzada significativa entre as variáveis meteorológicas e *IMFA*.

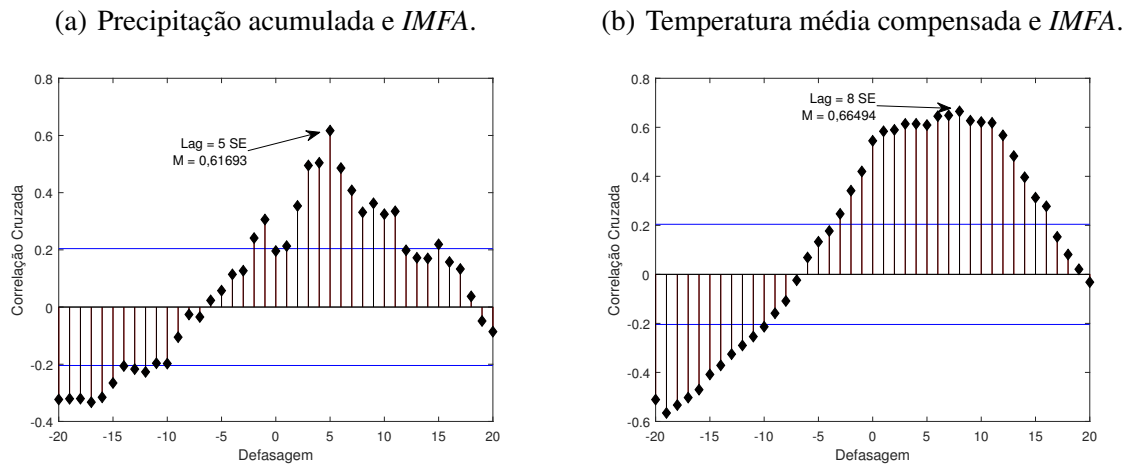
Figura 19 – Correlação cruzada e séries temporais de (a) Precipitação acumulada e *IMFA* (b) Temperatura média compensada e *IMFA* relacionadas às semanas epidemiológicas SE (9–52) de 2009 a SE (1–52) de 2010 da cidade de Lavras.



A Figura 19 (a) mostra que os *Lags* significativos se encontram no intervalo de 2 a 13 semanas epidemiológicas (SE), com pico no *Lag* 8 SE. Na Figura 19 (b) os *Lags* significativos variam de 0 a 15 semanas epidemiológicas, com pico no *Lag* 3 SE. De acordo com a classificação da Tabela 3, a intensidade da correlação *M* é moderada em relação a pluviosidade e forte no

que se refere a temperatura para a cidade de Lavras. Tais resultados sugerem haver correlação cruzada significativa entre as variáveis meteorológicas e *IMFA*.

Figura 20 – Correlação cruzada e séries temporais de (a) Precipitação acumulada e *IMFA* (b) Temperatura média compensada e *IMFA* relacionadas às semanas epidemiológicas SE (12–52) de 2009 a SE (1–52) de 2010 da cidade de Sete Lagoas.



A Figura 20 (a) mostra que os *Lags* significativos se encontram no intervalo de 1 a 11 semanas epidemiológicas (SE), com pico no *Lag* 5 SE. Na Figura 20 (b) os *Lags* significativos variam de 0 a 16 semanas epidemiológicas, com pico no *Lag* 8 SE. De acordo com a classificação da Tabela 3, a intensidade da correlação *M* é moderada em relação a temperatura e pluviosidade para a cidade de Sete Lagoas. Tais resultados sugerem haver correlação cruzada significativa entre as variáveis meteorológicas e *IMFA*.

5 Métodos matemáticos e computacionais

É tratado neste capítulo, uma investigação teórico-numérica em um modelo matemático compartimental entomológico composto por três equações diferenciais não lineares que descreve o ciclo de vida do *Aedes* spp., com dependência nos parâmetros entomológicos de pluviosidade acumulada e temperatura média compensada por unidade de semana epidemiológica. O modelo refere-se à influência da pluviosidade acumulada e da temperatura média compensada nas taxas de oviposição da fêmea, desenvolvimento da fase aquática inteira, mortalidade de ovos em ambientes secos e aquáticos e mortalidade da fêmea do *Aedes*. O valor da taxa líquida de reprodução básica do vetor, foi determinado pela matriz de próxima geração e pelo método do termo constante do polinômio característico. Foram realizados estudos de equilíbrio, estabilidade e análise de sensibilidade, com o objetivo de verificar se o modelo é admissível e predizível. Os resultados são validados por comparação com dados experimentais de capturas de fêmeas *Aedes* no cenário de estudo das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil.

5.1 Modelo matemático

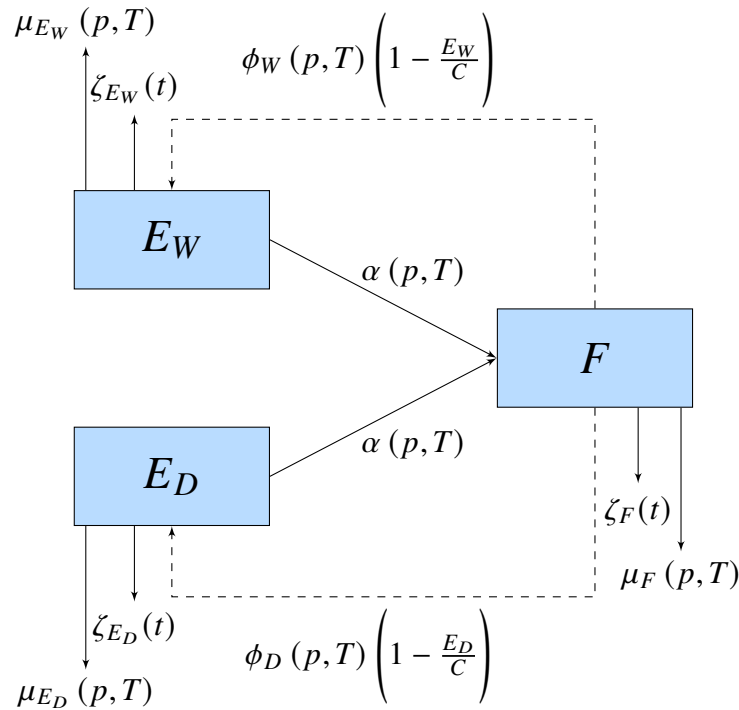
O modelo apresentado, tem por objetivo descrever a dinâmica de oviposição da fêmea do mosquito *Aedes* spp. e a escolha do local para efetuar a postura de ovos, que pode ocorrer em ambientes aquáticos e secos. Por simplicidade, a população da fase aquática do mosquito (larvas e pupas) foi reduzida apenas às populações de ovos. O modelo é representado por um sistema determinístico baseado em equações diferenciais não lineares com três compartimentos onde, $E_W(t)$ representa a população de ovos em ambientes aquáticos, $E_D(t)$ representa a população de ovos em ambientes secos e $F(t)$ representa a população de mosquitos fêmeas pós-repasto sanguíneo. O sistema é não autônomo, uma vez que parte de seus coeficientes dependem de variáveis meteorológicas que dependem do tempo. Essas variáveis meteorológicas serão substituídas por valores semanais de uma determinada região no cenário de estudo e estas relações são exatas em cada período que as taxas permaneçam constantes e podemos considerar o modelo autônomo a cada semana.

Os parâmetros entomológicos relacionados às taxas de mortalidade per capita de ovos em ambientes aquáticos e secos, são dados respectivamente por μ_{E_W} e μ_{E_D} . A taxa de mortalidade per capita de mosquitos fêmeas é dada por μ_F . A taxa de oviposição da fêmea pós-repasto sanguíneo F é proporcional a sua densidade, além disso, normalizada pela capacidade efetiva que irá depender de potenciais criadouros do mosquito. Supondo neste modelo que a taxa de oviposição em ambiente aquático por unidade de fêmea é representada por $\phi_W(1 - E_W/C)$, onde ϕ_W é a taxa de oviposição intrínseca em ambientes aquáticos, e a taxa de oviposição em ambientes secos por unidade de fêmea é representada por $\phi_D(1 - E_D/C)$, onde ϕ_D é a taxa de oviposição intrínseca em ambientes secos, e C é a capacidade de suporte do ambiente

relacionada a quantidade de nutrientes, espaço, dentre outros fatores. As populações de ovos E_W e E_D desenvolvem-se a uma taxa per capita α , que corresponde a fase aquática inteira do ovo até a fase alada da fêmea, onde há uma proporção da população de ovos desenvolvidos em ambientes aquáticos e outra em ambientes secos. As taxas de mortalidade adicional per capita devido a adição de controle nas respectivas populações, são representadas por ζ_{E_W} , ζ_{E_D} e ζ_F . Baseado nestas hipóteses biológicas, formulamos um modelo matemático com dependência da pluviosidade acumulada $p = p(t)$ e temperatura média compensada $T = T(t)$, para a dinâmica populacional do *Aedes* spp. em ambientes aquáticos e secos.

A Figura 21 representa o diagrama de fluxo representado mais adiante pelo modelo matemático (1) para o ciclo de vida do vetor com as interações entre os compartimentos com parâmetros dependentes de variáveis meteorológicas. As transições biológicas que incluem a postura de ovos em ambientes aquáticos e secos da população de fêmeas pós-repasto sanguíneo, são representadas pelas setas tracejadas. As transições que incluem o desenvolvimento aquático relacionado à passagem da fase de ovo até atingir a forma alada da fêmea, são representadas pelas setas sólidas. Incide sobre cada compartimento taxas de mortalidade e mortalidade adicional devido a adição de controle.

Figura 21 – Diagrama de fluxo da dinâmica populacional do *Aedes* spp. com dependência da pluviosidade p e da temperatura média compensada T do modelo matemático (1).



O sistema de equações diferenciais não lineares que descreve a dinâmica das populações de *Aedes* spp. com dependência da pluviosidade p e da temperatura média compensada T é representado por

$$\begin{aligned}\frac{dE_W}{dt} &= \phi_W(p, T) \left(1 - \frac{E_W}{C}\right) F - (\mu_{E_W}(p, T) + \alpha(p, T) + \zeta_{E_W}(t)) E_W, \\ \frac{dE_D}{dt} &= \phi_D(p, T) \left(1 - \frac{E_D}{C}\right) F - (\mu_{E_D}(p, T) + \alpha(p, T) + \zeta_{E_D}(t)) E_D, \\ \frac{dF}{dt} &= \alpha(p, T) (E_W + E_D) - (\mu_F(p, T) + \zeta_F(t)) F.\end{aligned}\tag{1}$$

A definição com sentido biológico para a região do espaço de estados do modelo matemático (1) é

$$\Psi = \{(E_W, E_D, F) \in \mathbb{R}^3 \mid E_W \geq 0; E_D \geq 0; F \geq 0; 0 < E_W < C \text{ e } 0 < E_D < C\}.$$

Com isso, as populações de fêmeas pós-repasto sanguíneo são não negativas e as populações de ovos não ultrapassam a capacidade de suporte do ambiente.

5.2 Parametrização

5.2.1 Ajuste dos parâmetros entomológicos dependentes da temperatura por modelo gaussiano e pelo método dos mínimos quadrados

Determinados parâmetros do ciclo de vida do *Aedes* spp. são sensíveis à temperatura (T). A sensibilidade do desenvolvimento do *Aedes* em relação à temperatura representada através de funções matemáticas, são descritas em vários trabalhos (LIU-HELMERSSON et al., 2014). Nesta subseção, discutimos a derivação de funções dependentes da temperatura para os parâmetros das populações do modelo matemático (1).

Para explorar a relação entre os parâmetros entomológicos e a temperatura, priorizamos aproximações por funções polinomiais e modelos gaussianos que são funções estabelecidas em outras literaturas (JIA et al., 2016; CORDEIRO et al., 2021). A justificativa para a escolha destas funções é a simplicidade, conjecturando a relação simples com um número menor de parâmetros livres. O modelo Gaussiano foi uma alternativa razoável neste quesito para ajustar as taxas de oviposição e desenvolvimento. Por motivo análogo, a alternativa mais plausível para o ajuste das taxas de mortalidade, foi o polinômio de grau 2 côncavo para cima.

Os modelos gaussianos são baseados na distribuição normal que se ajustam ao pico dos dados e são representados por

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma} \exp \left[-\frac{(x - X)^2}{2\sigma^2} \right].\tag{2}$$

Esta função especificada por duas constantes X e σ é conhecida como Gaussiana. A função é simétrica em relação a X , tem seu valor máximo em X e tende rapidamente a zero quando $|x - X|$ torna-se grande comparado a σ (SQUIRES, 2001).

As funções polinomiais consistem em uma aplicação da teoria do Problema de Mínimos Quadrados Linear. O conjunto de dados obtidos em um experimento pode envolver erros, surgindo a necessidade de se ajustar a curva a estes dados, priorizando uma função de aproximação que melhor descreva a particularidade deste conjunto, a escolha desta função pode ser feita com base na visualização do conjunto de dados plotados no gráfico cartesiano (diagrama de dispersão), optando pela curva que melhor se ajusta a estes dados.

De acordo com (RUGGIERO; LOPES, 1997), o problema do ajuste de curvas quando temos um conjunto de pontos $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), \dots, (x_m, f(x_m))$ com $x_1, x_2, \dots, x_m$, pertencentes a um intervalo $[a, b]$, constitui-se em priorizar n funções $g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x)$, contínuas em $[a, b]$, obter n constantes $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ tais que a função $P(x) = \alpha_1 g_1(x) + \alpha_2 g_2(x) + \dots + \alpha_n g_n(x)$ aproxime-se ao máximo de $f(x)$.

Os coeficientes a determinar $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ aparecem linearmente, então dizemos que este é um modelo matemático linear, embora as funções $g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x)$ possam ser funções não lineares de x . Priorizadas as funções $g_1(x), g_2(x), \dots, g_n(x)$, devemos estabelecer o conceito de proximidade entre as funções $P(x)$ e $f(x)$ para obter as constantes $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, que pode ser feito declarando que o resíduo $(f(x_i) - P(x_i))$ seja mínimo para $i = 1, 2, \dots, m$.

Podemos escrever o problema dos mínimos quadrados como problema da minimização dos resíduos quadrados (BEILINA; KARCHEVSKII; KARCHEVSKII, 2017)

$$\|r\|^2 = \sum_{i=1}^m r_i^2 = \sum_{i=1}^m (f(x_i) - P(x_i))^2. \quad (3)$$

O objetivo é encontrar o mínimo desses resíduos utilizando quadrados mínimos

$$\min_x \|r\|^2 = \min_x \sum_{i=1}^m r_i^2 = \min_x \sum_{i=1}^m (f(x_i) - P(x_i))^2.$$

O cálculo dos coeficientes dos termos da função de aproximação $P(x)$ pelo método dos mínimos quadrados para ajuste de curvas descrito por Datta (1995), está relatado a seguir.

A partir dos dados experimentais obtidos, considere que o polinômio de grau n , para $n \leq m$

$$P(x) = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \dots + \alpha_n x^n, \quad (4)$$

seja o polinômio que melhor ajusta o conjunto de dados. Para efetuar o ajuste devemos minimizar a soma dos quadrados dos resíduos

$$r = \sum_{i=1}^m \left(f(x_i) - \alpha_0 - \alpha_1 x_i - \alpha_2 x_i^2 - \dots - \alpha_n x_i^n \right)^2. \quad (5)$$

Devemos ter então

$$\frac{\partial r}{\partial \alpha_i} = 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (6)$$

a qual fornece um sistema de $n + 1$ equações normais. As equações normais derivadas de (6) são:

$$\begin{cases} \alpha_0 n + \alpha_1 \sum_{i=1}^m x_i + \dots + \alpha_n \sum_{i=1}^m x_i^n = \sum_{i=1}^m y_i \\ \alpha_0 \sum_{i=1}^m x_i + \alpha_1 \sum_{i=1}^m x_i^2 + \dots + \alpha_n \sum_{i=1}^m x_i^{n+1} = \sum_{i=1}^m x_i y_i \\ \vdots \\ \alpha_0 \sum_{i=1}^m x_i^n + \alpha_1 \sum_{i=1}^m x_i^{n+1} + \dots + \alpha_n \sum_{i=1}^m x_i^{2m} = \sum_{i=1}^m x_i^n y_i \end{cases} \quad (7)$$

Reescrevendo as equações normais (7) na forma matricial obtemos:

$$\begin{bmatrix} S_0 & S_1 & \dots & S_n \\ S_1 & S_2 & \dots & S_{n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_n & S_{n+1} & \dots & S_{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

onde $S_k = \sum_{i=1}^m x_i^k$, $k = 0, 1, \dots, 2n$ e as entradas do lado direito representadas respectivamente por $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n$ e $S_0 = n$. Este é um sistema de $(n + 1)$ equações e $(n + 1)$ incógnitas $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$, e relaciona-se a um sistema de equações normais onde a matriz de Vandermonde V é representada por

$$V = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & \dots & x_1^n \\ 1 & x_2 & \dots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_m & \dots & x_m^n \end{bmatrix}$$

assim, o sistema (8) torna-se

$$V^T V \alpha = \beta, \quad (9)$$

onde $\alpha = (\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n)^T$, e $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n)^T$. Este é um sistema de equações normais, se os x_i com $i = 1, 2, \dots, m$ são todos distintos, a matriz V de Vandermonde terá posto completo, e α é a solução de mínimos quadrados para o sistema (9).

O grau do polinômio n deve ser escolhido de forma apropriada afim de obter boas aproximações para a função ajustada, pois pode ocorrer mau condicionamento da matriz de equações normais e haverá problemas de arredondamento, ou seja, uma pequena perturbação relativa nos

dados que implicará em um considerável erro relativo na solução independentemente do método utilizado para resolver o problema. As matrizes de Vandermonde tornam-se gradativamente mal condicionadas à medida que a ordem das matrizes aumenta (DATTA, 1995). Conforme o grau do polinômio aumenta, melhor se torna o ajuste porque o valor de $\|r\|^2$ é reduzido. Porém, aumentar o grau do polinômio pode aumentar o número de extremos gerando valores negativos para a função polinomial. Outro motivo para evitar polinômios de grau muito alto é que eles vão ajustar os erros contidos nos dados.

Considerando a variável $x = T$ e que os valores dos parâmetros correspondem a $f(x)$, a dependência dos parâmetros do modelo matemático (1) em relação a temperatura T , são calculadas utilizando o software MATLAB®, onde os modelos gaussianos foram ajustados usando a função `fit` e as aproximações polinomiais foram ajustadas utilizando a função `polyfit`.

Tabela 4 – Estimativas dos parâmetros entomológicos relacionados as taxas de oviposição em ambientes aquáticos ϕ_W e secos ϕ_D da fêmea do *Aedes* spp. em relação à temperatura $T(^{\circ}\text{C})$.

$T\ (^{\circ}\text{C})$	$\phi_W\ (\text{dias}^{-1})$	$\phi_D\ (\text{dias}^{-1})$
10	–	–
16	0,395896	0,301104
17	0,602080	0,457920
18	0,856544	0,651456
19	1,158720	0,881280
20	1,503496	1,143504
21	1,886328	1,434672
22	2,298696	1,748304
23	2,731512	2,077488
24	3,172848	2,413152
25	3,608504	2,744496
26	4,022576	3,059424
27	4,396888	3,344112
28	4,710992	3,583008
29	4,943872	3,760128
30	5,070536	3,856464
31	5,064288	3,851712
32	4,897296	3,724704
33	4,538888	3,452112
34	3,956688	3,009312
35	3,116616	2,370384
36	1,981184	1,506816
40	–	–

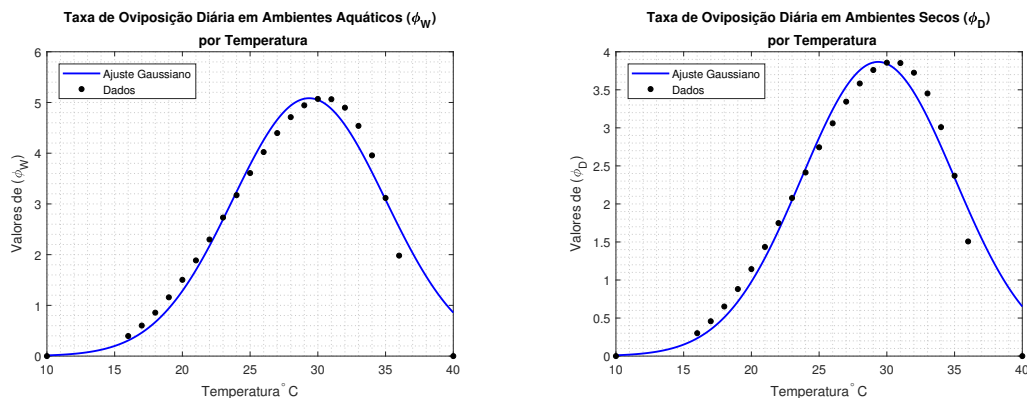
Calculamos as taxas de oviposição em ambientes aquáticos e secos utilizando as respectivas porcentagens encontradas no trabalho de Abreu (2010), onde verificou-se que quanto maior a disponibilidade de criadouros, maior a preferência das fêmeas em depositar seus ovos na água. Nesse experimento, foram utilizadas fêmeas adultas de 5 a 10 dias de idade e três dias pós-repasto sanguíneo, que é o período necessário para maturação dos ovos. Foi liberada uma fêmea grávida

por um período de 96 horas onde ocorreu a oviposição de aproximadamente 72 ovos por fêmea em condições de semi-campo, na qual observou-se que 56,8 % desses ovos foram depositados na água e 43,2 % foram depositados na palheta (seco). Os valores das taxas de oviposição em função da temperatura foram calculados a partir dos dados obtidos no trabalho de [Esteva e Yang \(2015\)](#), de acordo com a [Tabela 4](#).

O limite térmico inferior de desenvolvimento do vetor é 10,4 °C, onde não há oviposição, a temperatura ótima é 29,7 °C, com limite térmico superior para a fêmea do *Aedes* de 40 °C ([REINHOLD; LAZZARI; LAHONDÈRE, 2018](#)).

Com base nos dados do diagrama de dispersão da [Tabela 4](#), ajustamos a taxa de oviposição em ambientes distintos ϕ_W e ϕ_D em função da temperatura com uma função Gaussiana. A [Figura 22](#) apresenta um ligeiro deslocamento à esquerda com o pico dos dados em torno de 29 °C, que de acordo com a literatura, representa a temperatura ótima para o desenvolvimento do vetor.

Figura 22 – Ajuste gaussiano dos valores das taxas de oviposição em ambientes aquáticos ϕ_W e secos ϕ_D como uma função da temperatura.

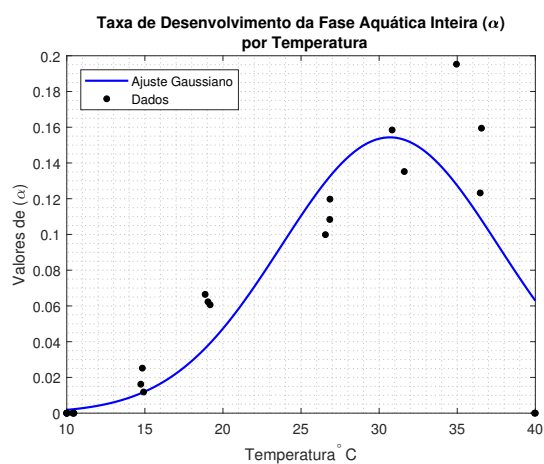


A estimação dos coeficientes a , b e c em unidades (dias⁻¹) com 95% de limites de confiança para a taxa de oviposição em ambientes aquáticos dependentes da temperatura é: $a = 5,084$, $b = 29,36$ e $c = 7,976$. A estimação dos coeficientes para a taxa de oviposição em ambientes secos dependentes da temperatura é: $a = 3,867$, $b = 29,36$ e $c = 7,976$.

A taxa de desenvolvimento da fase aquática inteira α varia entre 10 °C < T < 40 °C. Utilizamos os valores da taxa α em função da temperatura obtidas no trabalho de [Yang et al. \(2009\)](#), como mostra a tabela [Tabela 5](#). Optamos por um ajuste de curvas Gaussiano para o estudo da transição da fase aquática inteira α que apresenta um pico em torno de 31 °C com ausência de dados nessa região. Uma possível interpretação para este mau ajuste é devido aos erros muito pequenos atribuídos arbitrariamente a temperaturas mais baixas e mais altas ([YANG et al., 2009](#)). Os valores para essa função estão ilustrados na [Figura 23](#).

Tabela 5 – Estimativas dos parâmetros entomológicos associados as taxas diárias de desenvolvimento da fase aquática inteira α em relação à temperatura $T(^{\circ}\text{C})$.

$T\ (^{\circ}\text{C})$	$\alpha\ (\text{dias}^{-1})$
10,00	-
10,00	-
10,00	-
10,00	-
10,38	-
10,45	-
10,45	-
14,74	0,01620
14,84	0,02519
14,92	0,01185
18,86	0,06647
19,04	0,06231
19,18	0,06064
26,56	0,09988
26,84	0,10839
26,85	0,11975
30,83	0,15846
31,61	0,13521
34,95	0,19529
36,47	0,12323
36,55	0,15947
39,95	-
40,00	-

Figura 23 – Ajuste gaussiano dos valores da taxa de desenvolvimento da fase aquática inteira α como uma função da temperatura.

Os valores dos parâmetros a , b e c do ajuste da função Gaussiana em unidades (dias^{-1}) com 95% de limites de confiança para a taxa de desenvolvimento da fase aquática inteira α , dependentes da temperatura encontrados foram: $a = 0,1543$, $b = 30,69$ e $c = 9,831$.

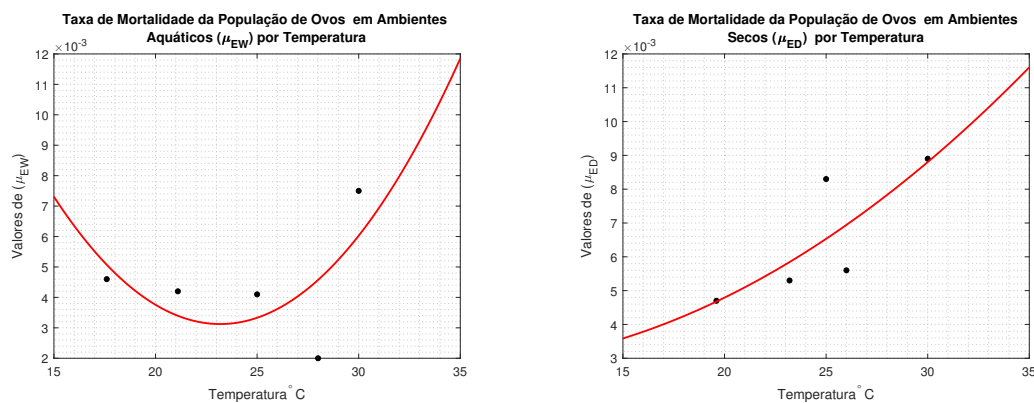
As taxas de mortalidade da população de ovos em ambientes aquáticos μ_{EW} e secos μ_{ED} são afetadas pela temperatura. À medida que a temperatura aumenta em condições de secura, a mortalidade da população de ovos torna-se maior (ALTO; JULIANO, 2001). O limite térmico máximo para que o ovo sobreviva e desenvolva-se é em torno de 36 °C, e o limite mínimo 12 °C, com temperatura ótima variando entre 16-31 °C (FARNESI et al., 2009).

As taxas de mortalidade em ambientes aquáticos e secos contidas na Tabela 6, foram calculadas com base nos trabalhos de Diniz et al. (2017), Estrada-Franco e Craig (1995), Faull e Williams (2015), Roberts (2004), Trpiš (1972), onde foram relatados o tempo médio de sobrevivência de ovos do *Aedes* spp. em níveis térmicos variados em ambientes aquáticos e secos.

Tabela 6 – Estimativas dos parâmetros entomológicos associados às taxas diárias de mortalidade da população de ovos em ambientes aquáticos μ_{EW} e secos μ_{ED} em relação à temperatura $T(^{\circ}\text{C})$.

$T^{\circ}\text{C}$	μ_{EW} (dias ⁻¹)	$T^{\circ}\text{C}$	μ_{ED} (dias ⁻¹)
17,6	0,0046	19,6	0,0047
21,1	0,0042	23,2	0,0053
25	0,0041	25	0,0083
28	0,0020	26	0,0056
30	0,0075	30	0,0089

Figura 24 – Ajuste de curvas polinomial dos valores das taxas de mortalidade da população de ovos em ambientes aquáticos μ_{EW} e secos μ_{ED} como uma função da temperatura.



Um ajuste de curvas polinomial de grau 2 com os valores da Tabela 6, foi realizado no diagrama de dispersão das taxas de mortalidade em ambientes aquáticos e secos da população de ovos do *Aedes* spp., com a finalidade de obter uma função matemática dependente da temperatura que melhor descreva este conjunto de dados, conforme ilustrado na Figura 24. Para a taxa de mortalidade de ovos em ambientes aquáticos, observamos que em torno de 23 °C obtemos um valor ótimo para a taxa de sobrevivência. Acima desse valor a taxa de mortalidade tende a aumentar. Devido ao pequeno número de pontos dados para a taxa de mortalidade de ovos em ambientes secos, não foi possível extrair um valor ótimo, porém observamos uma taxa de mortalidade quase linearmente crescente a partir de 15 °C. Podemos afirmar com isso que à

medida que a temperatura aumenta em condições de secura, um aumento na taxa de mortalidade pode ser observado.

A estimação dos coeficientes α_i em unidades (dias^{-1}) para a taxa de mortalidade da população de ovos em ambientes aquáticos μ_{EW} com o ajuste polinomial de grau 2 dependentes da temperatura é: $\alpha_0 = 3,6713 \times 10^{-2}$, $\alpha_1 = -2,8976 \times 10^{-3}$, $\alpha_2 = 6,2492 \times 10^{-5}$. A estimação dos coeficientes para a taxa de mortalidade da população de ovos em ambientes secos μ_{ED} com o ajuste polinomial de grau 2 dependentes da temperatura é: $\alpha_0 = 3,1523 \times 10^{-3}$, $\alpha_1 = -1,3056 \times 10^{-4}$, $\alpha_2 = 1,063 \times 10^{-5}$.

Utilizamos os valores das taxas de mortalidade de mosquitos fêmeas μ_F em função da temperatura obtidas no trabalho de [Yang et al. \(2009\)](#), como mostra a tabela [Tabela 7](#). O intervalo de valores ótimo para a sobrevivência de mosquitos adultos é $15 < T < 30^\circ\text{C}$, abaixo de $14-15^\circ\text{C}$ o vetor experimenta mobilidade reduzida e luta para absorver sangue, na qual não pode sobreviver por mais de 2–3 dias sem uma refeição, e longos períodos abaixo dessa temperatura resulta na sua morte ([BRADY et al., 2013](#)). O limite superior de temperatura para alimentação de sangue está acima de 36°C , com o ponto de morte sendo fixado em 40°C ([REINHOLD; LAZZARI; LAHONDÈRE, 2018](#)).

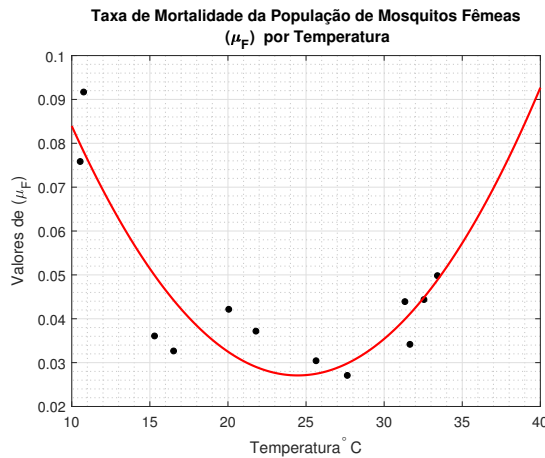
Tabela 7 – Estimativas dos parâmetros entomológicos associados as taxas diárias de mortalidade de mosquitos fêmeas μ_F em relação à temperatura $T(^{\circ}\text{C})$.

$T^{\circ}\text{C}$	μ_F (dias^{-1})
10,54	0,07585
10,76	0,09169
15,30	0,03608
16,52	0,03266
20,05	0,04216
21,79	0,03718
25,64	0,03043
27,64	0,02709
31,33	0,04391
31,65	0,03417
32,55	0,04438
33,41	0,04983

Um ajuste de curvas polinomial de grau 2 com os valores da [Tabela 7](#), foi realizado no diagrama de dispersão das taxas de mortalidade de fêmeas adultas do *Aedes* spp., com o objetivo de obter uma função matemática dependente da temperatura que melhor descreva esse conjunto de dados. Observamos pela [Figura 25](#) que o valor ótimo para a taxa de mortalidade dos mosquitos fêmeas está em torno de 25°C , cujo valor se encontra no intervalo de valores ótimos para sobrevivência do vetor de acordo com a literatura.

Os coeficientes estimados para a taxa de mortalidade de mosquitos fêmeas $\mu_F(T)$ com o ajuste polinomial de grau 2 são: $\alpha_0 = 1,8973 \times 10^{-1}$, $\alpha_1 = -1,3297 \times 10^{-2}$, $\alpha_2 = 2,7176 \times 10^{-4}$

Figura 25 – Ajuste de curvas polinomial dos valores das taxas de mortalidade de mosquitos fêmeas μ_F como uma função da temperatura.



Os parâmetros entomológicos do *Aedes* spp. com dependência da temperatura média compensada do modelo matemático (1), obtidos através dos ajustes Gaussianos e polinomiais estão especificados na Tabela 8.

Tabela 8 – Definição dos parâmetros entomológicos dependentes da temperatura do *Aedes* spp. utilizados no modelo matemático (1).

Equações	Referências*
$\phi_W(T) = 5,084e^{\left[-\left(\frac{T-29,36}{7,976}\right)^2\right]}$	(ESTEVA; YANG, 2015)
$\phi_D(T) = 3,867e^{\left[-\left(\frac{T-29,36}{7,976}\right)^2\right]}$	(ESTEVA; YANG, 2015)
$\alpha(T) = 0,1543e^{\left[-\left(\frac{T-30,69}{9,831}\right)^2\right]}$	(YANG et al., 2009)
$\mu_{E_W}(T) = 0,036713 - (0,0028976) T + (6,2492 \times 10^{-5}) T^2$	(DINIZ et al., 2017) (FAULL; WILLIAMS, 2015) (ROBERTS, 2004)
$\mu_{E_D}(T) = 0,0031523 - (0,00013056) T + (1,063 \times 10^{-5}) T^2$	(ESTRADA-FRANCO; CRAIG, 1995) (TRPIŠ, 1972)
$\mu_F(T) = 0,18973 - (0,013297) T + 0,00027176 T^2$	(YANG et al., 2009)

* Nota: As referências bibliográficas localizadas na Tabela 8, equivalem aos trabalhos utilizados como orientações literárias, a fim de obter os valores dos parâmetros relacionados à temperatura empregados nos ajustes de curvas dos parâmetros entomológicos.

5.2.2 Parametrização dos coeficientes entomológicos com a pluviosidade via Lei de Potência

O ciclo de vida dos vetores *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus* apresenta sensibilidade significativa em relação à precipitações, ocasionando proliferação de vetores em uma determinada região. Contudo, para altos índices pluviométricos, pode ocorrer inundações de pontos com água parada causados pela chuva, comprometendo a produção da população de mosquitos (SILVA et al., 2018; SANTOS et al., 2020). Devido a isso, uma lei de potência (CORDEIRO et al., 2021) foi atribuída à dependência das taxas de oviposição da fêmea pós-repasto sanguíneo (ϕ_W , ϕ_D), da taxa de desenvolvimento da fase aquática inteira (α) e das taxas de mortalidade do vetor (μ_{EW} , μ_{ED} e μ_F) com a precipitação, especificada por

$$\Theta(p) = \Theta_{\min} + \frac{(\Theta_{\max} - \Theta_{\min})}{(p_1^* - p_0)^{r_\Theta}} (p - p_0)^{r_\Theta}, \quad \text{com } p \geq p_0, \quad (10)$$

em que Θ representa genericamente os parâmetros entomológicos ϕ_W , ϕ_D , α , μ_{EW} , μ_{ED} e μ_F do sistema (1); $\Theta_{\max}$ e $\Theta_{\min}$ representam respectivamente valores mínimos e máximos dos parâmetros entomológicos de interesse; p caracteriza a pluviosidade acumulada semanalmente; p_0 descreve a pluviosidade mínima da cidade em estudo e p_1^* descreve às referências de valores de precipitação média semanal de uma área com condições ambientais que favoreçam o desenvolvimento da população de mosquitos, que nesta situação, assumimos $p_1^* = 1800/52$, e consideramos um ano com 52 semanas epidemiológicas. O valor de referência p_1^* equivale ao valor do limite inferior para classificação de biomas de florestas tropicais (1800 mm por ano), onde as chuvas são abundantes e bem distribuídas ao longo do ano com intervalos de estações secas (BANIN; PHILLIPS; LEWIS, 2015). Com isso, geramos um modelo ajustado para climas tropicais, subtropicais e tropicais de altitude.

Para efeito de simplificação, consideramos o mesmo valor r_Θ para a potência dos parâmetros entomológicos ϕ_W , ϕ_D , α , μ_{EW} , μ_{ED} e μ_F . O valor do parâmetro r_Θ na equação (10), foi determinado empiricamente por uma otimização simples unidimensional à medida que o processo é repetido para valores de r_Θ , tal que $0 < r_\Theta \leq 1$. A finalidade é encontrar o melhor ajuste, cuja função objetivo é o erro quadrático médio s^2 existente entre os dados simulados de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ e dados amostrais de Índice Médio de Fêmeas *Aedes* (IMFA), concernente ao cenário de estudo em cada cidade (CORDEIRO et al., 2021). O modelo é avaliado minimizando o erro quadrático médio dado por

$$s^2 = \frac{1}{2N} \sum_{t=1}^N (I(t) - \lambda F(t-d))^2, \quad (11)$$

onde N é o número total de semanas epidemiológicas do cenário de estudo; $I(t)$ corresponde aos dados amostrais de IMFA na semana t e F corresponde aos dados simulados de fêmeas pós-repasto sanguíneo. Uma vez que o monitoramento semanal de armadilhas leva tempo, a

defasagem positiva d (*Lag*), corresponde à máxima correlação cruzada entre os dados; e λ é um fator positivo que ajusta a escala relativa dos dados simulados de fêmeas pós-repasto sanguíneo com dados amostrais de *IMFA* após a correlação cruzada. Sujeito a condição $\frac{\partial s^2}{\partial \lambda} = 0$, encontra-se o fator de escala λ , caracterizado por

$$\lambda = \frac{\sum_{t=1}^N (F(t-d) I(t))}{\sum_{t=1}^N (F(t-d))^2}. \quad (12)$$

As taxas de oviposição relacionadas ao modelo matemático (1), são determinadas pela postura diária de ovos em ambientes aquáticos ϕ_W e ambientes secos ϕ_D . As fêmeas de *Aedes* spp., procuram colocar seus ovos em locais onde o desenvolvimento larval seja bem sucedido, para que surja uma próxima geração de mosquitos (DAY, 2016).

Adotamos o intervalo de valores relacionados às taxas de oviposição de 1,060 a 7,741 dias⁻¹, encontrados no trabalho de Esteva e Yang (2015). Utilizando os valores percentuais de preferência de oviposição da fêmea do *Aedes* spp. em ambientes aquáticos e secos encontrados no trabalho de Abreu (2010), e calculando em relação ao intervalo de valores relacionados ao trabalho de Esteva e Yang (2015), temos que o intervalo de valores das taxas de oviposição em ambientes aquáticos e secos é de 0,60208 a 4,39689 dias⁻¹ e de 0,45792 a 3,34411 dias⁻¹ nesta ordem.

Em relação a taxa de mortalidade da população de ovos, o trabalho de Faull e Williams (2015), nos relata que o tempo médio de sobrevivência de ovos do *Aedes* é de 187,42 dias para ovos em ambientes secos e 237,1 dias em ambientes aquáticos. O trabalho de Sota (1993), enuncia que o tempo médio de sobrevivência dos ovos do *Aedes* em condições semelhantes é de 62,1 dias para ovos em ambientes secos e 101,9 dias para ovos em ambientes aquáticos.

Para calcularmos as taxas de mortalidade de ovos em ambientes secos μ_{E_D} e aquáticos μ_{E_W} , invertemos os tempos médios de sobrevivência obtendo as taxas de mortalidade 0,0053 dias⁻¹ e 0,0042 dias⁻¹ para ovos em ambientes secos e aquáticos respectivamente segundo o trabalho de Faull e Williams (2015), e de acordo com o trabalho de Sota (1993), 0,0098 dias⁻¹ para a taxa de mortalidade de ovos em ambientes aquáticos e 0,0161 dias⁻¹ para a taxa de mortalidade de ovos em ambientes secos. Com isso, temos um intervalo de valores dos parâmetros entomológicos relacionados as taxas de mortalidade dos ovos em ambientes aquáticos e secos na devida ordem, correspondentes a 0,0042 a 0,0098 dias⁻¹ e 0,0053 a 0,0161 dias⁻¹.

Em relação às demais taxas relacionadas ao modelo matemático (1), as taxas utilizadas para que as populações de ovos tornem-se fêmeas adultas são 0,0111 dia⁻¹ a 0,1284 dias⁻¹, encontradas no trabalho de Briegel e Timmermann (2001), que corresponde a taxa do desenvolvimento da fase aquática inteira (ovo - fêmea) α . Adotamos o valor da taxa de mortalidade de mosquitos fêmeas μ_F no intervalo de valores de 0,031 a 0,041 dias⁻¹, encontradas no trabalho de Marini et al. (2020), e a capacidade de suporte do ambiente C , utilizamos um valor constante igual a 1 de

acordo com o trabalho de Yang (2017), definida como relativa às melhores condições ambientais, ou seja, quando há disponibilidade de recipientes cheios de água e nutrientes larvais.

Tabela 9 – Intervalo de valores dos parâmetros entomológicos do *Aedes* spp. empregados nas equações do modelo matemático (1), com os respectivos valores dos parâmetros com dependência da pluviosidade na equação (10).

Parâmetros Θ	Valores de $\Theta_{\min}$ e $\Theta_{\max}$		Referências
ϕ_W	0,60208 dias ⁻¹	a 4,39689 dias ⁻¹	(ESTEVA; YANG, 2015)*
ϕ_D	0,45792 dias ⁻¹	a 3,34411 dias ⁻¹	(ESTEVA; YANG, 2015)*
α	0,0111 dias ⁻¹	a 0,1284 dias ⁻¹	(BRIEGEL; TIMMERMAN, 2001)
μ_{E_W}	0,0042 dias ⁻¹	a 0,0098 dias ⁻¹	(FAULL; WILLIAMS, 2015; SOTA, 1993)
μ_{E_D}	0,0053 dias ⁻¹	a 0,0161 dias ⁻¹	(FAULL; WILLIAMS, 2015; SOTA, 1993)
μ_F	0,031 dias ⁻¹	a 0,041 dias ⁻¹	(MARINI et al., 2020)
C	1 constante		(YANG, 2017)

* Nota: As referências bibliográficas relacionadas ao trabalho de Esteva e Yang (2015) que se referem a atividade de oviposição em ambientes aquáticos e secos, foram calculadas com base no trabalho de Abreu (2010).

O intervalo de valores dos parâmetros entomológicos do modelo matemático (1), estão especificados na Tabela 9.

5.2.3 Parâmetros relacionados ao ciclo de vida do *Aedes* spp. dependentes da temperatura e da pluviosidade

Os principais fatores climáticos que afetam a abundância do *Aedes* spp. e está relacionado com a dinâmica de disseminação de arboviroses, são a temperatura e a precipitação. As altas temperaturas influenciam na sobrevivência, taxa de desenvolvimento e mortalidade, e propagação do vetor que associada a alta umidade, favorece o desenvolvimento de ovos. A precipitação por sua vez, impulsiona o crescimento do mosquito através da formação de novos criadouros, em contrapartida quando substancialmente altos, os recipientes transbordam acarretando uma limpeza, afetando negativamente a quantidade desses vetores (SANTOS et al., 2020).

A temperatura atua no estágio de desenvolvimento do mosquito, onde no verão ocorre o pico da abundância do *Aedes*, e durante o inverno a reserva de ovos diminui, permitindo que a população sobreviva (TRAN et al., 2013). A precipitação pode desencadear condições favoráveis para postura de ovos, pois favorece o aparecimento de criadouros com água. Relacionada à altas temperaturas, a precipitação afeta positivamente a abundância do mosquito, favorecendo a eclosão dos ovos e sua propagação (ROSSI; LOPEZ; MASSAD, 2015).

Assumimos no modelo (1) que as taxas de oviposição em ambientes aquáticos e secos, as taxas de mortalidade e a taxa de desenvolvimento aquático da fêmea do *Aedes* spp., dependem da temperatura média compensada e da precipitação acumulada. Por conveniência matemática, assume-se que a temperatura média compensada e a pluviosidade atuam individualmente. A

representação geral das taxas do modelo é definida por $\Gamma = (\phi_W, \phi_D, \alpha, \mu_{EW}, \mu_{ED}, \mu_F)$, onde temos

$$\Gamma = \Lambda(T) + \Theta(p),$$

de tal maneira que as dependências paramétricas das taxas sejam definidas por $\Gamma = \Lambda(T)$ para a temperatura e $\Gamma = \Theta(p)$ para a precipitação.

O parâmetro $\phi_i(T, p)$, para as taxas de ovos postos por oviposição em ambientes aquáticos e secos é dado por

$$\phi_j(T, p) = \phi_j(T) + \phi_j(p), \quad j = \{W, D\}, \quad (13)$$

onde a temperatura e a precipitação são fatores motivadores nas possibilidades de sobrevivência de ovos postos representados por $\phi_j(T)$ e $\phi_j(p)$, na qual $\phi_j(p)$ e $\phi_j(T)$ estão de acordo com a parametrização caracterizada para o modelo (1). O parâmetro $\mu_j(T, p)$, para as taxas de mortalidade em cada etapa é dado por

$$\mu_j(T, p) = \mu_j(T) + \mu_j(p), \quad j = \{EW, ED, F\}, \quad (14)$$

onde o efeito da temperatura e pluviosidade influenciam nas taxas de mortalidade representadas por $\mu_j(T)$ e $\mu_j(p)$, na qual $\mu_j(p)$ e $\mu_j(T)$ estão de acordo com a parametrização caracterizada para o modelo (1). A taxa de desenvolvimento aquática é dada por

$$\alpha(T, p) = \alpha(T) + \alpha(p), \quad (15)$$

onde $\alpha(T, p)$ representa a taxa de transição da fase aquática inteira (ovo-fêmea), que também é influenciada pela temperatura e pluviosidade, em que $\alpha(p)$ e $\alpha(T)$ estão de acordo com a parametrização caracterizada para o modelo (1). Um valor constante é atribuído ao parâmetro C .

5.3 Pontos de equilíbrio

As populações descritas no modelo (1) são denso-dependentes, estando sujeitas a uma variedade de recursos limitantes como espaço, alimento e abrigo, onde C representa o tamanho populacional máximo sustentável. Os pontos críticos desse sistema dinâmico autônomo do tipo

$$\frac{dx}{dt} = G(x),$$

pode ser representado por

$$\frac{dx}{dt} = 0 \quad \text{em} \quad x = x^* \quad \text{que torna} \quad G(x^*) = 0.$$

O conjunto de todas as variáveis de estado contidas no sistema é

$$x = (E_W, E_D, F).$$

O sistema dinâmico (1), possui um ponto de equilíbrio trivial ou equilíbrio de extinção, que trata-se do equilíbrio onde não há populações de mosquitos

$$P_0 = (E_W^*, E_D^*, F^*) = (0, 0, 0), \quad (16)$$

e dois pontos de equilíbrio não triviais ou equilíbrio positivo, onde há populações de mosquitos

$$P_1 = (E_W^{**}, E_D^{**}, F^{**}) \quad (17)$$

e

$$P_2 = (E_W^{***}, E_D^{***}, F^{***}). \quad (18)$$

Os pontos de equilíbrio P_1 e P_2 foram calculados em função de Q_0 , Q_W e Q_D . A taxa líquida de reprodução básica Q_0 é definida como $Q_0 = Q_W + Q_D$, onde

$$Q_W = \frac{\alpha}{(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})} \frac{\phi_W}{(\mu_F + \zeta_F)}$$

e

$$Q_D = \frac{\alpha}{(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})} \frac{\phi_D}{(\mu_F + \zeta_F)}.$$

Os valores dos parâmetros Q_W e Q_D serão definidos com mais detalhes na Seção 5.4.

Fazendo $\frac{dE_W}{dt} = 0$, $\frac{dE_D}{dt} = 0$ e $\frac{dF}{dt} = 0$, temos que

$$\phi_W \left(1 - \frac{E_W}{C} \right) F - (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) E_W = 0, \quad (19)$$

$$\phi_D \left(1 - \frac{E_D}{C} \right) F - (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) E_D = 0, \quad (20)$$

$$\alpha (E_W + E_D) - (\mu_F + \zeta_F) F = 0. \quad (21)$$

Subtraindo o termo $\alpha (E_W + E_D)$ de ambos os lados da equação (21) e dividindo pelo termo $-(\mu_F + \zeta_F)$ em ambos os lados, obtemos a relação de equilíbrio

$$F^* = \frac{\alpha (E_W^* + E_D^*)}{(\mu_F + \zeta_F)}. \quad (22)$$

Da equação (47) temos que $Q_0 = Q_W + Q_D$. Com o objetivo de obter a relação de equilíbrio E_D^* em função de Q_W , substituímos a equação (22) na equação (19) obtendo

$$\phi_W \left(1 - \frac{E_W^*}{C} \right) \left(\frac{\alpha (E_W^* + E_D^*)}{(\mu_F + \zeta_F)} \right) - (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) E_W^* = 0. \quad (23)$$

Dividindo ambos os lados da equação (23) pelo termo $(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})$, obtemos

$$\left(1 - \frac{E_W^*}{C} \right) \left(\frac{\alpha}{(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})} \frac{\phi_W}{(\mu_F + \zeta_F)} \right) (E_W^* + E_D^*) - E_W^* = 0.$$

Como $Q_W = \frac{\alpha}{(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})} \frac{\phi_W}{(\mu_F + \zeta_F)}$, a equação fica da seguinte forma

$$\left(1 - \frac{E_W^*}{C}\right) Q_W (E_W^* + E_D^*) - E_W^* = 0, \quad (24)$$

na qual obtemos uma relação de equilíbrio E_D^* em função de Q_W e E_W^*

$$E_D^* = \left(\frac{1}{Q_W \left(1 - \frac{E_W^*}{C}\right)} - 1 \right) E_W^*. \quad (25)$$

Para obter a relação de equilíbrio E_W^* em função de Q_D , substituímos a equação (22) na equação (20) obtendo

$$\phi_D \left(1 - \frac{E_D^*}{C}\right) \left(\frac{\alpha (E_W^* + E_D^*)}{(\mu_F + \zeta_F)} \right) - (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) E_D^* = 0. \quad (26)$$

Dividindo ambos os lados da equação (26) pelo termo $(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})$, obtemos

$$\left(1 - \frac{E_D^*}{C}\right) \left(\frac{\alpha}{(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})} \frac{\phi_D}{(\mu_F + \zeta_F)} \right) (E_W^* + E_D^*) - E_D^* = 0.$$

Como $Q_D = \frac{\alpha}{(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})} \frac{\phi_D}{(\mu_F + \zeta_F)}$, a equação fica

$$\left(1 - \frac{E_D^*}{C}\right) Q_D (E_W^* + E_D^*) - E_D^* = 0, \quad (27)$$

na qual obtemos uma relação de equilíbrio E_W^* em função de Q_D e E_D^*

$$E_W^* = \left(\frac{1}{Q_D \left(1 - \frac{E_D^*}{C}\right)} - 1 \right) E_D^*. \quad (28)$$

Desenvolvendo (27), obtemos a seguinte equação

$$E_D^{*2} + \left(E_W^* - C \left(1 - \frac{1}{Q_D}\right) \right) E_D^* - C E_W^* = 0. \quad (29)$$

Substituindo a relação de equilíbrio (25) na equação (29), obtemos o seguinte polinômio

$$p(E_W) = a E_W^2 + b E_W + c = 0, \quad (30)$$

cujos valores dos coeficientes da equação (30) são

$$\begin{aligned} a &= Q_W Q_D - Q_W^2, \\ b &= C \left(Q_D - Q_W + 2 Q_W^2 \right), \end{aligned} \quad (31)$$

$$c = -C^2 \left(Q_W^2 + Q_W Q_D - Q_W \right),$$

que resultam no equilíbrio

$$E_W^* = C \left(\frac{-(Q_D - Q_W + 2Q_W^2) \pm \sqrt{(Q_D - Q_W)^2 + 4Q_W^2 Q_D^2}}{2 Q_W Q_D - Q_W^2} \right).$$

Como $Q_0 = Q_W + Q_D$, temos que $Q_D = Q_0 - Q_W$. Efetuando a substituição da expressão em E_W^* , temos o equilíbrio em função de Q_0 e Q_W

$$E_W^* = C \left(\frac{-(Q_0 - 2Q_W + 2Q_W^2) \pm \sqrt{(Q_0 - 2Q_W)^2 + 4Q_W^2 (Q_0 - Q_W)^2}}{2 Q_W (Q_0 - 2Q_W)} \right). \quad (32)$$

O ponto de equilíbrio E_D^* pode ser obtido de maneira análoga substituindo a relação de equilíbrio (28) na equação resultante do desenvolvimento de (24). Desta forma, temos o equilíbrio não trivial $P_1 = (E_W^{**}, E_D^{**}, F^{**})$, onde

$$E_W^{**} = \frac{C}{2} \left(\frac{-(Q_0 - 2Q_W + 2Q_W^2) + \sqrt{(Q_0 - 2Q_W)^2 + 4Q_W^2 (Q_0 - Q_W)^2}}{Q_W (Q_0 - 2Q_W)} \right),$$

$$E_D^{**} = \left(\frac{1}{Q_W \left(1 - \frac{E_W^{**}}{C} \right)} - 1 \right) E_W^{**},$$

$$F^{**} = \frac{\alpha (E_W^{**} + E_D^{**})}{(\mu_F + \zeta_F)}.$$

E o equilíbrio não trivial $P_2 = (E_W^{***}, E_D^{***}, F^{***})$, onde

$$E_W^{***} = \frac{C}{2} \left(\frac{-(Q_0 - 2Q_W + 2Q_W^2) - \sqrt{(Q_0 - 2Q_W)^2 + 4Q_W^2 (Q_0 - Q_W)^2}}{Q_W (Q_0 - 2Q_W)} \right),$$

$$E_D^{***} = \left(\frac{1}{Q_W \left(1 - \frac{E_W^{***}}{C} \right)} - 1 \right) E_W^{***},$$

$$F^{***} = \frac{\alpha (E_W^{***} + E_D^{***})}{(\mu_F + \zeta_F)}.$$

Da relação de equilíbrio (25), verifica-se para que E_D^* seja positivo, devemos ter

$$\frac{1}{Q_W \left(1 - \frac{E_W^*}{C} \right)} - 1 > 0.$$

Rearranjando a equação, obtemos

$$\begin{aligned} \frac{1}{Q_W \frac{1}{C} (C - E_W^*)} - 1 &> 0, \\ \frac{1}{Q_W \frac{1}{C} (C - E_W^*)} &> 1. \end{aligned} \quad (33)$$

Da relação $Q_W = Q_0 - Q_D$, podemos reescrever o termo (33) como

$$0 < (Q_0 - Q_D) \frac{1}{C} (C - E_W^*) < 1, \quad (34)$$

que é a condição para que E_D^* seja positivo. De (33) nota-se que soluções positivas satisfazem $0 < E_W^* < C$, e nos pontos extremos devemos ter

$$p(0) > 0, \quad p(C) > 0 \quad \text{e} \quad \frac{dp}{dE_W}(C) > 0.$$

Efetuada a substituição da expressão $Q_D = Q_0 - Q_W$ em (31), os coeficientes de $p(E_W)$ ficam da seguinte forma

$$\begin{aligned} a &= Q_0 Q_W - 2Q_W^2, \\ b &= C (Q_0 - 2Q_W + 2Q_W^2), \\ c &= -C^2 (Q_0 Q_W - Q_W). \end{aligned} \quad (35)$$

Então

$$\begin{aligned} p(0) &= 1 - Q_0 > 0 \\ p(C) &= Q_0 - Q_W > 0 \quad \Leftrightarrow \quad Q_D > 0 \\ \frac{dp}{dE_W}(C) &= 2Q_W (Q_D - 1) + Q_0 > 0. \end{aligned}$$

Utilizaremos a seguir o teorema de Bolzano (SIMMONS, 1996).

Teorema 1 (Teorema de Bolzano). *Se f é uma função que é definida e contínua em um intervalo fechado $[a, b]$, então esta função assume todos os valores entre $f(a)$ e $f(b)$; isto é, se k for qualquer número estritamente entre $f(a)$ e $f(b)$, então existe pelo menos um ponto c em (a, b) tal que $f(c) = k$.*

Um corolário do Teorema 1 é um caso particular para $k = 0$ (APOSTOL, 1967; EPPERSON, 2013).

Corolário 1.1. *Seja f uma função contínua em cada ponto de um intervalo fechado $[a,b]$ e suponha que $f(a)$ e $f(b)$ tem sinais opostos $f(a)f(b) < 0$. Então existe pelo menos um c no intervalo aberto (a,b) tal que $f(c) = 0$.*

Ou seja, de acordo com o Corolário 1.1, a função tem pelo menos uma raiz entre a e b .

Para $p(E_W)$ possuir pelo menos uma ou duas raízes no intervalo $(0,C)$, deve-se ter

$$p(0)p(C) < 0, \quad (36)$$

$$\Delta = b^2 - 4ac > 0. \quad (37)$$

De acordo com o termo (36), $p(0)$ e $p(C)$ devem possuir sinais opostos para garantir a existência de pelo uma raiz no intervalo $(0,C)$. O valor de $p(0)$ e $p(C)$ equivalem a

$$p(0) = -C^2(Q_0Q_W - Q_W) \Rightarrow -C^2Q_W(Q_0 - 1), \quad (38)$$

$$p(C) = C^2(Q_0 - Q_W) \Rightarrow C^2Q_D. \quad (39)$$

O termo (38) é negativo para $Q_0 > 1$, e o termo (39) é positivo para $(Q_0 - Q_W) > 0$ ou $Q_D > 0$, que é o esperado biologicamente. Mediante isso, $p(0)$ e $p(C)$ possuem sinais opostos, garantindo a existência de pelo menos uma raiz no intervalo $(0,C)$.

Temos que

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow C^2[(Q_0 - 2Q_W)^2 + 4Q_W^2(Q_0 - Q_W)^2], \quad (40)$$

portanto, de acordo com a equação (40), o discriminante Δ é sempre positivo, sendo que $\Delta > 0$ garante duas raízes e $\Delta = 0$ garante uma raiz no intervalo $(0,C)$.

A solução assintoticamente estável do sistema (1), deverá ser o caso onde o par ordenado $P(x_P, y_P)$ no quadrante 1 (q_1) tenha coordenadas positivas $(+,+)$. Sendo P um ponto qualquer em q_1 , com $x_P \geq 0$ e $y_P \geq 0$.

Para ocorrer a existência de soluções estáveis e biologicamente admissíveis, devemos ter

$$\begin{aligned} -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} &> 0, \\ \pm \frac{\sqrt{\Delta}}{2a} &> \frac{b}{2a}, \end{aligned} \quad (41)$$

multiplicando ambos os termos de (41) por $2a$, obtemos

$$\pm\sqrt{\Delta} > b \quad \text{ou} \quad -b \pm \sqrt{\Delta} > 0,$$

que são os casos que garantem a existência de soluções estáveis.

Aplicando a seguinte propriedade dos números.

Propriedade 1. Se n e m são números não negativos, então $n^2 > m^2$ equivale a $n > m$.

O termo $\sqrt{\Delta}$ equivale a $\sqrt{n}$. Como a $\sqrt{\Delta}$ é positiva, b é positivo, ou seja, vai existir a raiz quadrada e estamos trabalhando com números positivos. A condição $-b + \sqrt{\Delta} > 0$ é válida para

$$\begin{aligned} -C \left(Q_0 - 2Q_W + 2Q_W^2 \right) + \sqrt{C^2 \left[(Q_0 - 2Q_W)^2 + 4Q_W^2 (Q_0 - Q_W)^2 \right]} &> 0, \\ \sqrt{C^2 \left[(Q_0 - 2Q_W)^2 + 4Q_W^2 (Q_0 - Q_W)^2 \right]} &> C \left(Q_0 - 2Q_W + 2Q_W^2 \right), \\ \left[(Q_0 - 2Q_W)^2 + 4Q_W^2 (Q_0 - Q_W)^2 \right] &> \left(Q_0 - 2Q_W + 2Q_W^2 \right)^2. \end{aligned}$$

Desenvolvendo ambos os termos, obtemos

$$\begin{aligned} 4Q_0Q_W^2 (Q_0 - 2Q_W) &> 4Q_W^2 (Q_0 - 2Q_W), \\ Q_0 &> 1. \end{aligned} \tag{42}$$

A condição $-b - \sqrt{\Delta} > 0$ é válida para

$$\begin{aligned} -C \left(Q_0 - 2Q_W + 2Q_W^2 \right) - \sqrt{C^2 \left[(Q_0 - 2Q_W)^2 + 4Q_W^2 (Q_0 - Q_W)^2 \right]} &> 0, \\ -\sqrt{C^2 \left[(Q_0 - 2Q_W)^2 + 4Q_W^2 (Q_0 - Q_W)^2 \right]} &> C \left(Q_0 - 2Q_W + 2Q_W^2 \right), \\ \left[(Q_0 - 2Q_W)^2 + 4Q_W^2 (Q_0 - Q_W)^2 \right] &< \left(Q_0 - 2Q_W + 2Q_W^2 \right)^2. \end{aligned}$$

Desenvolvendo ambos os termos, temos que

$$\begin{aligned} 4Q_0Q_W^2 (Q_0 - 2Q_W) &< 4Q_W^2 (Q_0 - 2Q_W), \\ Q_0 &< 1. \end{aligned} \tag{43}$$

Portanto, a condição $-b + \sqrt{\Delta} > 0$ é válida para $Q_0 > 1$ e a condição $-b - \sqrt{\Delta} > 0$ é válida para $Q_0 < 1$.

Se $Q_0 > 1$, haverá um ganho líquido de indivíduos em cada geração e a população crescerá. Se $Q_0 < 1$, a mortalidade será elevada e a população não conseguirá se substituir ocorrendo a extinção. Caso $Q_0 = 1$, a produção de descendentes será balanceada pela mortalidade, com isso não haverá alteração no tamanho da população (GOTELLI et al., 2008). Mediante isso, $Q_0 = 1$ é considerado um limiar, pois se $Q_0 > 1$ haverá aumento na população e se $Q_0 < 1$, ocorrerá a extinção da população.

5.4 Taxa líquida de reprodução básica

Em demografia e ecologia, a taxa líquida de reprodução básica representada neste trabalho por Q_0 , pode ser calculada de forma similar a taxa de reprodução básica representação R_0 , que

mede a velocidade de uma epidemia utilizada em modelos epidemiológicos (HEESTERBEEK, 2002). Em modelos entomológicos, essa taxa é definida como o número médio de descendentes fêmeas por cada fêmea durante toda a sua vida (GOTELLI et al., 2008), sendo uma função indicadora da persistência da população (CASWELL, 2019).

Utilizamos duas formas para calcular a taxa líquida de reprodução básica, a matriz de próxima geração com a metodologia apresentada por Driessche e Watmough (2002), que trata-se de um método geral para derivar o Q_0 em situações onde a população é dividida em classes separadas baseado em sistemas de equações diferenciais ordinárias, e pelo método do termo constante do polinômio característico da matriz jacobiana (HYMAN; LI, 2005).

5.4.1 Método da matriz de próxima geração

A matriz de próxima geração indicada por K , é obtida através de $K = \mathbf{FV}^{-1}$ e Q_0 é obtido pelo seu raio espectral, ou módulo do maior autovalor da matriz de próxima geração (DRIESSCHE; WATMOUGH, 2002). Ela é construída por um subsistema do modelo matemático (1), levando em conta as taxas de novos nascimentos e as taxas de transição entre os compartimentos. Considerando uma população heterogênea que possa ser agrupada em n compartimentos homogêneos, temos

$$x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))^T,$$

onde cada $x_i = x_i(t) \geq 0$ para todo $t \geq 0$. O modelo compartimental (1) pode ser reescrito da seguinte forma

$$\frac{dx_i}{dt} = f_i(x) - v_i(x), \quad i = 1, \dots, 3$$

onde x é o conjunto das variáveis de estado do modelo, f é o vetor fonte, no caso deste modelo, é o vetor de nascimento de ovos viáveis do mosquito em cada compartimento i , v_i é o vetor de transição entre os compartimentos, que pode ser decomposto como $v_i = v_i^- - v_i^+$, onde v_i^- corresponde a taxa de transferência de indivíduos para fora do compartimento i e v_i^+ corresponde a taxa de transferência de indivíduos para dentro do compartimento i . Desta forma, o sistema (1) pode ser reescrito sob a forma matricial

$$\begin{bmatrix} \frac{dE_W}{dt} \\ \frac{dE_D}{dt} \\ \frac{dF}{dt} \end{bmatrix} = f - v = \begin{bmatrix} \phi_W \left(1 - \frac{E_W}{C}\right) F \\ \phi_D \left(1 - \frac{E_D}{C}\right) F \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) E_W \\ (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) E_D \\ -\alpha (E_W + E_D) + (\mu_F + \zeta_F) F \end{bmatrix} \quad (44)$$

As matrizes $\mathbf{F}$ e $\mathbf{V}$, são obtidas a partir de suas matrizes jacobianas que correspondem aos nascimentos $\mathbf{F}$ e as transições $\mathbf{V}$ respectivamente, avaliadas no ponto de equilíbrio livre da infestação do mosquito $P_0 = (0, 0, 0)$, que são

$$\mathbf{F} = \frac{\partial f}{\partial x} \bigg|_{P_0=(0,0,0)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \phi_W \\ 0 & 0 & \phi_D \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

e

$$\mathbf{V} = \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{P_0=(0,0,0)} = \begin{bmatrix} (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) & 0 & 0 \\ 0 & (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) & 0 \\ -\alpha & -\alpha & (\mu_F + \zeta_F) \end{bmatrix}$$

A inversa da matriz $\mathbf{V}$ existe, e é dada por

$$\mathbf{V}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})} & 0 \\ \frac{\alpha}{(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})(\mu_F + \zeta_F)} & \frac{\alpha}{(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})(\mu_F + \zeta_F)} & \frac{1}{(\mu_F + \zeta_F)} \end{bmatrix}$$

A matriz de próxima geração $\mathbf{FV}^{-1}$ é portanto

$$\mathbf{FV}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha\phi_W}{(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})(\mu_F + \zeta_F)} & \frac{\alpha\phi_W}{(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})(\mu_F + \zeta_F)} & \frac{\phi_W}{(\mu_F + \zeta_F)} \\ \frac{\alpha\phi_D}{(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})(\mu_F + \zeta_F)} & \frac{\alpha\phi_D}{(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})(\mu_F + \zeta_F)} & \frac{\phi_D}{(\mu_F + \zeta_F)} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (45)$$

Os autovalores da matriz (45) são as raízes do polinômio característico representados por

$$\begin{aligned} p(\lambda) &= \det(\mathbf{FV}^{-1} - \lambda I) \\ &= \lambda^2 \left(\frac{\alpha\phi_D}{(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})(\mu_F + \zeta_F)} + \frac{\alpha\phi_W}{(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})(\mu_F + \zeta_F)} - \lambda \right) = 0. \end{aligned} \quad (46)$$

Que produz

$$\lambda_1 = 0,$$

$$\lambda_2 = 0,$$

$$\lambda_3 = \frac{\alpha\phi_D}{(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})(\mu_F + \zeta_F)} + \frac{\alpha\phi_W}{(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})(\mu_F + \zeta_F)}.$$

A taxa líquida de reprodução básica indicada por $Q_0 = \rho(K)$ é o autovalor com módulo máximo no espectro K

$$\rho(K) = \max \{ |\lambda_1|, \dots, |\lambda_n| \}.$$

Podemos definir Q_W e Q_D como as partes de Q_0 , respectivamente associadas às contribuições de oviposição nos ambientes aquáticos e secos de modo que $Q_0 = Q_W + Q_D$, em que

$$\begin{aligned} Q_W &= \frac{\alpha\phi_W}{(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})(\mu_F + \zeta_F)}, \\ Q_D &= \frac{\alpha\phi_D}{(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})(\mu_F + \zeta_F)}, \end{aligned}$$

$$Q_0 = \rho(K) = \frac{\alpha \phi_W}{(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})(\mu_F + \zeta_F)} + \frac{\alpha \phi_D}{(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})(\mu_F + \zeta_F)},$$

$$Q_0 = \frac{\alpha}{(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})} \frac{\phi_W}{(\mu_F + \zeta_F)} + \frac{\alpha}{(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})} \frac{\phi_D}{(\mu_F + \zeta_F)}. \quad (47)$$

A taxa líquida de reprodução básica (47), não depende da capacidade de suporte do ambiente C e $Q_0 \geq 0$, pois todos os parâmetros do sistema são positivos. A interpretação biológica para Q_0 , é o produto da fração da população de ovos viáveis que sobrevivem, eclodem e tornam-se fêmeas adultas, que é o desenvolvimento aquático $\left(\frac{\alpha}{\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}}\right)$ com a fração de ovos viáveis produzidos ao longo da vida da fêmea pós-repasto sanguíneo em ambientes aquáticos $\left(\frac{\phi_W}{\mu_F + \zeta_F}\right)$, somado com o produto da fração da população de ovos viáveis que sobrevivem, eclodem e tornam-se fêmeas adultas, que é o desenvolvimento aquático $\left(\frac{\alpha}{\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}}\right)$ com a fração de ovos viáveis produzidos ao longo da vida da fêmea pós-repasto sanguíneo em ambientes secos $\left(\frac{\phi_D}{\mu_F + \zeta_F}\right)$.

5.4.2 Método do termo constante do polinômio característico

A taxa líquida de reprodução básica Q_0 , também pode ser obtida pelo termo constante do polinômio característico a_n da matriz linearizada no ponto de equilíbrio do sistema na ausência de populações (HEFFERNAN; SMITH; WAHL, 2005). O polinômio característico de grau n para os autovalores dessa matriz pode ser escrito da seguinte forma

$$\lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + a_2 \lambda^{n-2} + \dots + a_{n-1} \lambda + a_n = 0,$$

com a condição que os coeficientes sejam positivos, ou seja,

$$a_1, a_2, \dots, a_n > 0,$$

e as $n-1$ raízes do polinômio tenham parte real negativa, onde a fórmula para encontrar o parâmetro Q_0 pode ser derivado das condições para a estabilidade local no equilíbrio $P_0 = (0, 0, 0)$, utilizando a teoria da matriz jacobiana localizando seus autovalores (HYMAN; LI, 2005). Algumas condições relacionadas ao termo constante a_n são

- Se $a_n = 0$ a n -ésima raiz ou maior autovalor é zero.
- Se $a_n > 0$ todos os autovalores são negativos.
- Se $a_n < 0$ o maior autovalor tem parte real positiva.

A matriz jacobiana associada ao sistema (1) calculada no ponto de equilíbrio P_0 é

$$J(P_0) = \begin{bmatrix} -(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) & 0 & \phi_W \\ 0 & -(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) & \phi_D \\ \alpha & \alpha & -(\mu_F + \zeta_F) \end{bmatrix}$$

O polinômio característico da matriz linearizada no ponto de equilíbrio P_0 é dado por $p_3(\lambda) = \det(J(P_0) - \lambda I) = a_0\lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0$, gerando a seguinte equação

$$\begin{aligned} & \lambda^3 + [(\mu_F + \zeta_F) + (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})] \lambda^2 \\ & + \left\{ (\mu_F + \zeta_F) [(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})] \right. \\ & + (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) - \alpha (\phi_D + \phi_W) \left. \right\} \lambda \\ & + (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) (\mu_F + \zeta_F) \\ & - \alpha [\phi_D (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + \phi_W (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})] = 0, \end{aligned}$$

onde o coeficiente a_1 é igual a 1, e o termo constante a_3 equivale a

$$\begin{aligned} a_3 = & (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) (\mu_F + \zeta_F) \\ & - \alpha [\phi_D (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + \phi_W (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})]. \end{aligned}$$

Reescrevendo o coeficiente a_3 , para obtermos a taxa líquida de reprodução básica Q_0 , colocamos o termo $(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) (\mu_F + \zeta_F)$ em evidência, obtendo

$$\begin{aligned} a_3 = & (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) (\mu_F + \zeta_F) \\ & \left\{ 1 - \left[\frac{\alpha}{(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})} \frac{\phi_W}{(\mu_F + \zeta_F)} + \frac{\alpha}{(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})} \frac{\phi_D}{(\mu_F + \zeta_F)} \right] \right\}, \\ a_3 = & (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) (\mu_F + \zeta_F) (1 - Q_0), \end{aligned}$$

que é o mesmo valor obtido para Q_0 na [Subseção 5.4.1](#). O termo a_3 é uma constante múltipla de $(1 - Q_0)$, ele será positivo se $0 < Q_0 < 1$ e negativo se $Q_0 > 1$ (BRAUER; CASTILLO-CHAVEZ, 2012). Se o termo constante a_3 for positivo ($0 < Q_0 < 1$), isso satisfaz o primeiro dos critérios de *Routh-Hurwitz*, verificando que os autovalores da matriz tem parte real negativa. Esses critérios serão abordados na [Seção 5.5](#).

A matriz linearizada calculada no ponto de equilíbrio P_0 , é de certa forma tratável para efetuar-se o cálculo da taxa líquida de reprodução básica, então um Q_0 para cada geração pode ser calculado a partir do termo constante a_n (HEFFERNAN; SMITH; WAHL, 2005).

5.5 Análise de estabilidade

O sistema dinâmico autônomo não linear (1), representado pela notação vetorial

$$\frac{dx}{dt} = G(x), \quad (48)$$

onde x representa as populações e G as respectivas funções do sistema. Ele pode ser reduzido para um sistema linear através de uma linearização em torno do ponto de equilíbrio. Um equilíbrio é um vetor x^* satisfazendo

$$G(x^*) = 0,$$

e a linearização do sistema (48) no equilíbrio é o sistema linear

$$u' = Ju,$$

onde J é a jacobiana. Da equação (48) encontramos a matriz jacobiana do sistema $G(x)$ representada por

$$J = \frac{\partial G}{\partial x}(x^*),$$

a matriz J também é chamada pelos biólogos populacionais de matriz comunitária no equilíbrio x^* (EDELSTEIN-KESHET, 2005).

De acordo com o Teorema 2 apresentado adiante, um equilíbrio do sistema (48) é assintoticamente estável se todas as soluções da linearização deste equilíbrio tendem a zero quando $t \rightarrow \infty$, enquanto um equilíbrio x^* é instável se a linearização tiver qualquer solução que cresça exponencialmente (BRAUER; CASTILLO-CHAVEZ, 2012). A estabilidade ou instabilidade do estado de equilíbrio é determinado pelos sinais das partes reais dos autovalores de

$$\det(J - \lambda I) = 0. \quad (49)$$

Teorema 2. *Se todos os autovalores da matriz jacobiana do sistema (48) no equilíbrio x^* tem parte real negativa, então o equilíbrio é assintoticamente estável.*

O problema em esclarecer se todas as raízes de um polinômio de grau n têm parte real negativa sem calcular abertamente suas raízes, foi solucionado por E.J. Routh (1831-1907). Em 1895, A. Hurwitz (1859-1919) encontrou autonomamente uma solução similar (MONTEIRO, 2019).

A equação (49) é reduzida a uma equação algébrica de grau n

$$\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n = 0. \quad (50)$$

Os critérios de *Routh-Hurwitz*, garantem que todas as raízes da equação (50) têm parte real negativa se os coeficientes a_j forem positivos ($a_j > 0$ para todo j). De acordo com Hurwitz, condições complementares, para que todas as raízes do polinômio (50) possuam parte real negativa são dadas em termos da *matriz de Hurwitz*, H_n . Se J é $n \times n$, então H_n também é $n \times n$. A *matriz de Hurwitz* é composta da seguinte forma:

- A diagonal principal da matriz contém elementos $a_1, a_2, \dots, a_n$.
- Na primeira linha, escrevem-se os coeficientes a_j com índices ímpares, com j crescente.

- Na segunda linha, escrevem-se os coeficientes a_j com índices pares, com j crescente.
- O coeficiente de λ^n , a_0 é igual a 1.
- As duas linhas seguintes são obtidas deslocando as duas primeiras linhas uma coluna para a direita, e colocando zeros nas posições que ficaram vazias.
- As demais linhas são construídas repetindo esse processo até a_n ocupar o canto inferior direito.

A matriz de Hurwitz quadrada $n \times n$ é representada da seguinte forma:

$$H_n = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a_2 & a_4 & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & a_1 & a_3 & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & 1 & a_2 & \ddots & & & 0 & \vdots & \vdots \\ \vdots & 0 & a_1 & & \ddots & & a_n & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & 1 & & & \ddots & a_{n-1} & 0 & \vdots \\ \vdots & \vdots & 0 & & & & a_{n-2} & a_n & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & & & & a_{n-3} & a_{n-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & a_{n-4} & a_{n-2} & a_n \end{bmatrix}$$

O critério de Hurwitz estabelece que as partes reais dos autovalores do polinômio característico (50) são negativos para todo $j = 1, \dots, n$ se todos os coeficientes a_j são positivos, e se são positivos os determinantes Δ_j ($j = 1, \dots, n$) dados por:

$$\Delta_1 = |a_1|, \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ 1 & a_2 \end{vmatrix}, \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ 1 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}, \dots, \quad \Delta_n = |H_n|$$

Para polinômios de grau $n = 1, 2, 3, 4$ e 5 , as condições de Routh-Hurwitz são (ALLEN, 2007):

$$n = 2 : a_1 > 0 \quad \text{e} \quad a_2 > 0$$

$$n = 3 : a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0 \quad \text{e} \quad a_1 a_2 > a_3$$

$$n = 4 : a_1 > 0, a_2 > 0, a_3 > 0, a_4 > 0 \quad \text{e} \quad a_1 a_2 a_3 > a_3^2 + a_1^2 a_4$$

$$n = 5 : a_j > 0 \quad j = 1, 2, 3, 4, 5, \quad a_1 a_2 a_3 > a_3^2 + a_1^2 a_4, \quad \text{e} \quad (a_1 a_4 - a_5) \left(a_1 a_2 a_3 - a_3^2 - a_1^2 a_4 \right) > a_5 (a_1 a_2 - a_3)^2 + a_1 a_5^2.$$

A análise de estabilidade dos pontos de equilíbrio, é verificada através da matriz jacobiana do sistema (1), representado por

$$J = \begin{bmatrix} -\frac{\phi_W}{C}F - (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) & 0 & \phi_W - \frac{\phi_W}{C}E_W \\ 0 & -\frac{\phi_D}{C}F - (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) & \phi_D - \frac{\phi_D}{C}E_D \\ \alpha & \alpha & -(\mu_F + \zeta_F) \end{bmatrix} \quad (51)$$

calculada nos valores equivalentes aos pontos de equilíbrio.

Na [Subseção 5.4.2](#), mencionamos a análise de estabilidade tendo como base o sinal do termo constante do polinômio característico, ([LEITE; BASSANEZI; YANG, 2000](#)) enuncia e demonstra um teorema que analisa a estabilidade do ponto de equilíbrio trivial, analisando apenas o termo independente do polinômio característico da matriz jacobiana.

Teorema 3 ([Leite, Bassanezi e Yang \(2000\)](#)). *O ponto de equilíbrio trivial P_0 é assintoticamente estável se o termo independente a_n do polinômio dado pela equação (50) é estritamente positivo, e instável se a_n é estritamente negativo.*

Podemos relacionar o [Teorema 3](#) com o termo independente a_n e a taxa líquida de reprodução básica Q_0 com o [Teorema 4](#) como será demonstrado a seguir.

Teorema 4. *O ponto de equilíbrio trivial P_0 é instável se $Q_0 > 1$ e assintoticamente estável se $0 < Q_0 < 1$.*

Demonstração. A matriz jacobiana associada ao ponto de equilíbrio P_0 é dada por

$$J(P_0) = \begin{bmatrix} -(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) & 0 & \phi_W \\ 0 & -(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) & \phi_D \\ \alpha & \alpha & -(\mu_F + \zeta_F) \end{bmatrix} \quad (52)$$

Os autovalores associados à matriz jacobiana (52) do equilíbrio trivial $P_0 = (0,0,0)$ são soluções do polinômio característico representados por

$$p(\lambda) = \det(J(P_0) - \lambda I) = \lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0, \quad (53)$$

com coeficientes

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = (\mu_F + \zeta_F) + (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})$$

$$a_2 = (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) + (\mu_F + \zeta_F)(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})(1 - (Q_0 - Q_D))$$

$$+ (\mu_F + \zeta_F)(\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})(1 - (Q_0 - Q_W))$$

$$a_3 = (\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) (1 - Q_0).$$

Utilizando os critérios de *Routh-Hurwitz* para um sistema de terceira ordem, cujas raízes do polinômio de terceiro grau têm parte real negativa, se e somente se, $a_j > 0$, com $j = 1, 2, 3$, com as seguintes condições

$$a_1 > 0, \quad a_2 > 0, \quad a_3 > 0 \quad \text{e} \quad a_1 a_2 > a_3.$$

A condição de positividade para o coeficiente a_1 é verdadeira. O termo a_2 é positivo para $0 < (Q_0 - Q_D) < 1$ e $0 < (Q_0 - Q_W) < 1$. O coeficiente a_3 será positivo se $0 < Q_0 < 1$, e negativo se $Q_0 > 1$. A desigualdade $a_1 a_2 > a_3$, será válida se

$$\begin{aligned} 0 < (\mu_F + \zeta_F) & \left[(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})^2 + (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})^2 + (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) \right] \\ & + \left[(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) \right] \left[(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) \right] \\ & + (\mu_F + \zeta_F) \left[(\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (1 - (Q_0 - Q_D)) \right. \\ & \left. + (\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) (1 - (Q_0 - Q_W)) \right] \\ & + (\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) (1 - Q_0). \end{aligned}$$

Podemos concluir que o ponto de equilíbrio trivial P_0 , será instável se $Q_0 > 1$ e assintoticamente estável se $0 < Q_0 < 1$. $\square$

Através dos Teoremas 5 e 6 foi possível verificar a estabilidade dos pontos de equilíbrio P_1 e P_2 do sistema (1).

Teorema 5. *O ponto de equilíbrio não trivial P_1 é assintoticamente estável se $Q_0 > 1$ e instável se $0 < Q_0 < 1$.*

Teorema 6. *O ponto de equilíbrio não trivial P_2 é assintoticamente estável se $0 < Q_0 < 1$ e instável se $Q_0 > 1$.*

Demonstração. A matriz jacobiana que corresponde ao ponto de equilíbrio $P_1 = (E_W^{**}, E_D^{**}, F^{**})$ é dada por

$$J(P_1) = \begin{bmatrix} -\frac{\phi_W}{C} F^{**} - (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) & 0 & \phi_W - \frac{\phi_W}{C} E_W^{**} \\ 0 & -\frac{\phi_D}{C} F^{**} - (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) & \phi_D - \frac{\phi_D}{C} E_D^{**} \\ \alpha & \alpha & -(\mu_F + \zeta_F) \end{bmatrix} \quad (54)$$

Os autovalores associados a matriz (54) do equilíbrio não trivial P_1 , são soluções do polinômio característico representado por:

$$p(\lambda) = \det(J(P_1) - \lambda I) = \lambda^3 + a_1\lambda^2 + a_2\lambda + a_3 = 0, \quad (55)$$

com coeficientes

$$a_0 = 1$$

$$a_1 = \frac{(\phi_W + \phi_D)}{C} F^{**} + (\mu_F + \zeta_F) + (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) + (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})$$

$$a_2 = \frac{\phi_W \phi_D}{C^2} F^{**2} + \left[\phi_W (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) + \phi_D (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + (\mu_F + \zeta_F) (\phi_W + \phi_D) \right] F^{**}$$

$$+ \frac{\alpha \phi_W}{C} E_W^{**} + \frac{\alpha \phi_D}{C} E_D^{**} + (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})$$

$$+ (\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (1 - (Q_0 - Q_D))$$

$$+ (\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) (1 - (Q_0 - Q_W))$$

$$a_3 = \frac{\phi_W \phi_D (\mu_F + \zeta_F)}{C^2} F^{**2} + \frac{\phi_W (\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})}{C} F^{**}$$

$$+ \frac{1}{C} \left[\phi_D (\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (1 - 2(Q_0 - Q_D)) \right] F^{**} + \frac{\alpha \phi_W \phi_D}{C^2} F^{**} E_W^{**}$$

$$+ \frac{\alpha \phi_W \phi_D}{C^2} F^{**} E_D^{**} + \frac{\alpha \phi_W (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})}{C} E_W^{**} + \frac{\alpha \phi_D (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})}{C} E_D^{**}$$

$$+ (\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) (1 - Q_0).$$

A condição necessária e suficiente para que as raízes do polinômio (55) tenham parte real negativa é

$$a_1 > 0, \quad a_2 > 0, \quad a_3 > 0 \quad \text{e} \quad a_1 a_2 > a_3.$$

A desigualdade $a_1 a_2 > a_3$ será válida se

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{1}{C^3} \phi_W \phi_D (\phi_W + \phi_D) \right\} F^{**3} \\ & + \left\{ \frac{1}{C} (\phi_W + \phi_D) \left[\phi_W (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) + \phi_D (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + (\mu_F + \zeta_F) (\phi_W + \phi_D) \right] \right. \\ & + \frac{1}{C^2} \phi_W \phi_D \left[(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) \right] \left. \right\} F^{**2} \\ & + \left\{ \frac{1}{C} (\phi_W + \phi_D) \left[(\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) \right. \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (1 - (Q_0 - Q_D)) \Big] \\
& + \frac{1}{C} (\phi_W + \phi_D) \Big[(\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) (1 - (Q_0 - Q_W)) \Big] \\
& + \Big[\phi_W (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) + \phi_D (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + (\mu_F + \zeta_F) (\phi_W + \phi_D) \Big] \\
& \Big[(\mu_F + \zeta_F) + (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) \Big] \Big\} F^{**} \\
& + \left\{ \frac{\alpha \phi_W^2}{C^2} \right\} F^{**} E_W^{**} + \left\{ \frac{\alpha \phi_D^2}{C^2} \right\} F^{**} E_D^{**} + \left\{ \frac{\alpha \phi_W}{C} \Big[(\mu_F + \zeta_F) + (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) \Big] \right\} E_W^{**} \\
& + \left\{ \frac{\alpha \phi_D}{C} \Big[(\mu_F + \zeta_F) + (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) \Big] \right\} E_D^{**} \\
& + \left\{ (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) \Big[(\mu_F + \zeta_F) + (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) \Big] \right. \\
& + \left. \Big[(\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (1 - (Q_0 - Q_D)) \right. \\
& + \left. (\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) (1 - (Q_0 - Q_W)) \Big] \right. \\
& \left. \Big[(\mu_F + \zeta_F) + (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) \Big] \right\} > \\
& \left\{ \frac{1}{C} \Big[\phi_W (\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) + \phi_D (\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (1 - 2(Q_0 - Q_D)) \Big] \right\} F^{**} \\
& + (\mu_F + \zeta_F) (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) (1 - Q_0) .
\end{aligned}$$

O coeficiente a_1 da equação (55) é positivo. Para que o ponto de equilíbrio não trivial P_1 seja assintoticamente estável, devemos ter $E_D^{**} > 0$, que implica $0 < (Q_0 - Q_D) (C - E^{**}) / C < 1$ e $E_W^{**} > 0$, conforme mostrado na equação (34). Para $E_W^{**} > 0$, devemos ter $Q_0 > 1$, que implica em uma solução assintoticamente estável de acordo com a equação (42).

A análise de estabilidade do ponto de equilíbrio P_2 para que as raízes do polinômio característico respectivo tenham parte real negativa, acontece de forma análoga. Para que P_2 seja estável, devemos ter $E_D^{***} > 0$, que implica $0 < (Q_0 - Q_D) (C - E^{***}) / C < 1$, conforme mostrado na equação (34). Para $E_W^{***} > 0$, devemos ter $Q_0 < 1$, que implica em uma solução estável, de acordo com a equação (43). $\square$

5.5.1 Ponto de bifurcação

Em 1885, Poincaré introduziu o termo bifurcação, que se refere a mudança qualitativa na estrutura topológica do retrato de fases de um sistema dinâmico, à medida que um ou mais parâmetros do sistema passam por valores críticos (MONTEIRO, 2019). A estrutura qualitativa do fluxo pode mudar conforme os parâmetros variam. Pontos fixos podem ser criados ou destruídos, ou sofrer mudanças na sua estabilidade (STROGATZ, 2018).

A teoria da bifurcação dá importância ao fato de como o comportamento de um sistema que depende de um parâmetro σ muda com este parâmetro. Ele foca em qualquer valor crítico, $\sigma = \sigma^*$, onde o comportamento do sistema sofre uma mudança brusca, esses valores são chamados de pontos de bifurcação (CHOU; FRIEDMAN, 2016). Considerando o comportamento qualitativo do conjunto de soluções de um sistema

$$\frac{dX}{dt} = f(X, \sigma), \quad (56)$$

dependente de um parâmetro $\sigma \in \mathbb{R}$, tal comportamento se altera quando o campo vetorial f passa através de um ponto no conjunto de bifurcação ou como o parâmetro σ varia através de um valor de bifurcação σ_0 . Um valor σ_0 do parâmetro σ na equação (56) para o qual o campo vetorial $f(X, \sigma_0)$ denominado C^1 , não é estruturalmente estável é chamado de um valor de bifurcação (PERKO, 2001). Os pontos de bifurcação podem surgir em diferentes maneiras. Se um estado da equação (56), dependente de σ é estável para $\sigma < \sigma_0$ porém perde estabilidade em σ_0 , então uma mudança qualitativa ocorreu no retrato de fases do sistema (56), e $\sigma = \sigma_0$ é um ponto de bifurcação (CHOU; FRIEDMAN, 2016).

Em determinadas situações científicas, um ponto fixo deve existir para todos os valores dos parâmetros e não pode ser destruído. No entanto, tal ponto fixo pode mudar sua estabilidade quando o parâmetro é variado. A troca de estabilidade que toma lugar nos pontos críticos do sistema no valor de bifurcação σ_0 , é chamado de *bifurcação transcritical* (STROGATZ, 2018).

Existe uma bifurcação ou mudança no comportamento do equilíbrio em $Q_0 = 1$ que determina um limiar neste ponto, porém o tamanho da população depende continuamente de Q_0 . Tal transição corresponde a um ponto de bifurcação transcritical do sistema dinâmico (BRAUER; CASTILLO-CHAVEZ, 2012). Os pontos de equilíbrio P_0 , P_1 e P_2 , terão relevância biológica somente se $Q_0 \geq 1$. À medida que $Q_0 \rightarrow 1$, o ponto de equilíbrio instável se aproxima do ponto de equilíbrio estável. Quando $Q_0 > 1$, P_0 torna-se instável e P_1 estável, ocorrendo outra troca de estabilidade em P_2 na qual este ponto torna-se instável novamente.

5.6 Análise de sensibilidade da taxa líquida de reprodução básica

Um modelo populacional é definido primeiramente pelo estado dos indivíduos e a dinâmica entre eles. Depois pelas taxas na qual esses indivíduos se desenvolvem, sobrevivem e se reproduzem ao longo do seu ciclo de vida e pela dependência funcional dessas taxas. Finalmente

pelos valores dos parâmetros que definem as taxas. Um conjunto de parâmetros operando dentro de um determinado sistema, gera os resultados populacionais calculados a partir do modelo como taxa de crescimento populacional, estrutura, equilíbrios, ciclos, medidas de longevidade e assim por diante.

A análise de sensibilidade, nos permite entender como esses resultados mudam em decorrência às mudanças nos parâmetros. O crescimento inicial de uma população e sua continuidade está diretamente relacionado à taxa líquida de reprodução básica Q_0 . Se $Q_0 > 1$, a população de mosquitos fêmeas do *Aedes* spp. irá em média gerar descendentes para substituir-se, consequentemente a geração posterior será maior do que a atual e essa população aumentará. Se $Q_0 < 1$, as gerações posteriores serão menores do que a anterior e essa população declinará até a extinção (CASWELL, 2019). A análise de sensibilidade é feita para determinar quais parâmetros têm um alto impacto sobre o Q_0 .

Para realizar a análise de sensibilidade, calculamos os índices de sensibilidade do Q_0 em relação aos parâmetros do modelo (CHITNIS; HYMAN; CUSHING, 2008). Esses índices são imprescindíveis para nos informar o desenvolvimento dessa população em relação ao seu potencial reprodutivo. Eles nos permitem mensurar a mudança relativa em uma variável de estado quando há pequenas mudanças nos valores dos parâmetros. Esses parâmetros podem incluir aspectos de mortalidade, fertilidade ou imigração.

O índice de sensibilidade normalizado prospectivamente é a razão da mudança relativa na variável para a mudança relativa no parâmetro, sendo uma análise que busca antecipar acontecimentos futuros (CASWELL, 2019). A normalização é utilizada para que os parâmetros possam ser confrontados em variadas escalas temporais. A mudança em um resultado em resposta a uma mudança em um parâmetro, pode ser tratada como um problema no cálculo diferencial. A partir do momento em que a variável é uma função onde os parâmetros são diferenciáveis, o índice de sensibilidade pode ser definido utilizando derivadas parciais.

No trabalho de Chitnis, Hyman e Cushing (2008), essa definição é apresentada como a seguir.

Definição 1. *O índice de sensibilidade normalizado prospectivamente da variável u , que depende diferencialmente do parâmetro p é definido como*

$$\xi_p^u := \frac{\partial u}{\partial p} \times \frac{p}{u}, \quad \text{para } u \neq 0. \quad (57)$$

A análise de sensibilidade também pode ser referida como elasticidade ou sensibilidade proporcional.

5.6.1 Índices de sensibilidade da taxa líquida de reprodução básica

Dada a fórmula explícita em (47) para a taxa líquida de reprodução básica Q_0 relacionada ao modelo matemático (1), analisamos quais parâmetros são mais sensíveis à perturbações locais

e como essas perturbações podem influenciar no desenvolvimento inicial dessa população.

Aplicando a [Definição 1](#), obtemos

$$\xi_p^{Q_0} = \frac{\partial Q_0}{\partial p} \times \frac{p}{Q_0}, \quad (58)$$

onde p representa genericamente um parâmetro de Q_0 .

A [Tabela 10](#) mostra as expressões analíticas obtidas da sensibilidade local em relação aos parâmetros da equação (47) relacionadas à Q_0 , considerando cenários sem intervenções de controle nas populações do mosquito ($\zeta_{E_W} = \zeta_{E_D} = \zeta_F = 0$) a partir da aplicação da [Definição 1](#).

Tabela 10 – Índice de sensibilidade normalizado da taxa líquida de reprodução básica do *Aedes* spp. relacionado ao modelo matemático (1).

Parâmetro	Índice de sensibilidade
ϕ_W	$\frac{\phi_W (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})}{\phi_W (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) + \phi_D (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})} \in (0,1)$
ϕ_D	$\frac{\phi_D (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})}{\phi_W (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) + \phi_D (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})} \in (0,1)$
α	$1 - \frac{\alpha [\phi_W (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})^2 + \phi_D (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})^2]}{\phi_W (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})^2 (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + \phi_D (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})^2 (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})} \in (0,1)$
μ_{E_W}	$-\frac{\phi_W \mu_{E_W} (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})}{\phi_W (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + \phi_D (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})^2} \in (-1,0)$
μ_{E_D}	$-\frac{\phi_D \mu_{E_D} (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})}{\phi_D (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D}) (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + \phi_W (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})^2} \in (-1,0)$
μ_F	-1

Verifica-se que as taxas de mortalidade per capita dos mosquitos μ_{E_W} , μ_{E_D} e μ_F possuem sinal negativo, sendo o parâmetro inversamente proporcional à Q_0 . As taxas de oviposição ϕ_W e ϕ_D possuem sinal positivo, sendo o parâmetro diretamente proporcional à Q_0 . Concluímos através dos valores que constam na [Tabela 10](#), que o parâmetro α relacionado à taxa de desenvolvimento per capita terá sinal positivo se

$$\frac{\alpha [\phi_W (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})^2 + \phi_D (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})^2]}{[\phi_W (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})^2 (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W}) + \phi_D (\mu_{E_W} + \alpha + \zeta_{E_W})^2 (\mu_{E_D} + \alpha + \zeta_{E_D})]} < 1.$$

Caso contrário, o parâmetro assumirá um sinal negativo tornando-se inversamente proporcional a Q_0 comprometendo o desenvolvimento da população de mosquitos. O parâmetro de maior impacto na dinâmica do modelo matemático (1) em relação à função de resposta Q_0 , é a taxa de mortalidade per capita das fêmeas do mosquito μ_F . O parâmetro μ_F é negativamente correlacionado em relação a Q_0 , ou seja, aumentando ou declinando o parâmetro em 1% teremos um aumento ou declínio de 1% em Q_0 . A implementação de ações de controle adicionais que aumenta μ_F , poderá minimizar consideravelmente a presença do vetor no meio ambiente.

5.7 Experimentos computacionais e validação do modelo matemático

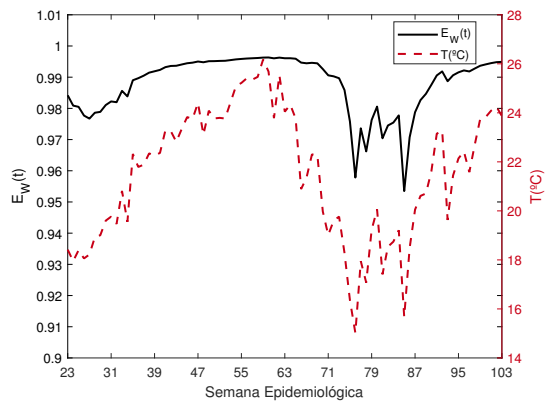
As simulações computacionais das dinâmicas do modelo matemático (1), foram obtidas numericamente através do método de Runge-Kutta de quarta ordem com passo $h = 0,01$ utilizando o software MATLAB[®]. Mais detalhes sobre o método podem ser encontrados em Strogatz (2018).

O modelo matemático (1) foi validado comparando-se os dados obtidos pela simulação computacional da população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ com os dados reais de *IMFA*, que referem-se a captura de fêmeas grávidas que procuram a armadilha para efetuar a oviposição. A escala temporal utilizada neste sistema foi dada em unidades de semanas epidemiológicas (SE), que trata-se de uma padronização internacional relacionada aos dados da Tabela 1 das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil. Foram utilizadas como condição inicial do sistema, as coordenadas do ponto de equilíbrio não trivial da primeira semana epidemiológica do cenário de pesquisa e não foram utilizadas ações de controle adicionais nas populações do vetor ($\zeta_{E_W} = \zeta_{E_D} = \zeta_F = 0$). O piso e o teto dos intervalos de valores permitidos para a potência r_Θ da equação (10) seguiram a coexistência das populações de *Aedes* spp. durante todo o cenário de pesquisa em cada cidade.

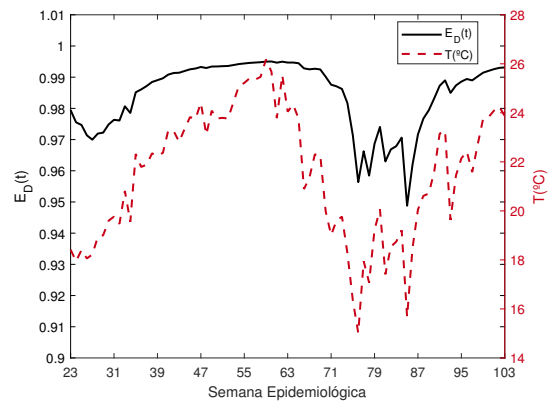
As figuras (26), (27) e (28) mostram a evolução temporal ao longo da variação da temperatura média compensada semanalmente da dinâmica evolutiva das populações de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$, secos $E_D(t)$ e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ do *Aedes* spp..

Figura 26 – Evolução da população de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$, secos $E_D(t)$ e população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ do *Aedes* spp. em relação à temperatura da cidade de Caratinga.

(a) População de ovos em ambientes aquáticos.



(b) População de ovos em ambientes secos.



(c) População de fêmeas pós-repasto sanguíneo.

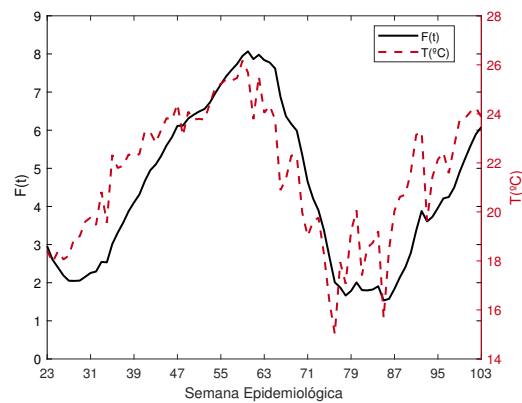
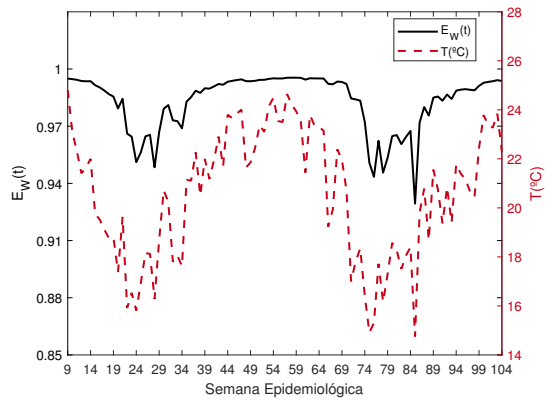
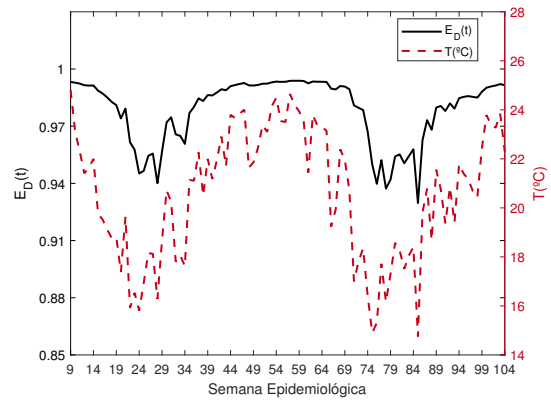


Figura 27 – Evolução da população de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$, secos $E_D(t)$ e população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ do *Aedes* spp. em relação à temperatura da cidade de Lavras.

(a) População de ovos em ambientes aquáticos.



(b) População de ovos em ambientes secos.



(c) População de fêmeas pós-repasto sanguíneo.

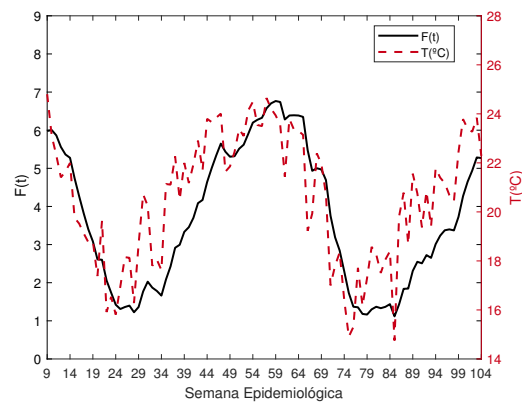
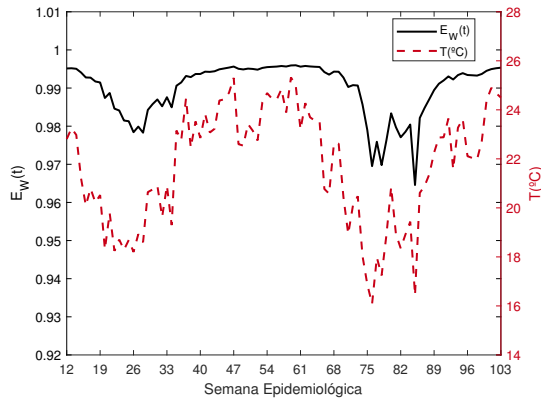
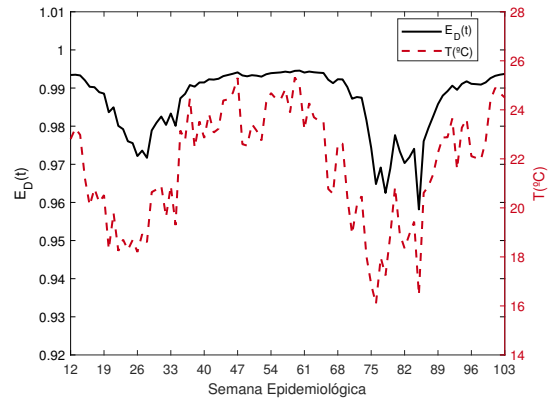


Figura 28 – Evolução da população de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$, secos $E_D(t)$ e população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ do *Aedes* spp. em relação à temperatura da cidade de Sete Lagoas.

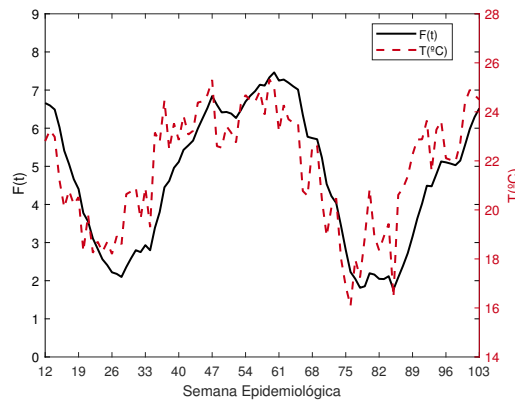
(a) População de ovos em ambientes aquáticos.



(b) População de ovos em ambientes secos.



(c) População de fêmeas pós-repasto sanguíneo.



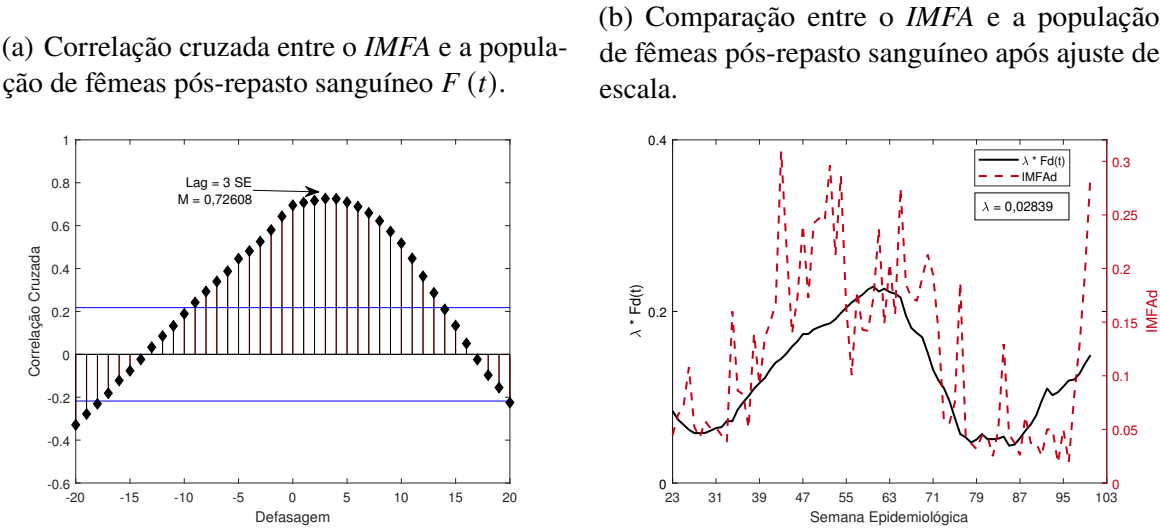
Nas três cidades, observa-se que haver temperaturas mais altas é suficiente para manter a população de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$ e secos $E_D(t)$ elevada e constante, ocorrendo ligeiros declínios das populações onde a temperatura é mais baixa. O comportamento das populações de ovos está de acordo com a literatura, pois segundo o trabalho de Neto e Navarro-Silva (2004), a temperatura tem efeito cíclico sobre a população de ovos do *Aedes* spp., e temperaturas abaixo de 20°C comprometem o crescimento desta população, enquanto que temperaturas mais elevadas, favorecem o crescimento. A população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$, acompanha a ciclicidade da temperatura, onde temperaturas mais elevadas favorecem o crescimento do vetor, e temperaturas mais baixas comprometem, o que está de acordo com a literatura.

A intensidade da correlação M e o fator escala λ relativos ao menor valor de s^2 , associados a defasagem (*Lag*) obtida na simulação do modelo (1) com dependência da temperatura da cidade relativa, estão relatados na Tabela 11.

Tabela 11 – Defasagem (*Lag*), valor máximo da correlação *M*, fator escala λ e o erro quadrático médio s^2 , resultante da comparação entre os dados de fêmeas simulados no modelo matemático (1) com dependência da temperatura e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil.

Correlação Cruzada	<i>Lag</i>	<i>M</i>	λ	s^2
Caratinga (Minas Gerais, Brasil)				
(F, <i>IMFA</i>)	3 SE	0,72608	0,00148	$1,47847 \cdot 10^{-3}$
Lavras (Minas Gerais, Brasil)				
(F, <i>IMFA</i>)	0 SE	0,83805	0,07064	$0,81165 \cdot 10^{-2}$
Sete Lagoas (Minas Gerais, Brasil)				
(F, <i>IMFA</i>)	3 SE	0,76302	0,04808	$4,70487 \cdot 10^{-3}$

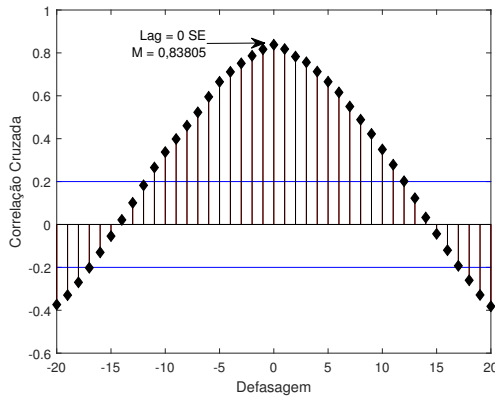
Figura 29 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo matemático (1) com dependência da temperatura e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento, calculado a partir da correlação cruzada e do fator escala λ no cenário de estudo da cidade de Caratinga.



As Figuras (29), (30) e (31), mostram a comparação qualitativa entre os dados simulados de fêmeas pós-repasto sanguíneo após ajuste de escala ($\lambda Fd(t)$) do modelo matemático (1) com dependência da temperatura, e os dados amostrais de *IMFA* com deslocamento calculado a partir da correlação cruzada *M*, com nível de significância *alfa* igual a 0,05 representado pelas linhas horizontais nas Figuras 29 (a), 30 (a) e 31 (a) e do fator escala λ , que trata-se da validação do modelo proposto, que busca coincidir o maior número de picos entre as curvas nas cidades de Caratinga, Lavras e Sete lagoas. Os dados de *IMFA* podem não ser exatos em consequência de influências humanas e tecnológicas sofridas durante o monitoramento. Ademais, as armadilhas são vistoriadas semanalmente, produzindo um atraso médio de uma a duas semanas em relação aos dados.

Figura 30 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1) com dependência da temperatura e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento, calculado a partir da correlação cruzada e do fator escala λ no cenário de estudo da cidade de Lavras.

(a) Correlação cruzada entre o *IMFA* e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$.



(b) Comparação entre o *IMFA* e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo após ajuste de escala.

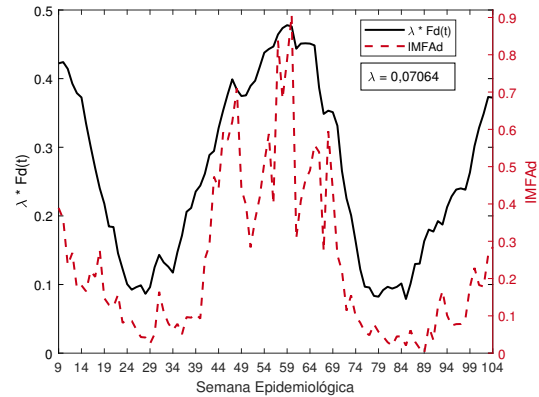
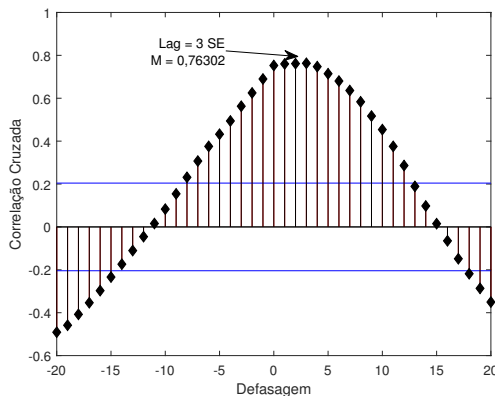
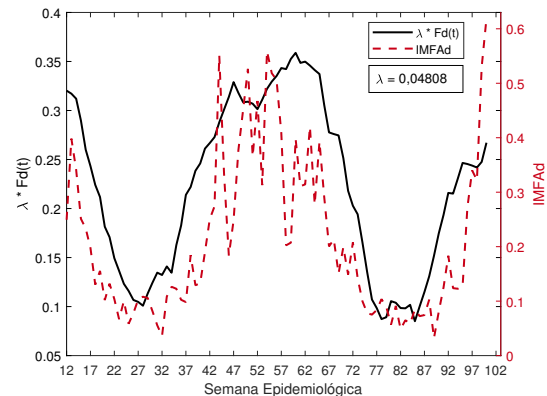


Figura 31 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1) com dependência da temperatura e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento, calculado a partir da correlação cruzada e do fator escala λ no cenário de estudo da cidade de Sete Lagoas.

(a) Correlação cruzada entre o *IMFA* e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$.



(b) Comparação entre o *IMFA* e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo após ajuste de escala.



A análise qualitativa, sugere que as curvas replicadas pelo modelo matemático (1) com dependência da temperatura da população de fêmeas pós-repasto sanguíneo, seguiram a tendência de evolução de *IMFA* ao longo do período, sem atraso entre os picos e os vales para a cidade de Lavras; e com um atraso médio de três semanas para as cidades de Caratinga e Sete Lagoas, com o valor máximo da correlação equivalente a 0,72608 para a cidade de Caratinga, 0,83805 para a cidade de Lavras e 0,76302 para a cidade de Sete Lagoas. De acordo com a regra para interpretar a magnitude do coeficiente de correlação M representado na Tabela 3, a intensidade de cada correlação foi forte para as três cidades.

As Figuras (32), (33), (34) e (35), elucidam a análise computacional de estabilidade dos pontos de equilíbrio do modelo matemático (1), utilizando dados de temperatura média compensada por semana epidemiológica da cidade de Lavras. A análise das demais cidades ocorre de forma análoga.

Figura 32 – Gráfico dos valores dos coeficientes a_j e do determinante Δ do ponto de equilíbrio trivial P_0 em relação aos dados de temperatura média compensada da cidade de Lavras.

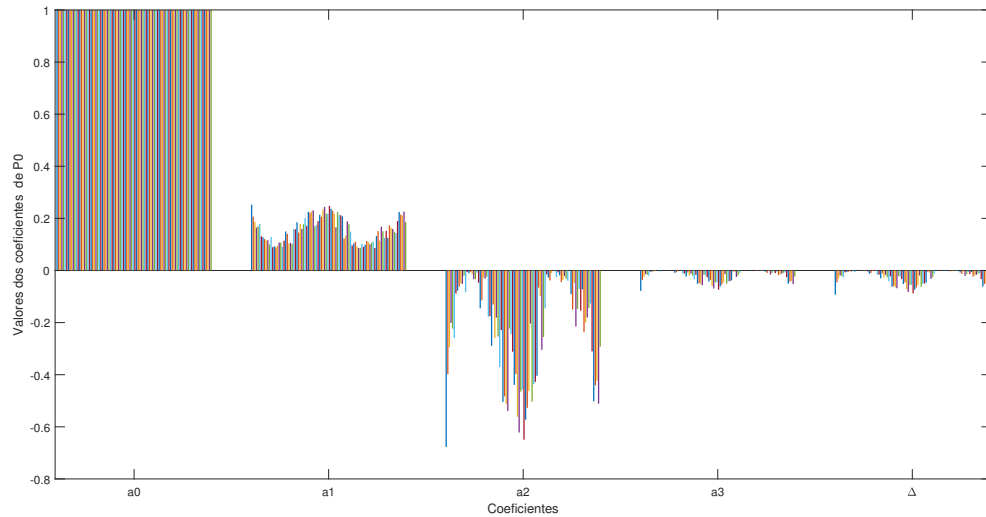
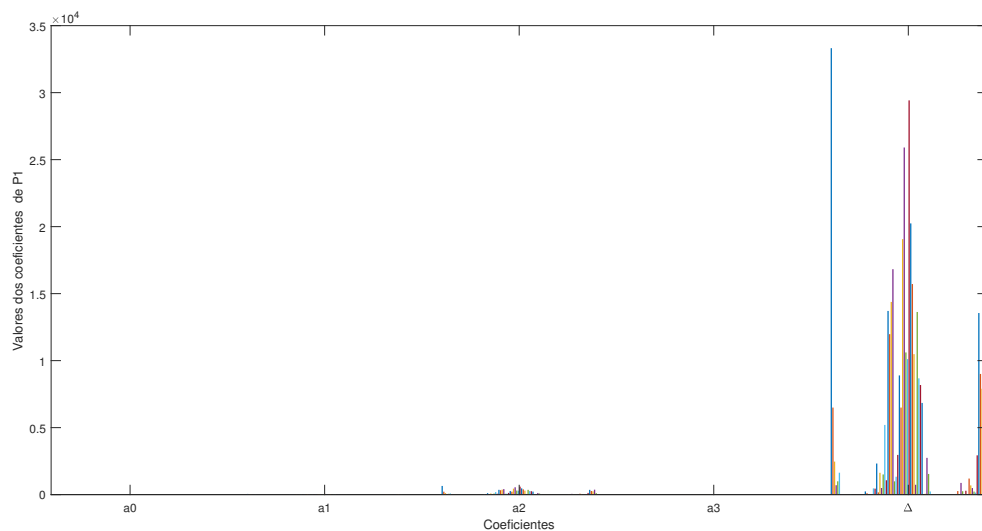


Figura 33 – Gráfico dos valores dos coeficientes a_j e do determinante Δ do ponto de equilíbrio P_1 em relação aos dados de temperatura média compensada da cidade de Lavras.



A Figura 32 refere-se aos coeficientes do polinômio característico do ponto de equilíbrio trivial P_0 e seus respectivos valores em relação aos dados de temperatura média compensada por semana epidemiológica. Para que o ponto de equilíbrio P_0 seja estável, os valores dos coeficientes a_j devem ser positivos de acordo com os critérios de *Routh-Hurwitz*. O gráfico mostra que os

coeficientes a_2 e a_3 são negativos caracterizando um ponto de equilíbrio instável. A Figura 33 está relacionada ao ponto de equilíbrio não trivial P_1 cujos coeficientes a_j são positivos como mostra a Figura 34, indicando um ponto de equilíbrio estável. O coeficiente a_2 da Figura 35 é negativo e o critério de *Routh-Hurwitz* não é atendido, portanto o ponto de equilíbrio P_2 é instável.

Figura 34 – Curvas dos valores dos coeficientes a_j do ponto de equilíbrio P_1 em relação aos dados de temperatura média compensada da cidade de Lavras.

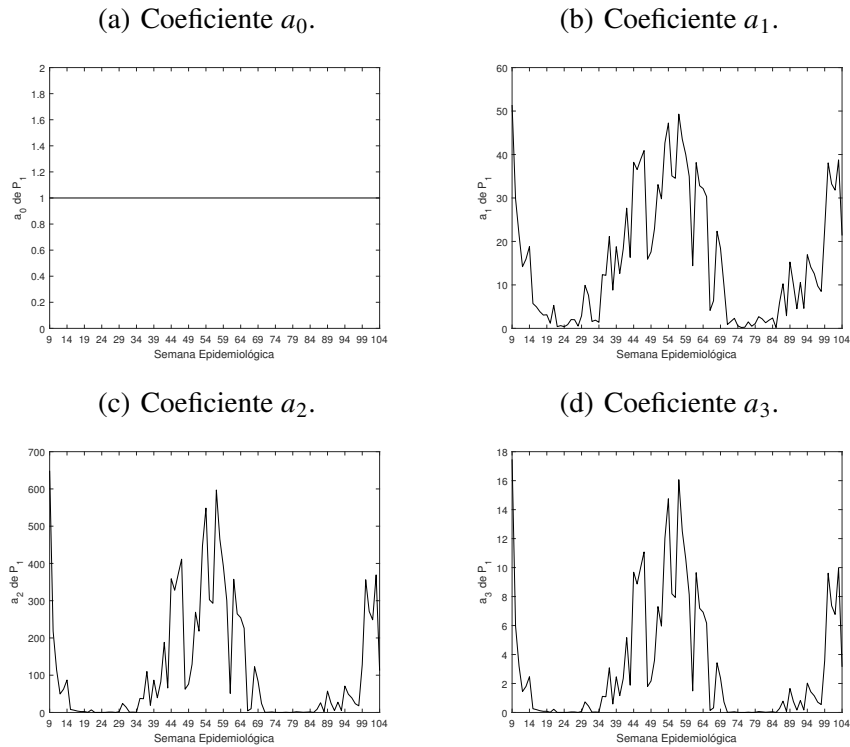
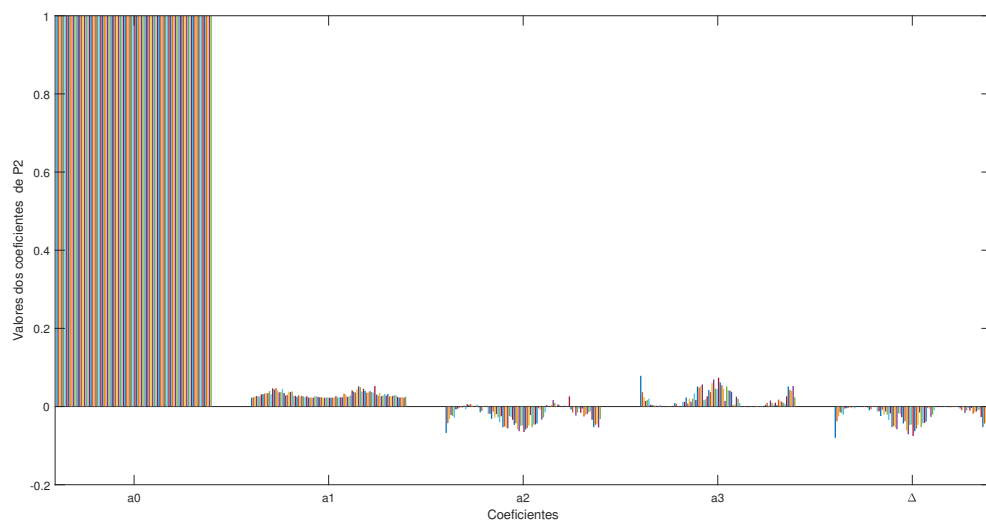


Figura 35 – Gráfico dos valores dos coeficientes a_j e do determinante Δ do ponto de equilíbrio P_2 em relação aos dados de temperatura média compensada da cidade de Lavras.



Com base na [Tabela 10](#), geramos gráficos do comportamento das curvas relacionadas aos parâmetros dependentes da temperatura média compensada do modelo (1), considerando sua variação durante cada semana epidemiológica das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil.

Figura 36 – Comportamento dos índices de sensibilidade em relação à temperatura média compensada da cidade de Caratinga.

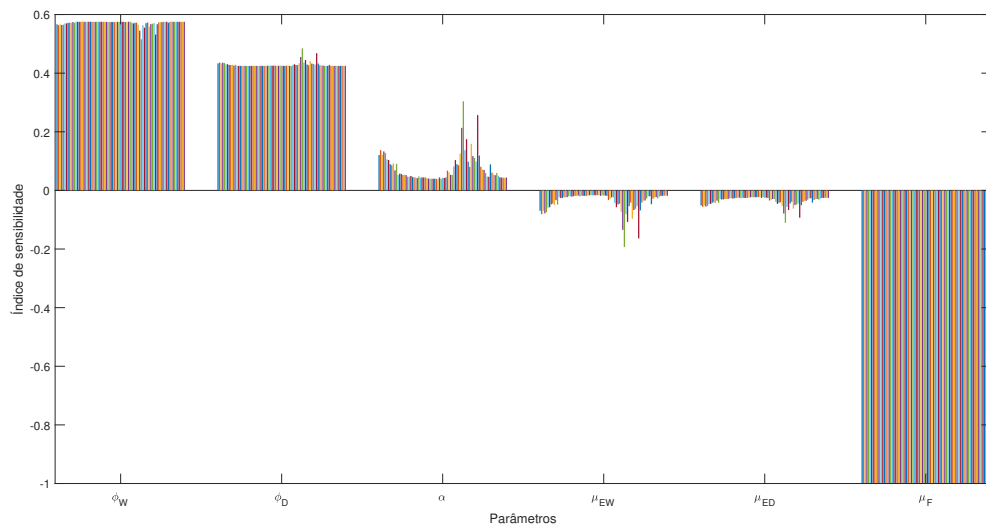


Figura 37 – Comportamento dos índices de sensibilidade em relação à temperatura média compensada da cidade de Lavras.

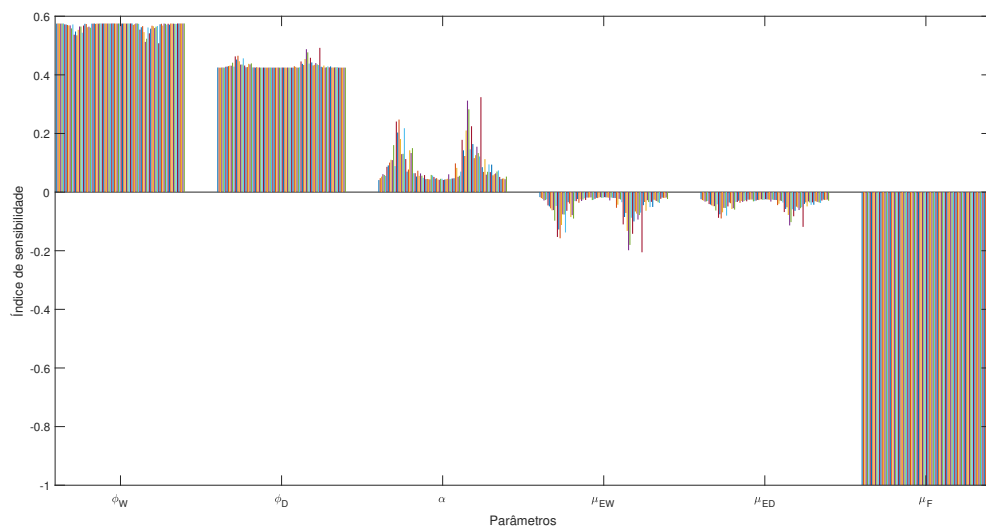
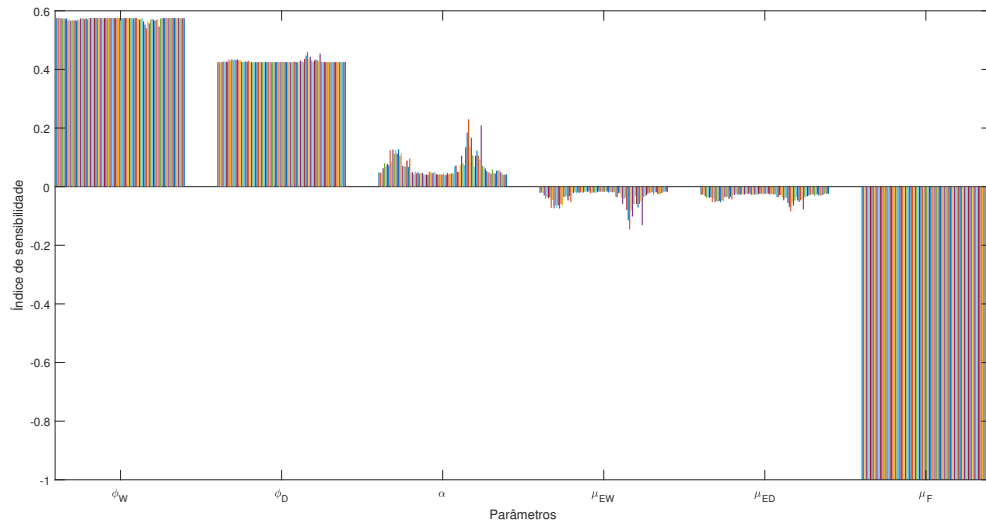


Figura 38 – Comportamento dos índices de sensibilidade em relação à temperatura média compensada da cidade de Sete Lagoas.



As Figuras (36), (37) e (38), caracterizam a dinâmica dos índices de sensibilidade das três cidades sem controle adicional em relação à temperatura média compensada, na qual os índices de sensibilidade desses parâmetros apresentam maior e menor sensibilidade em determinadas semanas epidemiológicas. O parâmetro que mais afeta negativamente o Q_0 sem ações de controle, é a taxa de mortalidade de mosquitos fêmeas μ_F , pois aumentando ou diminuindo o parâmetro em 1%, temos um aumento ou declínio de 1% em Q_0 .

A Figura 39 mostra a evolução do erro quadrático médio s^2 em função da potência r do modelo matemático (1), considerando o intervalo $0 < r \leq 1$ e passo $h = 0,01$. No intervalo $0 < r \leq 1$, os valores da potência r que reduzem o s^2 , estão relacionados as defasagens de quatro, cinco e quatro semanas epidemiológicas para a cidade de Caratinga, três e cinco semanas epidemiológicas para a cidade de Lavras e quatro e três semanas epidemiológicas para a cidade de Sete Lagoas. A potência r em conjunto com a intensidade da correlação M , e o fator escala λ em relação ao menor valor de s^2 , relacionada a cada defasagem (*Lag*) do modelo matemático (1) da respectiva cidade, estão representados na Tabela 12.

Para avaliar a dinâmica da população do vetor, a estabilidade dos pontos de equilíbrio e a sensibilidade de Q_0 do modelo (1), foi considerada a potência r relativa ao menor valor do erro quadrático médio s^2 no cenário de estudo em cada uma das três cidades.

Figura 39 – Dependência do erro quadrático médio s^2 e da defasagem (Lag) com a potência r do modelo matemático (1) para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil.

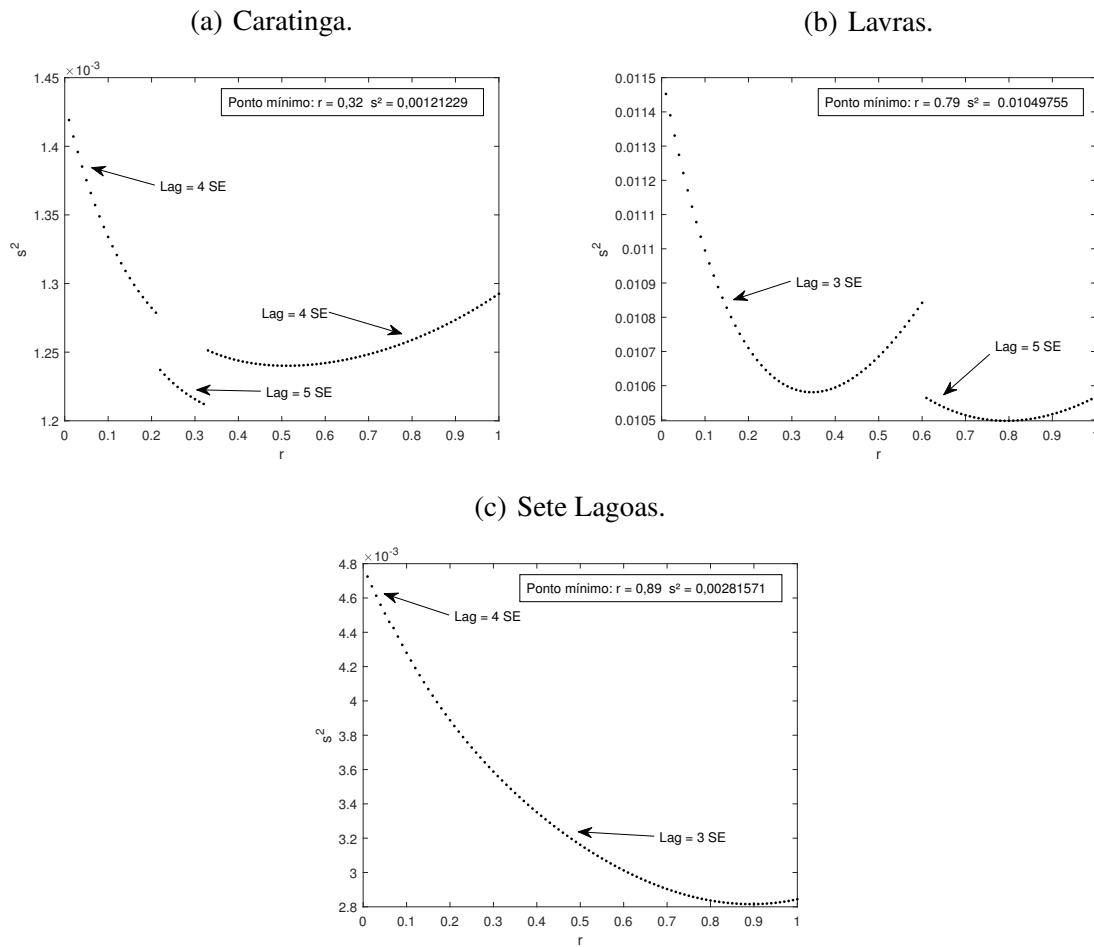


Tabela 12 – Defasagem (Lag), valor máximo da correlação M , fator escala λ , erro quadrático médio s^2 e valor ótimo da potência r decorrente da comparação entre os dados de fêmeas simulados no modelo matemático (1), e os dados amostrais de Índice Médio de Fêmeas *Aedes* para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil.

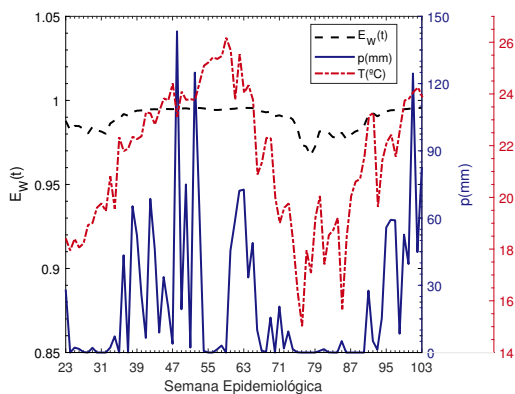
Correlação Cruzada	Lag	M	λ	s^2	r
Caratinga (Minas Gerais, Brasil)					
(F, <i>IMFA</i>)	4 SE	0,74278	0,03062	$1,27879 \cdot 10^{-3}$	0,21
(F, <i>IMFA</i>)	5 SE	0,73924	0,03149	$1,21229 \cdot 10^{-3}$	0,32
(F, <i>IMFA</i>)	4 SE	0,73358	0,03123	$1,24009 \cdot 10^{-3}$	0,51
Lavras (Minas Gerais, Brasil)					
(F, <i>IMFA</i>)	3 SE	0,73948	0,06437	$1,05810 \cdot 10^{-2}$	0,35
(F, <i>IMFA</i>)	5 SE	0,69684	0,06452	$1,04976 \cdot 10^{-2}$	0,79
Sete Lagoas (Minas Gerais, Brasil)					
(F, <i>IMFA</i>)	4 SE	0,75699	0,05075	$4,46070 \cdot 10^{-3}$	0,06
(F, <i>IMFA</i>)	3 SE	0,83590	0,04988	$2,81571 \cdot 10^{-3}$	0,89

As Figuras (40), (41) e (42), mostram a evolução temporal da dinâmica evolutiva das populações de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$, secos $E_D(t)$ e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ do *Aedes* spp. em relação à pluviosidade acumulada e temperatura média compensada das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil.

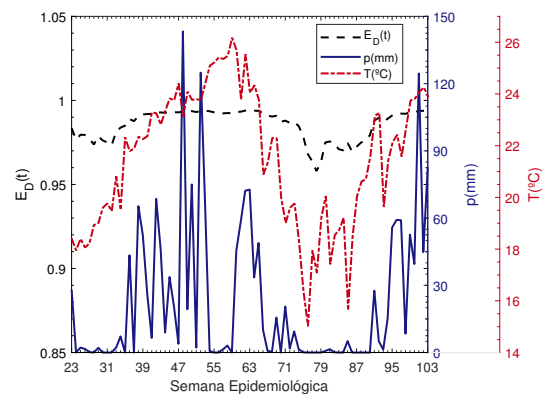
A populações de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$ e secos $E_D(t)$, para as respectivas cidades em estudo, são sensíveis a influência da pluviosidade e da temperatura, onde não é necessário que haja altos índices pluviométricos para manter a população elevada e constante. Em períodos de estiagem e baixas temperaturas, as populações de ovos sofrem declínio, porém não chegam a extinguir-se, possivelmente devido a resistência à dessecação de ovos do mosquito e a existência de potenciais criadouros do vetor neste intervalo de tempo. A população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$, se mantém elevada em períodos chuvosos com altas temperaturas, e entra em declínio em períodos de estiagem e baixas temperaturas, mostrando com isso a influência da pluviosidade e da temperatura no ciclo evolutivo do *Aedes* spp..

Figura 40 – Evolução da população de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$, secos $E_D(t)$ e população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ do *Aedes* spp. em relação à pluviosidade e temperatura da cidade de Caratinga.

(a) População de ovos em ambientes aquáticos.



(b) População de ovos em ambientes secos.



(c) População de fêmeas pós-repasto sanguíneo.

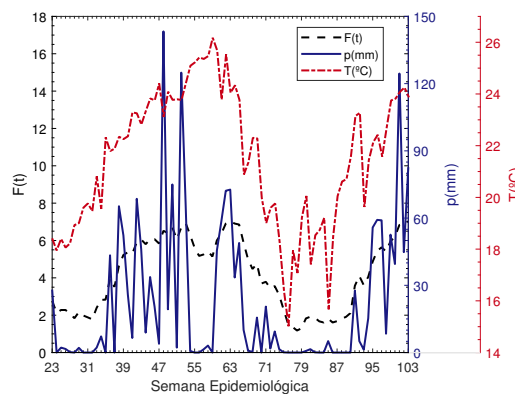
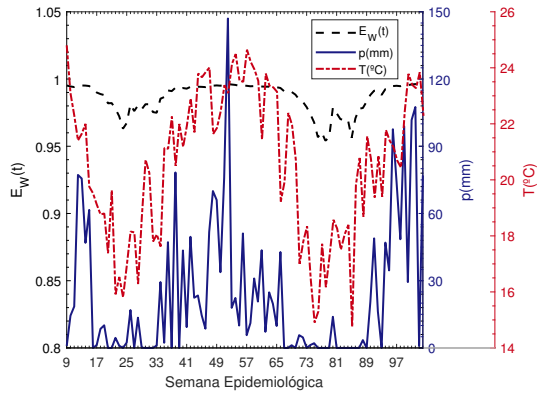
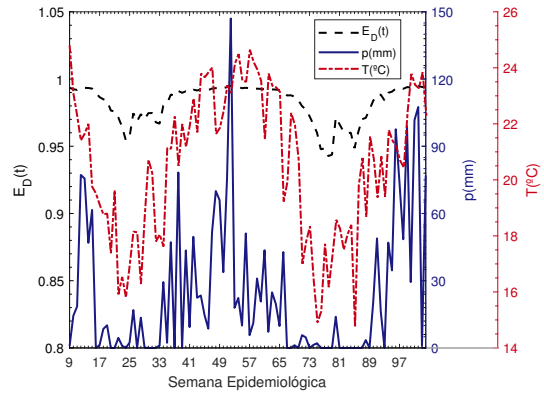


Figura 41 – Evolução da população de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$, secos $E_D(t)$ e população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ do *Aedes* spp. em relação à pluviosidade e temperatura da cidade de Lavras.

(a) População de ovos em ambientes aquáticos.



(b) População de ovos em ambientes secos.



(c) População de fêmeas pós-repasto sanguíneo.

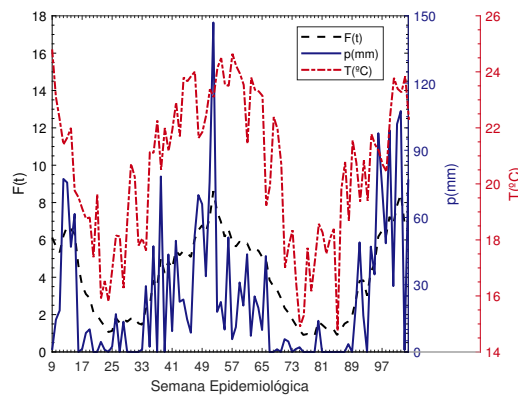
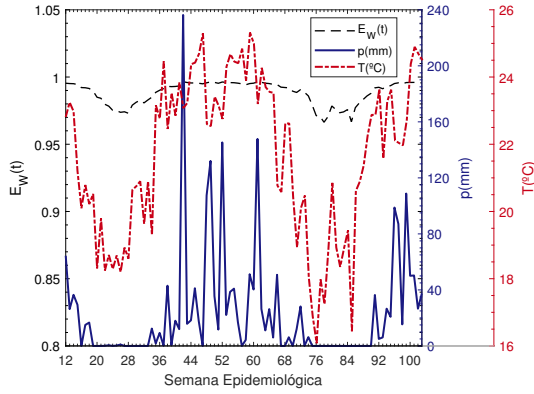
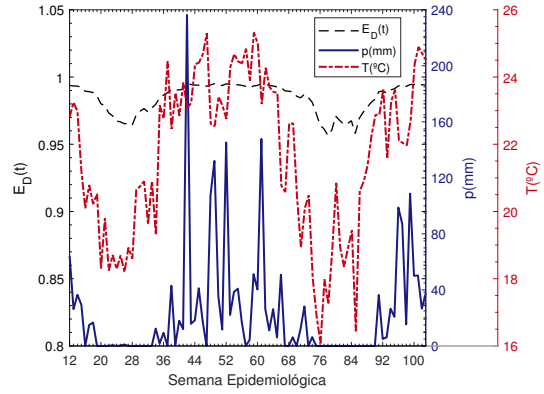


Figura 42 – Evolução da população de ovos em ambientes aquáticos $E_W(t)$, secos $E_D(t)$ e população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$ do *Aedes* spp. em relação à pluviosidade e temperatura da cidade de Sete Lagoas.

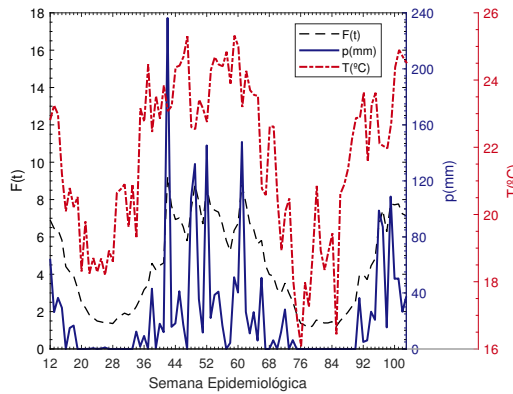
(a) População de ovos em ambientes aquáticos.



(b) População de ovos em ambientes secos.



(c) População de fêmeas pós-repasto sanguíneo.



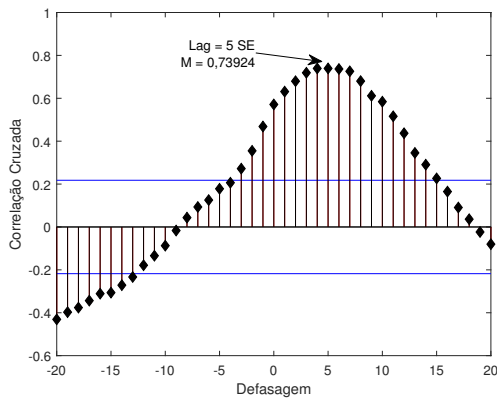
As Figuras (43), (44) e (45), mostram a comparação qualitativa entre os dados simulados de fêmeas pós-repasto sanguíneo após ajuste de escala ($\lambda F(t)$) do modelo matemático (1), e dados amostrais de *IMFA* com deslocamento, calculado a partir da correlação cruzada M com nível de significância alfa equivalente a 0,05 representado pelas linhas horizontais em (a) e do fator escala λ , que pode ser compreendido como a validação do modelo (1) com o objetivo de coincidir o maior número de picos entre as curvas em cada uma das três cidades em estudo. O monitoramento das armadilhas é suscetível a influências humanas e tecnológicas, acarretando uma imprecisão nos dados de *IMFA*. Além do mais, pela razão das armadilhas serem vistoriadas semanalmente, um atraso médio de 1 a 2 semanas pode ser gerado em relação aos dados.

Através da análise qualitativa, deduz-se que as curvas reproduzidas pelo modelo matemático (1) da população de fêmeas pós-repasto sanguíneo, seguiram a tendência da evolução de *IMFA* com um atraso médio entre os picos e vales de cinco semanas para a cidade de Caratinga, com o valor máximo da correlação equivalente a 0,73924; cinco semanas para a cidade de Lavras, com o valor máximo da correlação M correspondente a 0,69684; e três semanas para a cidade de Sete Lagoas, com o valor máximo da correlação M equivalente a 0,83590. De acordo com a

regra para interpretar a magnitude do coeficiente de correlação M representado na Tabela 3, a intensidade de cada correlação foi forte para as três cidades no cenário de estudo.

Figura 43 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1), e os dados amostrais de Índice Médio de Fêmeas *Aedes* com deslocamento, calculado a partir da correlação cruzada e do fator escala λ no cenário de estudo da cidade de Caratinga em Minas Gerais, Brasil.

(a) Correlação cruzada entre o *IMFA* e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$.



(b) Comparação entre o *IMFA* e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo após ajuste de escala.

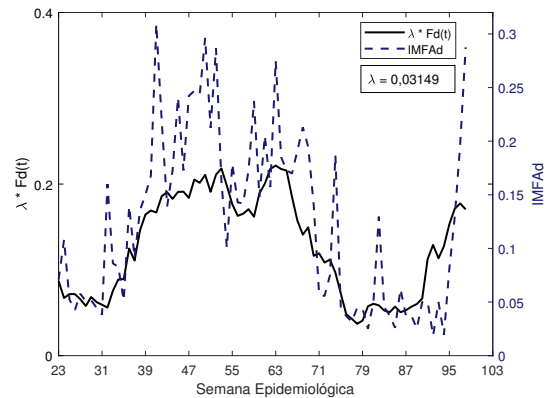
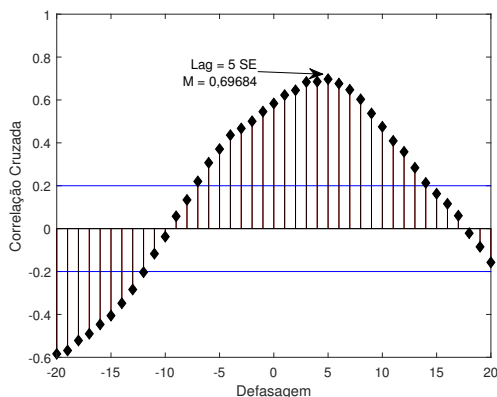


Figura 44 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1), e os dados amostrais de Índice Médio de Fêmeas *Aedes* com deslocamento, calculado a partir correlação cruzada e do fator escala λ no cenário de estudo da cidade de Lavras em Minas Gerais, Brasil.

(a) Correlação cruzada entre o *IMFA* e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$.



(b) Comparação entre o *IMFA* e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo após ajuste de escala.

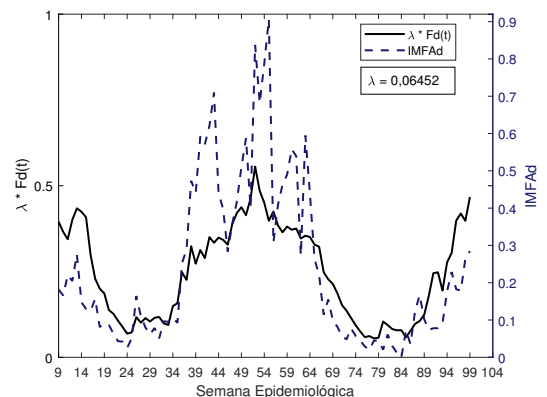
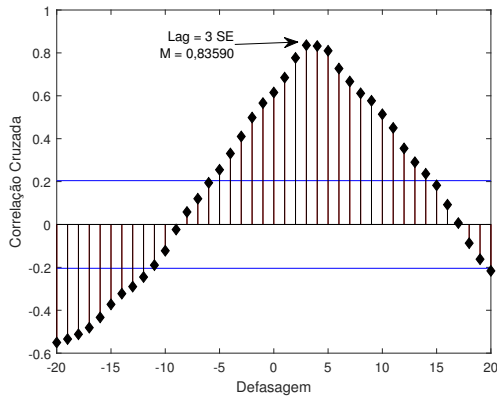
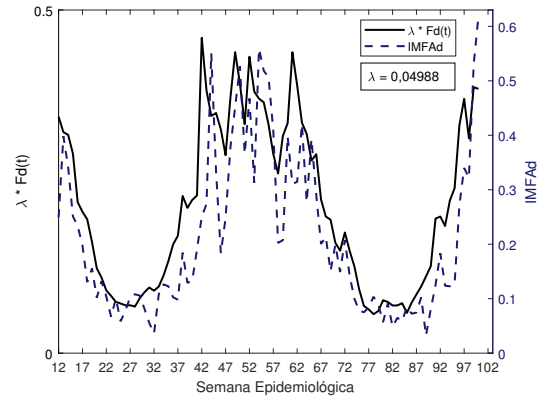


Figura 45 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1), e os dados amostrais de Índice Médio de Fêmeas *Aedes* com deslocamento, calculado a partir da correlação cruzada e do fator escala λ no cenário de estudo da cidade de Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil.

(a) Correlação cruzada entre o *IMFA* e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F(t)$.



(b) Comparação entre o *IMFA* e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo após ajuste de escala.



As Figuras (46), (47), (48) e (49), mostram a análise computacional de estabilidade dos pontos de equilíbrio do modelo matemático (1), utilizando dados pluviométricos e de temperatura média compensada por semana epidemiológica da cidade de Lavras. A análise das demais cidades é feita de forma similar.

Figura 46 – Gráfico dos valores dos coeficientes a_j e do determinante Δ do ponto de equilíbrio trivial P_0 em relação aos dados de pluviosidade e temperatura média compensada da cidade de Lavras.

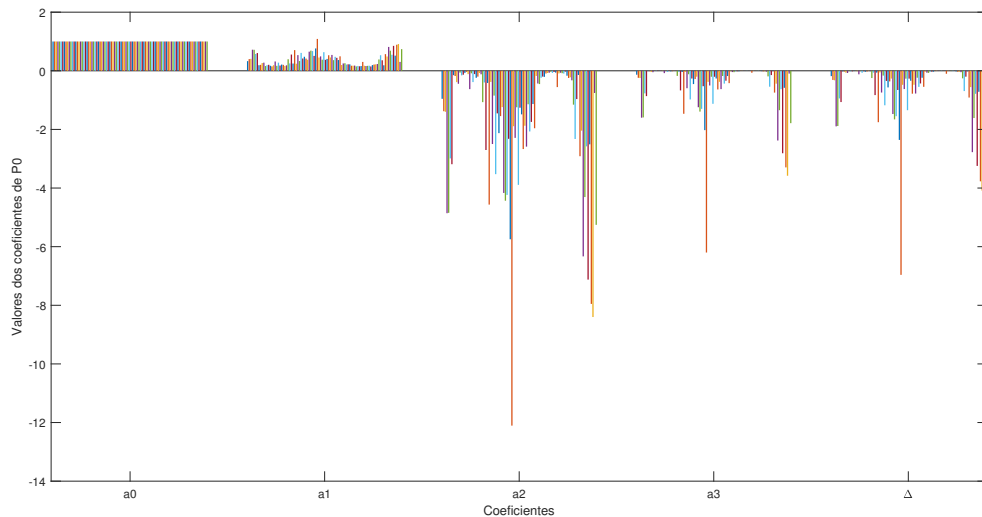


Figura 47 – Gráfico dos valores dos coeficientes a_j e do determinante Δ do ponto de equilíbrio P_1 em relação aos dados de pluviosidade e temperatura média compensada da cidade de Lavras.

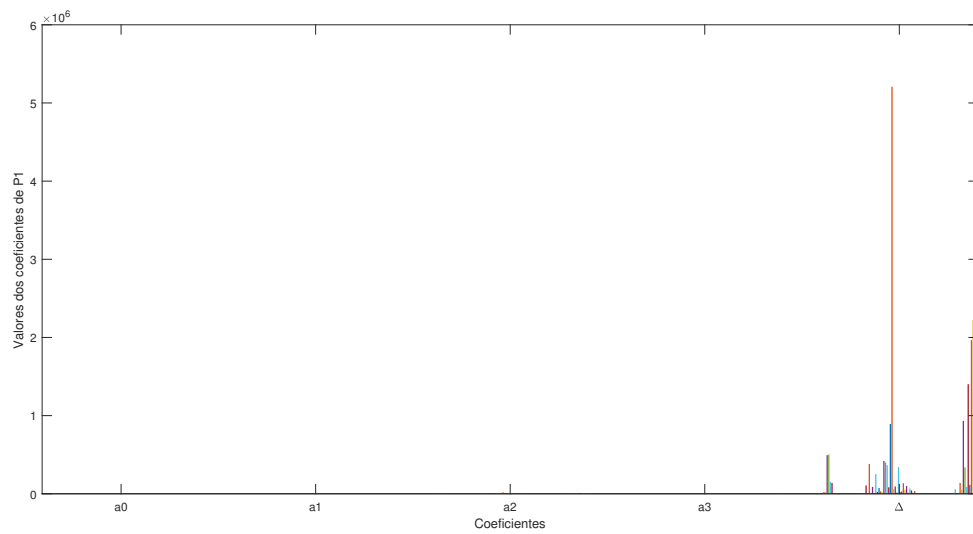


Figura 48 – Curvas dos valores dos coeficientes a_j do ponto de equilíbrio P_1 em relação aos dados de pluviosidade e temperatura média compensada da cidade de Lavras.

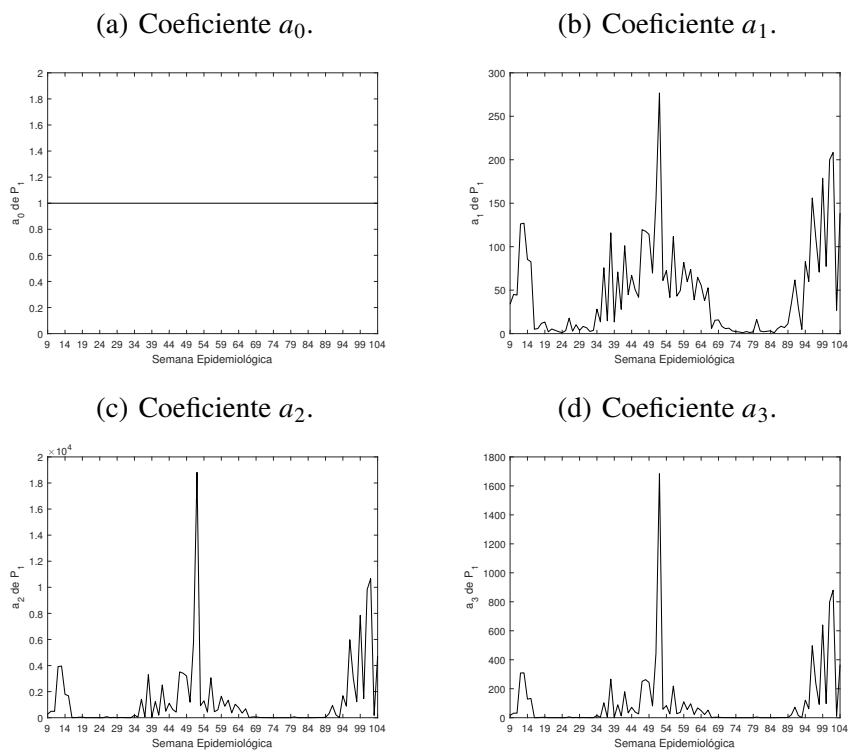
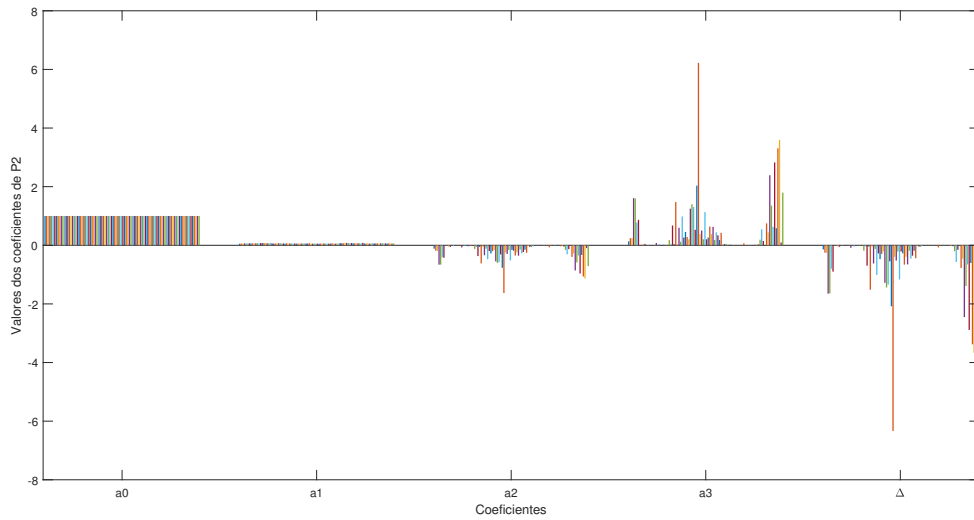


Figura 49 – Gráfico dos valores dos coeficientes a_j e do determinante Δ do ponto de equilíbrio P_2 em relação aos dados de pluviosidade e temperatura média compensada da cidade de Lavras.



A Figura 46 mostra os valores dos coeficientes a_j relacionados ao polinômio característico do ponto de equilíbrio trivial P_0 e seus respectivos valores em relação aos dados de temperatura média compensada e pluviosidade acumulada semanalmente. Os coeficientes a_2 e a_3 são negativos, de acordo com os critérios de *Routh-Hurwitz*, esta condição indica um ponto de equilíbrio instável. As Figuras (47) e (48) mostram os valores dos coeficientes a_j relacionados ao ponto de equilíbrio não trivial P_1 . Os coeficientes são todos positivos caracterizando um ponto de equilíbrio estável. O coeficiente a_2 relacionado ao ponto de equilíbrio não trivial P_2 possui valor negativo de acordo com a Figura 49. Isso indica que os critérios de *Routh-Hurwitz* não são atendidos e o ponto de equilíbrio não trivial P_2 é instável.

A partir da Tabela 10, geramos gráficos do comportamento das curvas relacionadas aos parâmetros dependentes da pluviosidade e temperatura média compensada do modelo matemático (1), considerando sua variação durante cada semana epidemiológica das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil.

As Figuras (50), (51) e (52), mostram a dinâmica evolutiva dos índices de sensibilidade das três cidades sem ações de controle adicional em relação à pluviosidade acumulada e temperatura média compensada, onde os índices de sensibilidade relacionados a esses parâmetros apresentam maior e menor sensibilidade em determinadas semanas epidemiológicas. O parâmetro μ_F , a mortalidade dos mosquitos fêmeas, tem alto impacto no sistema afetando negativamente o Q_0 , pois diminuindo ou aumentando o parâmetro em 1%, temos um declínio ou aumento de 1% no Q_0 .

Figura 50 – Comportamento dos índices de sensibilidade em relação aos dados de pluviosidade e temperatura média compensada da cidade de Caratinga.

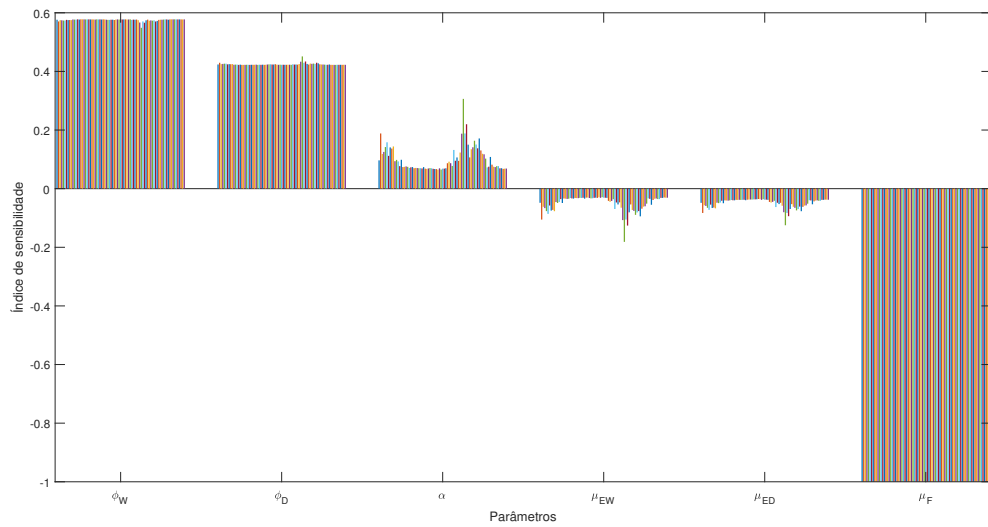


Figura 51 – Comportamento dos índices de sensibilidade em relação aos dados de pluviosidade e temperatura média compensada da cidade de Lavras.

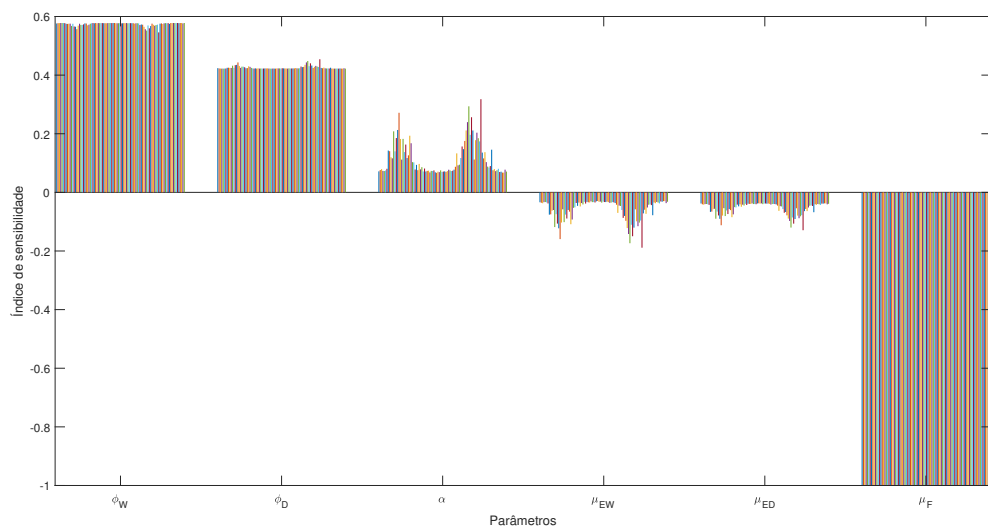
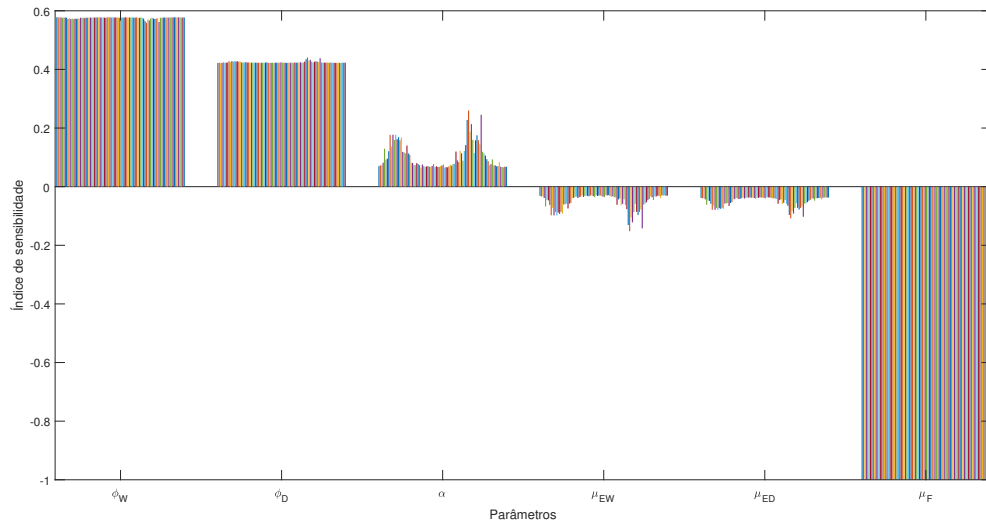


Figura 52 – Comportamento dos índices de sensibilidade em relação aos dados de pluviosidade e temperatura média compensada da cidade de Sete Lagoas.



5.8 Comparação entre modelos

Nesta seção, iremos contrapor o resultado alcançado relacionado ao menor valor do erro quadrático médio s^2 dos modelos desenvolvidos neste trabalho com os trabalhos de Barsante (2012) e Silva (2018). Realizamos simulações numéricas sem ação de controle adicional nas populações dos respectivos modelos entomológicos, utilizando dados amostrais de *IMFA*, de precipitação acumulada $p(\text{mm})$ e temperatura média compensada $T(^{\circ}\text{C})$ por semana epidemiológica (SE) no cenário de pesquisa das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil.

As Tabelas (13), (14) e (15), mostram a comparação entre o valor do erro quadrático médio s^2 e da defasagem (*Lag*) obtidos entre os dados de *IMFA* e os dados simulados de fêmeas pós-repasto sanguíneo dos modelos apresentados neste trabalho e dos modelos matemáticos entomológicos (30) e (31) dos trabalhos de Silva (2018) e Barsante (2012).

Para a cidade de Caratinga, o menor valor de s^2 foi obtido na simulação do modelo (31) de Silva (2018) com um atraso médio entre as curvas de três semanas epidemiológicas e, o maior valor foi obtido na simulação do modelo de Barsante (2012) com um atraso médio entre as curvas de uma semana epidemiológica. Para a cidade de Lavras o menor valor de s^2 foi obtido na simulação do modelo matemático (1) com parâmetros dependentes da temperatura, com um atraso médio entre as curvas de zero semanas e, o maior valor obtido foi na simulação do modelo de Barsante (2012) com um atraso médio entre as curvas de seis semanas. Para a cidade de Sete Lagoas, o menor valor do erro quadrático médio s^2 obtido foi na simulação do modelo (1) com parâmetros dependentes da temperatura e pluviosidade com um atraso médio entre as curvas de três semanas e, o maior valor obtido foi na simulação do modelo de Barsante (2012) com um atraso médio entre as curvas de uma semana.

Tabela 13 – Comparação do erro quadrático médio s^2 e da defasagem (Lag) obtidos a partir dos dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* e os dados simulados de fêmeas pós-repasto sanguíneo dos modelos (30) e (31) dos trabalhos de Silva (2018) e Barsante (2012) para a cidade de Caratinga em Minas Gerais, Brasil.

Modelo	Parâmetro	Caratinga
(1) ^a	s^2	$1,47847 \cdot 10^{-3}$
	Lag	3 SE
(1) ^b	s^2	$1,21229 \cdot 10^{-3}$
	Lag	5 SE
(30) de Silva (2018)	s^2	$1,65843 \cdot 10^{-3}$
	Lag	4 SE
(31) de Silva (2018)	s^2	$1,12790 \cdot 10^{-3}^*$
	Lag	3 SE
Barsante (2012)	s^2	$3,39340 \cdot 10^{-3}$
	Lag	1 SE

^a Modelo com parâmetros dependentes da temperatura.

^b Modelo com parâmetros dependentes da temperatura e pluviosidade.

* O menor valor de s^2 .

Tabela 14 – Comparação do erro quadrático médio s^2 e da defasagem (Lag) obtidos a partir dos dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes*, e os dados simulados de fêmeas pós-repasto sanguíneo dos modelos (30) e (31) dos trabalhos de Silva (2018) e Barsante (2012) para a cidade de Lavras em Minas Gerais, Brasil.

Modelo	Parâmetro	Lavras
(1) ^a	s^2	$0,81165 \cdot 10^{-2}^*$
	Lag	0 SE
(1) ^b	s^2	$1,04975 \cdot 10^{-2}$
	Lag	5 SE
(30) de Silva (2018)	s^2	$1,19548 \cdot 10^{-2}$
	Lag	0 SE
(31) de Silva (2018)	s^2	$1,26479 \cdot 10^{-2}$
	Lag	3 SE
Barsante (2012)	s^2	$1,80433 \cdot 10^{-2}$
	Lag	6 SE

^a Modelo com parâmetros dependentes da temperatura.

^b Modelo com parâmetros dependentes da temperatura e pluviosidade.

* O menor valor de s^2 .

Tabela 15 – Comparação do erro quadrático médio s^2 e da defasagem (Lag) obtidos a partir dos dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes*, e os dados simulados de fêmeas pós-repasto sanguíneo dos modelos (30) e (31) dos trabalhos de [Silva \(2018\)](#) e [Barsante \(2012\)](#) para a cidade de Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil.

Modelo	Parâmetro	Sete Lagoas
(1) ^a	s^2	$4,70487 \cdot 10^{-3}$
	Lag	3 SE
(1) ^b	s^2	$2,81571 \cdot 10^{-3} *$
	Lag	3 SE
(30) de Silva (2018)	s^2	$6,33154 \cdot 10^{-3}$
	Lag	3 SE
(31) de Silva (2018)	s^2	$3,68005 \cdot 10^{-3}$
	Lag	3 SE
Barsante (2012)	s^2	$11,96658 \cdot 10^{-3}$
	Lag	1 SE

^a Modelo com parâmetros dependentes da temperatura.

^b Modelo com parâmetros dependentes da temperatura e pluviosidade.

* O menor valor de s^2 .

6 Conclusão

O controle de populações de *Aedes* spp. em ambientes urbanos é um grande desafio. A prevalência e incidência de doenças causadas por arboviroses estão aumentando a nível global. O *Aedes* spp. está bem adaptado ao meio urbano e procurará com sucesso habitats artificiais e naturais presentes nas cidades. Isso representa um grande obstáculo para o desenvolvimento de estratégias de controle por partes das autoridades sanitárias (WILKE et al., 2020).

Neste trabalho, desenvolvemos um modelo matemático baseado em equações diferenciais não lineares que descreve a evolução temporal da dinâmica da população de ovos em ambientes aquáticos, ambientes secos e população de fêmeas pós-repasto sanguíneo dependentes da temperatura e da pluviosidade e avaliamos o crescimento do mosquito em condições climáticas variadas de determinadas regiões. As populações de ovos foram divididas em ambientes aquáticos e secos com a intenção de se observar o efeito de um reservatório de ovos quiescentes que poderiam, com o aparecimento de chuvas, provocar um disparo na forma de pico de infestação de adultos.

A estabilidade do modelo matemático desenvolvido neste trabalho, apresentou ao redor do ponto de equilíbrio de extinção P_0 e do ponto de equilíbrio positivo P_2 , conformidade com a circunstância $0 < Q_0 < 1$. Este resultado aponta que uma população de mosquitos não consegue se desenvolver em uma determinada área de estudos, vindo a extinguir-se. A estabilidade do modelo ao redor do ponto de equilíbrio positivo P_1 , condiz com a condição $Q_0 > 1$. Este resultado indica que uma população de *Aedes* spp. conseguirá produzir descendentes e colonizar uma área geográfica específica. A relevância biológica existe apenas para valores de $Q_0 > 1$. Quando $Q_0 > 1$, o ponto de equilíbrio P_0 torna-se instável e o ponto de equilíbrio P_1 estável. Outra troca de estabilidade ocorre no ponto de equilíbrio P_2 , que se torna instável novamente. Devido a essa circunstância, o modelo apresentou um ponto de bifurcação transcritical.

A aplicação do sistema de equações diferenciais não lineares para a separação da população de ovos em ambientes distintos e a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo, nos permite comparar seus resultados com dados amostrais de capturas de fêmeas *Aedes* (IMFA) das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas em Minas Gerais, Brasil. A validação entre esses resultados com os dados amostrais de fêmeas *Aedes* capturadas em campo pela armadilha MosquiTRAP® do modelo dependente de variáveis meteorológicas proposto neste trabalho, foi considerada satisfatória para os estágios evolutivos de desenvolvimento do *Aedes* spp.. A intensidade da correlação entre a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo e o Índice Médio de Fêmeas *Aedes* (IMFA) de acordo com a classificação de Dancey e Reidy (2017) mostrada na Tabela 3 em relação ao modelo matemático (1), foi forte para as três cidades no cenário de estudo. Estes resultados indicam que as variáveis meteorológicas podem influenciar consideravelmente manifestações de infestação do *Aedes* spp. em determinadas regiões de estudo.

O valor do erro quadrático médio s^2 , existente entre os dados simulados de fêmeas

pós-repasto sanguíneo e dados amostrais de *IMFA*, forneceu melhores ajustes para as cidades de Lavras e Sete Lagoas no modelo incorporado com maior complexidade do comportamento de oviposição tratado neste trabalho, em comparação com os modelos de Barsante (2012) e Silva (2018). Deste modo, o modelo desenvolvido neste estudo, pode ser utilizado pelos agentes de vigilância em saúde para fazer previsões de infestações de mosquitos, minimizando gastos com técnicas de controle do vetor em uma determinada região de estudo.

Os ovos do *Aedes* spp. podem resistir à dessecação por longos períodos de tempo e podem se tornar viáveis por mais de um ano em estado seco (FAULL; WILLIAMS, 2015; SILVA; SILVA, 1999). A eclosão acontecerá quando os ovos entrarem em contato com a água, que poderá ocorrer na presença de estações chuvosas ou intervenção humana. Esses ovos que ficam reservados através da oviposição em ambientes secos, podem gerar um estímulo na geração de indivíduos na presença de chuvas. Uma das questões levantadas neste trabalho é, se a inclusão de ambientes distintos de oviposição é capaz de modular a população alada e contribuir para descrever a sazonalidade do ciclo de vida do vetor. O período de desenvolvimento aquático é o mesmo para as populações de ovos nos ambientes aquáticos e secos após a eclosão do ovo ao entrar em contato com água, porém o período de latência até que ocorra a eclosão devido ao contato com a água, é maior para a população de ovos em ambientes secos. Verificou-se a necessidade de incorporar essa diferença nas taxas de desenvolvimento aquático, de forma que com isso possamos quantificar o impacto no número de fêmeas. Utilizamos a mesma taxa de capacidade de suporte do meio para as populações de ovos nos distintos ambientes. A população de ovos em ambientes aquáticos, diferente da população de ovos em ambientes secos, dispõe de boas condições ambientais para o desenvolvimento dos ovos. A partir disso, verificamos a necessidade de utilizar taxas diferentes para a capacidade de suporte do meio. Assim, espera-se estudar em que medida as proporções de oviposição em ambientes aquáticos e secos impactam nos *Lags* e os picos de *Índice Médio de Fêmeas Aedes (IMFA)* sucedidos nos intervalos de alta pluviosidade, sejam acompanhados pelo resultado da simulação.

Estudos futuros deverão incluir diferença nas taxas de desenvolvimento aquático em relação ao tempo de latência nos períodos de oviposição em ambientes aquáticos e secos, diferença nas taxas da capacidade de suporte do meio para as populações de ovos, a inclusão da população aquática e a separação da população de fêmeas em pré-repasto sanguíneo e pós-repasto sanguíneo. Métodos de otimização podem ser utilizados para melhorar os parâmetros do modelo e estabelecer períodos de tempo em que técnicas de controle na população de mosquitos devem ser realizadas.

Referências

- ABDELRAZEC, A.; GUMEL, A. B. Mathematical assessment of the role of temperature and rainfall on mosquito population dynamics. **Journal of mathematical biology**, Springer, v. 74, n. 6, p. 1351–1395, 2017. Citado na página 20.
- ABREU, F. V. S. de. **Estudo do comportamento de oviposição em saltos por fêmeas de *Aedes aegypti* (Diptera: Culicidae) em diferentes densidades de criadouros e a influência da armadilha MosquiTRAP® na redução de ovos e criadouros positivos**. Dissertação (Mestrado em Parasitologia) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2010. Citado 4 vezes nas páginas 39, 60, 67 e 68.
- AGARWAL, A.; PARIDA, M.; DASH, P. K. Impact of transmission cycles and vector competence on global expansion and emergence of arboviruses. **Reviews in Medical Virology**, Wiley, v. 27, n. 5, p. e1941, aug 2017. Citado na página 26.
- ALLEN, L. **An introduction to mathematical biology**. Upper Saddle River, NJ: Pearson/Prentice Hall, 2007. Citado na página 81.
- ALTO, B. W.; JULIANO, S. A. Precipitation and temperature effects on populations of *Aedes albopictus* (diptera: Culicidae): implications for range expansion. **Journal of medical entomology**, Oxford University Press Oxford, UK, v. 38, n. 5, p. 646–656, 2001. Citado na página 63.
- AMRAOUI, F. et al. Experimental adaptation of the yellow fever virus to the mosquito *Aedes albopictus* and potential risk of urban epidemics in Brazil, South America. **Scientific reports**, Nature Publishing Group, v. 8, n. 1, p. 1–8, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 26, 28 e 29.
- ANDRIOLI, D. C.; BUSATO, M. A.; LUTINSKI, J. A. Spatial and temporal distribution of dengue in Brazil, 1990 - 2017. **PLOS ONE**, Public Library of Science (PLOS), v. 15, n. 2, p. e0228346, feb 2020. Citado na página 29.
- ANOOPKUMAR, A. N. et al. Life cycle, bio-ecology and DNA barcoding of mosquitoes *Aedes aegypti* (Linnaeus) and *Aedes albopictus* (Skuse). **Journal Of Communicable Diseases**, Advanced Research Publications, v. 49, n. 3, p. 32–41, sep 2017. Citado na página 34.
- APOSTOL, T. M. **Calculus volume 1: one variable calculus with an introduction to linear algebra**. 2. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 1967. Citado na página 74.
- ARRUDA, D. M. et al. Vegetation cover of Brazil in the last 21 ka: New insights into the Amazonian refugia and pleistocenic arc hypotheses. **Global Ecology and Biogeography**, Wiley Online Library, v. 27, n. 1, p. 47–56, 2017. Citado na página 45.
- BANIN, L. F.; PHILLIPS, O. L.; LEWIS, S. L. Tropical forests. In: **Routledge Handbook of Forest Ecology**. [S.l.]: Routledge, 2015. p. 72–90. Citado 3 vezes nas páginas 42, 45 e 66.
- BARANITHARAM, M.; GOKULAKRISHNAN, J.; SRIDHAR, N. **Introduction of Vector Mosquitoes**. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2018. Citado 3 vezes nas páginas 24, 32 e 33.
- BARRERA, R. Considerations for disrupting dengue virus transmission; ecology of *Aedes aegypti* and current (nongenetic) methods of control. **Genetic control of malaria and dengue**, Elsevier, p. 103–124, 2016. Citado na página 38.

- BARRERA, R.; AMADOR, M.; CLARK, G. G. Ecological factors influencing *Aedes aegypti* (diptera: Culicidae) productivity in artificial containers in Salinas, Puerto Rico. **Journal of Medical Entomology**, v. 43, n. 3, p. 484–492, 05 2006. Citado na página 33.
- BARSANTE, L. dos S. **Dependência entre Pluviosidade e População de Fêmeas *Aedes aegypti* Grávidas Descritas Através de um Sistema Dinâmico não Linear**. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática e Computacional) — Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 2012. Citado 5 vezes nas páginas 14, 108, 109, 110 e 112.
- BEILINA, L.; KARCHEVSKII, E.; KARCHEVSKII, M. **Numerical linear algebra: Theory and applications**. [S.l.]: Springer, 2017. Citado na página 58.
- BESERRA, E. B. et al. Ciclo de vida de *Aedes* (Stegomyia) *aegypti* (Diptera, Culicidae) em águas com diferentes características. **Iheringia. Série Zoologia**, SciELO Brasil, v. 99, n. 3, p. 281–285, 2009. Citado na página 19.
- BOGITSH, B. J.; CARTER, C. E.; OELTMANN, T. N. **Human parasitology**. Amsterdam Boston: Academic Press, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 34.
- BOX, G. E. P. et al. **Time series analysis: forecasting and control**. 5. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2016. Citado na página 51.
- BRADY, O. J. et al. Modelling adult *Aedes aegypti* and *Aedes albopictus* survival at different temperatures in laboratory and field settings. **Parasites & vectors**, BioMed Central, v. 6, n. 1, p. 1–12, 2013. Citado na página 64.
- BRAGA, I. A.; VALLE, D. *Aedes aegypti*: vigilância, monitoramento da resistência e alternativas de controle no Brasil. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**, Coordenação-Geral de Desenvolvimento da Epidemiologia em Serviços/Secretaria . . . , v. 16, n. 4, p. 295–302, 2007. Citado na página 35.
- BRASIL. **Guia de vigilância epidemiológica / Ministério da Saúde, Secretaria de Vigilância em Saúde**. 6. ed. [S.l.]: Brasília: Ministério da Saúde, 2005. 816 p. Citado na página 34.
- BRASIL. **Vigilância em saúde dengue, esquistossomose, hanseníase, malária, tracoma e tuberculose**. 2. ed. Brasília: Brasília: Ministério da Saúde, 2008. 197 p. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.
- BRASIL. **Diretrizes nacionais para prevenção e controle de epidemias de dengue/Ministério da Saúde, Secretaria de Vigilância em Saúde, Departamento de Vigilância Epidemiológica**. [S.l.]: Brasília : Ministério da Saúde, 2009. Citado na página 36.
- BRAUER, F.; CASTILLO-CHAVEZ, C. **Mathematical models in population biology and epidemiology**. [S.l.]: Springer, 2012. v. 2. Citado 3 vezes nas páginas 79, 80 e 86.
- BRIEGEL, H.; TIMMERMAN, S. E. *Aedes albopictus* (diptera: Culicidae): physiological aspects of development and reproduction. **Journal of medical entomology**, Oxford University Press Oxford, UK, v. 38, n. 4, p. 566–571, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 67 e 68.
- CAMARA, D. C. P. et al. Seasonal differences in density but similar competitive impact of *Aedes albopictus* (skuse) on *Aedes aegypti* (l.) in rio de janeiro, brazil. **PLoS One**, Public Library of Science San Francisco, CA USA, v. 11, n. 6, p. e0157120, 2016. Citado na página 19.

- CARIBONI, J. et al. The role of sensitivity analysis in ecological modelling. **Ecological modelling**, Elsevier, v. 203, n. 1-2, p. 167–182, 2007. Nenhuma citação no texto.
- CARVALHO, E. M. d.; VALVERDE, S. S.; MUÑOZ, J. A. H. *Aedes aegypti*: The main enemy of public health in Brazil - challenges and perspective for public health. In: **Malaria**. [S.l.]: IntechOpen, 2019. Citado 4 vezes nas páginas 23, 24, 25 e 28.
- CARVALHO, R. G.; OLIVEIRA, R. L.; BRAGA, I. A. Updating the geographical distribution and frequency of *Aedes albopictus* in Brazil with remarks regarding its range in the Americas. **Memórias do Instituto Oswaldo Cruz**, FapUNIFESP (SciELO), v. 109, n. 6, p. 787–796, sep 2014. Citado 2 vezes nas páginas 24 e 29.
- CASWELL, H. **Sensitivity Analysis: Matrix Methods in Demography and Ecology**. [S.l.]: Springer International Publishing, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 76 e 87.
- CHITNIS, N.; HYMAN, J. M.; CUSHING, J. M. Determining important parameters in the spread of malaria through the sensitivity analysis of a mathematical model. **Bulletin of mathematical biology**, Springer, v. 70, n. 5, p. 1272, 2008. Citado na página 87.
- CHOU, C.-S.; FRIEDMAN, A. **Introduction to mathematical biology: Modeling, analysis, and simulations**. [S.l.]: Springer International Publishing Switzerland, 2016. Citado na página 86.
- CHRISTOPHERS, S. R. *Aedes aegypti* (L.) the yellow fever mosquito; its life history, bionomics, and structure. [S.l.]: Cambridge [England] University Press, 1960. Citado na página 25.
- CONSOLI, R. **Principais mosquitos de importância sanitária no Brasil**. Rio de Janeiro, RJ: Editora FIOCRUZ, 1994. Citado na página 29.
- CORDEIRO, F. et al. A Model for *Aedes aegypti* Infestation According to Meteorological Variables: Case of Caratinga (Minas Gerais-Brazil). **Trends in Computational and Applied Mathematics**, SciELO Brasil, v. 22, n. 1, p. 61–78, 2021. Citado 4 vezes nas páginas 20, 21, 57 e 66.
- CORREIA, F. V. da S.; PALHARES, J. M. Aumento de casos de dengue relacionados com fatores climáticos e o meio socioambiental no município de Oiapoque-AP-Brasil: Período de 2008 a 2013. **Ciência Geográfica**, v. 20, n. 1, p. 58–70, 2016. Citado na página 19.
- COSTA, E. A. P. d. A. et al. Impact of small variations in temperature and humidity on the reproductive activity and survival of *Aedes aegypti* (Diptera, Culicidae). **Revista Brasileira de Entomologia**, SciELO Brasil, v. 54, n. 3, p. 488–493, 2010. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 21.
- COURET, J.; DOTSON, E.; BENEDICT, M. Q. Temperature, larval diet, and density effects on development rate and survival of *Aedes aegypti* (diptera: Culicidae). **PloS one**, Public Library of Science San Francisco, USA, v. 9, n. 2, p. e87468, 2014. Citado na página 20.
- COX, F. E. G. **Modern Parasitology**. [S.l.]: Blackwell Publishers, 1993. Citado 4 vezes nas páginas 18, 24, 30 e 34.
- DANCEY, C. P.; REIDY, J. **Statistics without maths for psychology**. [S.l.]: Pearson education, 2017. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 111.

- DANTAS, A. A. A.; CARVALHO, L. G. d.; FERREIRA, E. Classificação e tendências climáticas em Lavras, MG. **Ciência e Agrotecnologia**, SciELO Brasil, v. 31, p. 1862–1866, 2007. Citado na página 44.
- DARRIET, F. Development of *Aedes aegypti* and *Aedes albopictus* (Diptera: Culicidae) larvae feeding on the plant material contained in the water. v. 2, n. 1, p. 1014, 11 2016. Citado na página 33.
- DAS, B.; GHOSAL, S.; MOHANTY, S. *Aedes*: What do we know about them and what can they transmit? In: **Vectors and Vector-Borne Zoonotic Diseases**. [S.l.]: IntechOpen, 2018. Citado na página 18.
- DATTA, B. N. **Numerical linear algebra and applications**. 1. ed. [S.l.]: Brooks/Cole Pub Co, 1995. Citado 2 vezes nas páginas 58 e 60.
- DAY, J. F. Mosquito oviposition behavior and vector control. **Insects**, v. 7, n. 4, p. 65, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 38 e 67.
- DETTLING, M. Applied time series analysis. 2020. Citado na página 51.
- DICK, O. B. et al. The history of dengue outbreaks in the Americas. **The American Journal of Tropical Medicine and Hygiene**, American Society of Tropical Medicine and Hygiene, v. 87, n. 4, p. 584–593, oct 2012. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 29.
- DINIZ, D. F. A. et al. Diapause and quiescence: dormancy mechanisms that contribute to the geographical expansion of mosquitoes and their evolutionary success. **Parasites & vectors**, BioMed Central, v. 10, n. 1, p. 1–13, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 34, 63 e 65.
- DIVE. **Vigilância e Controle do Aedes aegypti**. [S.l.]: Diretoria de Vigilância Epidemiológica/Superintendência de Vigilância em Saúde da Secretaria de Estado da Saúde de Santa Catarina, 2019. Citado 6 vezes nas páginas 18, 19, 33, 34, 36 e 37.
- DRIESSCHE, P. Van den; WATMOUGH, J. Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. **Mathematical biosciences**, Elsevier, v. 180, n. 1-2, p. 29–48, 2002. Citado na página 76.
- EDELSTEIN-KESHET, L. **Mathematical models in biology**. [S.l.]: SIAM, 2005. Citado na página 80.
- ENCYCLOPAEDIA BRITANNICA. **Measure of association**. Encyclopaedia Britannica, Inc., 2019. Disponível em: <<https://www.britannica.com/topic/measure-of-association>>. Acesso em: 25 fev 2022. Citado na página 49.
- EPPERSON, J. F. **An introduction to numerical methods and analysis**. 2. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013. Citado na página 74.
- ESTALLO, E. L. et al. Weather variability associated with *Aedes (Stegomyia) aegypti* (dengue vector) oviposition dynamics in northwestern Argentina. **PLoS One**, Public Library of Science San Francisco, CA USA, v. 10, n. 5, p. e0127820, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 35 e 52.
- ESTEVA, L.; YANG, H. M. Assessing the effects of temperature and dengue virus load on dengue transmission. **Journal of Biological Systems**, World Scientific, v. 23, n. 04, p. 1550027, 2015. Citado 6 vezes nas páginas 20, 40, 61, 65, 67 e 68.

- ESTRADA-FRANCO, J. G.; CRAIG, G. B. **Biology, Disease Relationships, and Control of *Aedes albopictus***. [S.l.]: Washington, D.C. : Pan American Health Organization, Pan American Sanitary Bureau, Regional Office of the World Health Organization, 1995. Citado 4 vezes nas páginas 24, 32, 63 e 65.
- FARNESI, L. C. et al. Embryonic development of *Aedes aegypti* (Diptera: Culicidae): influence of different constant temperatures. **Memórias do Instituto Oswaldo Cruz**, FapUNIFESP (SciELO), v. 104, n. 1, p. 124–126, feb 2009. Citado 3 vezes nas páginas 19, 25 e 63.
- FAULL, K. J.; WILLIAMS, C. R. Intraspecific variation in desiccation survival time of *Aedes aegypti* (L.) mosquito eggs of Australian origin. **Journal of Vector Ecology**, Wiley Online Library, v. 40, n. 2, p. 292–300, 2015. Citado 6 vezes nas páginas 40, 63, 65, 67, 68 e 112.
- FITZPATRICK, C. et al. An economic evaluation of vector control in the age of a dengue vaccine. **PLoS neglected tropical diseases**, Public Library of Science, v. 11, n. 8, p. e0005785, 2017. Citado na página 37.
- FUNASA. **Dengue instruções para pessoal de combate ao vetor : manual de normas técnicas**. 3. ed. [S.l.], 2001. 84 p. Citado 2 vezes nas páginas 33 e 34.
- GARCIA, G. A. et al. *Aedes aegypti* insecticide resistance underlies the success (and failure) of *Wolbachia* population replacement. **Scientific reports**, Nature Publishing Group, v. 10, n. 1, p. 1–9, 2020. Citado na página 38.
- GODDARD, J. **Infectious Diseases and Arthropods**. [S.l.]: Springer International Publishing, 2018. Citado na página 33.
- GOTELLI, N. J. et al. **A primer of ecology**. [S.l.]: Sinauer Associates Sunderland, Massachusetts, USA, 2008. Citado 2 vezes nas páginas 75 e 76.
- HARKER, B. W. et al. Stage-specific transcription during development of *Aedes aegypti*. **BMC Developmental Biology**, Springer Science and Business Media LLC, v. 13, n. 1, p. 29, 2013. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 30.
- HEESTERBEEK, J. A. P. A brief history of r_0 and a recipe for its calculation. **Acta biotheoretica**, Springer, v. 50, n. 3, p. 189–204, 2002. Citado na página 76.
- HEFFERNAN, J. M.; SMITH, R. J.; WAHL, L. M. Perspectives on the basic reproductive ratio. **Journal of the Royal Society Interface**, The Royal Society London, v. 2, n. 4, p. 281–293, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 78 e 79.
- HEUMANN, C.; SCHOMAKER, M. et al. **Introduction to statistics and data analysis**. [S.l.]: Springer, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 50.
- HOUÉ, V.; BONIZZONI, M.; FAILLOUX, A.-B. Endogenous non-retroviral elements in genomes of *Aedes* mosquitoes and vector competence. **Emerging microbes & infections**, Taylor & Francis, v. 8, n. 1, p. 542–555, 2019. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 28.
- HUANG, Y.-J. et al. Flavivirus-mosquito interactions. **Viruses**, MDPI AG, v. 6, n. 11, p. 4703–4730, nov 2014. Citado na página 26.
- HYMAN, J. M.; LI, J. The reproductive number for an HIV model with differential infectivity and staged progression. **Linear algebra and its applications**, Elsevier, v. 398, p. 101–116, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 76 e 78.

- IBGE. Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística-IBGE. 2021. Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/mg/panorama>>. Acesso em: 26 de outubro de 2021. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 44.
- JARDIM, C. H. et al. O clima em áreas limítrofes ao planalto meridional do espinhaço: Belo Horizonte, Sete Lagoas e Conceição do Mato Dentro, Minas Gerais-Brasil. **Revista Brasileira de Climatologia**, v. 25, 2019. Citado na página 44.
- JIA, P. et al. A climate-driven mechanistic population model of *Aedes albopictus* with diapause. **Parasites & vectors**, BioMed Central, v. 9, n. 1, p. 1–15, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 57.
- JING, Q.; WANG, M. Dengue epidemiology. **Global Health Journal**, Elsevier BV, v. 3, n. 2, p. 37–45, jun 2019. Citado na página 27.
- KRAEMER, M. U. G. et al. The global compendium of *Aedes aegypti* and *Aedes albopictus* occurrence. **Scientific Data**, Springer Science and Business Media LLC, v. 2, n. 1, jul 2015. Citado 3 vezes nas páginas 18, 24 e 26.
- LANFRI, S. et al. Interaction between spatial and temporal scales for entomological field data: Analysis of *Aedes aegypti* oviposition series. **J Infect Dis Epidemiol**, v. 5, p. 087, 2019. Citado na página 35.
- LEITE, M. B. F.; BASSANEZI, R. C.; YANG, H. M. The basic reproduction ratio for a model of directly transmitted infections considering the virus charge and the immunological response. **Mathematical Medicine and Biology: a Journal of the IMA**, OUP, v. 17, n. 1, p. 15–31, 2000. Citado na página 82.
- LETA, S. et al. Global risk mapping for major diseases transmitted by *Aedes aegypti* and *Aedes albopictus*. **International Journal of Infectious Diseases**, Elsevier, v. 67, p. 25–35, 2018. Citado na página 27.
- LIU-HELMERSSON, J. et al. Vectorial capacity of *Aedes aegypti*: effects of temperature and implications for global dengue epidemic potential. **PloS one**, Public Library of Science San Francisco, USA, v. 9, n. 3, p. e89783, 2014. Citado na página 57.
- LIU, Y. et al. Evolutionary enhancement of zika virus infectivity in *Aedes aegypti* mosquitoes. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 545, n. 7655, p. 482–486, 2017. Citado na página 28.
- MADEIRA, N. G.; MACHARELLI, C. A.; CARVALHO, L. Variation of the oviposition preferences of *Aedes aegypti* in function of substratum and humidity. **Mem Inst Oswaldo Cruz**, v. 97, n. 3, p. 415–420, 2002. Citado na página 35.
- MARINHO, R. A. et al. Effects of temperature on the life cycle, expansion, and dispersion of *Aedes aegypti* (diptera: Culicidae) in three cities in Paraíba, Brazil. **Journal of Vector Ecology**, Wiley, v. 41, n. 1, p. 1–10, may 2016. Citado na página 25.
- MARINI, G. et al. Influence of temperature on the life-cycle dynamics of *Aedes albopictus* population established at temperate latitudes: A laboratory experiment. **Insects**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 11, n. 11, p. 808, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 67 e 68.
- MARQUARDT, W. **Biology of disease vectors**. Burlington, MA: Elsevier Academic Press, 2005. Citado na página 24.

MARTINS, F. B. et al. Classificação climática de Köppen e de Thornthwaite para Minas Gerais: cenário atual e projeções futuras. **Revista Brasileira de Climatologia**, v. 1, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 44.

MASMEJAN, S. et al. Zika virus. **Pathogens**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 9, n. 11, p. 898, 2020. Citado na página 28.

MINISTRY OF HEALTH OF BRAZIL. **Health Brazil 2015/2016 : an analysis of health situation and the epidemic caused by Zika virus and other diseases transmitted by *Aedes aegypti* [electronic resource]**. [S.l.]: Ministry of Health of Brazil. Secretariat of Health Surveillance. Department of Noncommunicable Diseases Surveillance and Health Promotion, 2017. Citado na página 26.

MONTEIRO, L. H. A. **Sistemas dinâmicos**. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 80 e 86.

MOREIRA, A. P. M.; VIEIRA, A. L. C.; SILVA, J. da C. Tendências climáticas e anomalias de precipitação em Caratinga-MG. **Os Desafios da Geografia Física na Fronteira do Conhecimento**, v. 1, p. 2000–2009, 2017. Citado na página 43.

MOURA, M. C. B. d. M. et al. Spatio-temporal dynamics of *Aedes aegypti* and *Aedes albopictus* oviposition in an urban area of northeastern Brazil. **Tropical Medicine & International Health**, Wiley Online Library, v. 25, n. 12, p. 1510–1521, 2020. Citado na página 35.

MOUSTAID, F. E.; JOHNSON, L. R. Modeling temperature effects on population density of the dengue mosquito *Aedes aegypti*. **Insects**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 10, n. 11, p. 393, 2019. Citado na página 20.

MS. **Chikungunya : manejo clínico / Ministério da Saúde, Secretaria de Vigilância em Saúde, Departamento de Vigilância das Doenças Transmissíveis.-**. [S.l.]: Ministério da Saúde: Brasília, 2017. Citado na página 29.

MS. **Guia de Vigilância em Saúde: volume único**. [S.l.]: Ministério da Saúde. Secretaria de Vigilância em Saúde. Coordenação-Geral de Desenvolvimento da Epidemiologia em Serviços, 2019. Citado 7 vezes nas páginas 18, 25, 26, 27, 28, 29 e 30.

MS. **Vigilância em saúde no Brasil 2003|2019: da criação da Secretaria de Vigilância em Saúde aos dias atuais. Bol Epidemiol [Internet]**. [S.l.]: Ministério da Saúde (BR). Secretaria de Vigilância em Saúde, 2019. Citado na página 18.

MS. **Boletim Epidemiológico. Secretaria de Vigilância em Saúde / Ministério da Saúde. Monitoramento dos casos de arboviroses urbanas transmitidas pelo *Aedes aegypti* (dengue, chikungunya e zika), semanas epidemiológicas 1 a 50, 2020**. [S.l.]: Ministério da Saúde Brasília, DF, 2020. Citado na página 31.

MS/FUNASA. **Programa Nacional de Controle da Dengue (PNCD)**. [S.l.]: Brasília: Ministério da Saúde/Fundação Nacional de Saúde, 2002. Citado na página 36.

MUDHUNE, G. H. Zika virus disease. **J Med-Clin Res & Rev**, v. 2, n. 5, p. 1–4, 2018. Citado na página 28.

MUKAKA, M. M. A guide to appropriate use of correlation coefficient in medical research. **Malawi medical journal**, v. 24, n. 3, p. 69–71, 2012. Citado na página 50.

- MULLEN, G. R.; DURDEN, L. A. (Ed.). **Medical and Veterinary Entomology**. 3. ed. [S.l.]: ACADEMIC PRESS is an imprint of Elsevier, 2019. Citado 4 vezes nas páginas 19, 24, 32 e 33.
- NELSON, M. J. **Aedes aegypti: biology and ecology**. [S.l.]: Pan American Health Organization: Washington, D.C., 1986. Citado na página 33.
- NETO, P. L.; NAVARRO-SILVA, M. A. Development, longevity, gonotrophic cycle and oviposition of *Aedes albopictus* skuse (diptera: Culicidae) under cyclic temperatures. **Neotropical Entomology**, SciELO Brasil, v. 33, p. 29–33, 2004. Citado na página 92.
- NEVES, D. P. et al. **Parasitologia Humana**. 13. ed. [S.l.]: Atheneu, 2016. Citado 6 vezes nas páginas 23, 24, 29, 32, 34 e 35.
- NOGUEIRA, M. B. et al. Evidence for the co-circulation of dengue virus type 3 genotypes III and v in the northern region of Brazil during the 2002-2004 epidemics. **Memórias do Instituto Oswaldo Cruz**, FapUNIFESP (SciELO), v. 103, n. 5, p. 483–488, aug 2008. Citado na página 29.
- NUNES, P. C. G. et al. 30 years of fatal dengue cases in Brazil: a review. **BMC Public Health**, Springer Science and Business Media LLC, v. 19, n. 1, mar 2019. Citado na página 29.
- OECD. **Safety Assessment of Transgenic Organisms in the Environment, Volume 8 OECD Consensus Document of the Biology of Mosquito Aedes aegypti**. [S.l.]: OECD Publishing, 2018. 136 p. Citado 4 vezes nas páginas 24, 32, 33 e 34.
- OLIVEIRA, M. F. et al. Two lineages of dengue virus type 2, Brazil. **Emerging Infectious Diseases**, Centers for Disease Control and Prevention (CDC), v. 16, n. 3, p. 576–578, mar 2010. Citado na página 29.
- OMS. **Primeiro relatório da OMS sobre doenças tropicais negligenciadas: Avanços para superar o impacto global de doenças tropicais negligenciadas**. [S.l.]: Organização Mundial da Saúde, 2012. Citado na página 27.
- OPAS. **Documento técnico para a implementação de intervenções baseado em cenários operacionais genéricos para o controle do Aedes aegypti**. [S.l.]: Washington, D.C., 2019. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 38.
- PAHO/WHO. **Epidemiological Update: Dengue and other Arboviruses**. [S.l.]: Pan-American Health Organization/World Health Organization: Washington, D.C., 2020. Citado na página 30.
- PERKO, L. **Differential equations and dynamical systems**. 3. ed. [S.l.]: Springer-Verlag, 2001. Citado na página 86.
- PLIEGO, E. P.; VELÁZQUEZ-CASTRO, J.; COLLAR, A. F. Seasonality on the life cycle of *Aedes aegypti* mosquito and its statistical relation with dengue outbreaks. **Applied Mathematical Modelling**, Elsevier, v. 50, p. 484–496, 2017. Citado na página 20.
- POWELL, J. R.; GLORIA-SORIA, A.; KOTSAKIOZI, P. Recent history of *Aedes aegypti*: Vector genomics and epidemiology records. **BioScience**, Oxford University Press (OUP), v. 68, n. 11, p. 854–860, oct 2018. Citado 4 vezes nas páginas 23, 24, 27 e 28.
- PRETZSCH, J. et al. **Forests and rural development**. [S.l.]: Springer, 2014. Citado na página 44.

- RAFFERTY, J. P. et al. **Forests and Grasslands**. [S.l.]: Britannica Educational Publishing, 2011. Citado na página 45.
- RATTER, J. A.; RIBEIRO, J. F.; BRIDGEWATER, S. The Brazilian cerrado vegetation and threats to its biodiversity. **Annals of botany**, Elsevier, v. 80, n. 3, p. 223–230, 1997. Citado na página 46.
- REBOITA, M. S. et al. Aspectos climáticos do estado de Minas Gerais. **Revista Brasileira de Climatologia**, v. 17, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 43 e 44.
- REINHOLD, J.; LAZZARI, C.; LAHONDÈRE, C. Effects of the environmental temperature on *Aedes aegypti* and *Aedes albopictus* mosquitoes: A review. **Insects**, MDPI AG, v. 9, n. 4, p. 158, nov 2018. Citado 5 vezes nas páginas 19, 25, 39, 61 e 64.
- RESENDE, M. C. de; SILVA, I. M. da; EIRAS, A. E. Operational evaluation of a sticky trap in the monitoring of *Aedes aegypti*. **SciELO Analytics**, Ministério da Saúde/ Esplanada dos Ministérios, Bloco G, Brasília, DF 70058-900 ..., v. 19, n. 4, p. 353–358, 2010. Citado na página 46.
- REY, J. R.; O'CONNELL, S. M. Oviposition by *Aedes aegypti* and *Aedes albopictus*: Influence of congeners and of oviposition site characteristics. **Journal of Vector Ecology**, v. 39, n. 1, p. 190–196, 6 2014. Citado na página 19.
- ROBERTS, D. Prolonged survival of eggs of the rock-pool mosquito, *aedes vittatus*, in the extreme heat of the arabian peninsula. **Journal of arid environments**, Elsevier, v. 57, n. 2, p. 203–210, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 65.
- ROSSI, M.; LOPEZ, L.; MASSAD, E. The dynamics of temperature-and rainfall-dependent dengue transmission in tropical regions. **Annals of Biometrics & Biostatistics**, v. 2, p. 1–6, 2015. Citado na página 68.
- RUGGIERO, M. A. G.; LOPES, V. L. d. R. **Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais**. [S.l.]: Makron Books do Brasil, 1997. Citado na página 58.
- RYAN, S. J. et al. Global expansion and redistribution of *Aedes*-borne virus transmission risk with climate change. **PLoS neglected tropical diseases**, Public Library of Science, v. 13, n. 3, p. e0007213, 2019. Citado na página 18.
- SANTOS, I. C. d. S. et al. The influence of meteorological variables on the oviposition dynamics of *Aedes aegypti* (*Diptera*: Culicidae) in four environmentally distinct areas in northeast Brazil. **Memórias do Instituto Oswaldo Cruz**, SciELO Brasil, v. 115, 2020. Citado 6 vezes nas páginas 18, 19, 20, 35, 66 e 68.
- SCOLFORO, H. F. et al. Spatial distribution of aboveground carbon stock of the arboreal vegetation in Brazilian biomes of Savanna, Atlantic Forest and Semi-Arid Woodland. **PLoS One**, Public Library of Science San Francisco, CA USA, v. 10, n. 6, p. e0128781, 2015. Citado na página 45.
- SILVA, H. H. G. d.; SILVA, I. G. d. Influência do período de quiescência dos ovos sobre o ciclo de vida de *Aedes aegypti* (Linnaeus, 1762)(*Diptera*, culicidae) em condições de laboratório. **Revista da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical**, SciELO Brasil, v. 32, n. 4, p. 349–355, 1999. Citado 5 vezes nas páginas 21, 34, 35, 39 e 112.

- SILVA, L. d. S. B. et al. Modelo entomológico determinístico sob efeito da pluviosidade para o *Aedes aegypti* e o *Aedes albopictus*. **TEMA (São Carlos)**, SciELO Brasil, v. 19, n. 2, p. 289–303, 2018. Citado 4 vezes nas páginas 20, 21, 41 e 66.
- SILVA, L. d. S. B. et al. Otimização mono-objetivo no controle do mosquito *Aedes aegypti* por meio de um modelo de duas populações com influência da precipitação. **TEMA (São Carlos)**, SciELO Brasil, n. AHEAD, 2019. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.
- SILVA, L. dos S. B. **Proposição e Análise de Modelos Determinísticos com Parâmetros Meteorológicos para Descrição da População de Mosquitos *Aedes* Spp. e Otimização da Eficácia do Controle Entomológico**. Tese (Doutorado em Modelagem Matemática e Computacional) — Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG, 2018. Citado 7 vezes nas páginas 14, 20, 21, 108, 109, 110 e 112.
- SIMMONS, G. F. **Calculus with analytic geometry**. 2. ed. [S.l.]: McGraw-Hill Companies, Inc., 1996. Citado na página 73.
- SOARES-PINHEIRO, V. C. et al. Eggs viability of *Aedes aegypti* Linnaeus (*Diptera*, Culicidae) under different environmental and storage conditions in Manaus, Amazonas, Brazil. **Brazilian Journal of Biology**, SciELO Brasil, v. 77, n. 2, p. 396–401, 2017. Citado na página 21.
- SOTA, T. Response to selection for desiccation resistance in *Aedes albopictus* eggs (*Diptera*: Culicidae). **Applied Entomology and Zoology**, Japanese Society of Applied Entomology and Zoology, v. 28, n. 2, p. 161–168, 1993. Citado 2 vezes nas páginas 67 e 68.
- SOTA, T.; MOGI, M. Interspecific variation in desiccation survival time of *Aedes* (*Stegomyia*) mosquito eggs is correlated with habitat and egg size. **Oecologia**, Springer, v. 90, n. 3, p. 353–358, 1992. Citado na página 32.
- SOUSA, S. S. da S. et al. Perfil reprodutivo de *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus* de uma área urbana endêmica para arboviroses da região nordeste do Brasil. **Research, Society and Development**, v. 10, n. 9, p. e6310917631–e6310917631, 2021. Citado na página 35.
- SQUIRES, G. L. **Practical physics**. [S.l.]: Cambridge university press, 2001. Citado na página 58.
- STROGATZ, S. H. **Nonlinear dynamics and chaos with student solutions manual: With applications to physics, biology, chemistry, and engineering**. [S.l.]: CRC press, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 86 e 89.
- TRAN, A. et al. A rainfall-and temperature-driven abundance model for *Aedes albopictus* populations. **International journal of environmental research and public health**, Multidisciplinary Digital Publishing Institute, v. 10, n. 5, p. 1698–1719, 2013. Citado na página 68.
- TRPIŠ, M. Dry season survival of *Aedes aegypti* eggs in various breeding sites in the Dar es Salaam area, Tanzania. **Bulletin of the World Health Organization**, World Health Organization, v. 47, n. 3, p. 433, 1972. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 65.
- UJVARI, S. C. **A História da humanidade contada pelo vírus**. [S.l.]: Editora Contexto, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- VALDEZ, L. D.; SIBONA, G. J.; CONDAT, C. Impact of rainfall on *Aedes aegypti* populations. **Ecological Modelling**, Elsevier, v. 385, p. 96–105, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 25.

WARKENTIEN, T. Dengue fever: Historical perspective and the global response. **Journal of Infectious Diseases and Epidemiology**, ClinMed International Library, v. 2, n. 2, aug 2016. Citado 3 vezes nas páginas 18, 23 e 27.

WHO & IAEA. Guidance framework for testing the sterile insect technique as a vector control tool against *Aedes*-borne diseases. Geneva: World Health Organization and the International Atomic Energy Agency, 2020. Citado 2 vezes nas páginas 18 e 19.

WHO & UNICEF. Global vector control response 2017-2030. Geneva: World Health Organization, 2017. Citado na página 18.

WILKE, A. B. B. et al. Proliferation of *Aedes aegypti* in urban environments mediated by the availability of key aquatic habitats. **Scientific reports**, Nature Publishing Group, v. 10, n. 1, p. 1–10, 2020. Citado na página 111.

WONG, J. et al. Linking oviposition site choice to offspring fitness in *Aedes aegypti*: Consequences for targeted larval control of dengue vectors. **PLoS Neglected Tropical Diseases**, v. 6, n. 5, p. e1632, 5 2012. Citado na página 35.

YANG, H. et al. Assessing the effects of temperature on the population of *aedes aegypti*, the vector of dengue. **Epidemiology & Infection**, Cambridge University Press, v. 137, n. 8, p. 1188–1202, 2009. Citado 4 vezes nas páginas 42, 61, 64 e 65.

YANG, H. M. The transovarial transmission in the dynamics of dengue infection: Epidemiological implications and thresholds. **Mathematical biosciences**, Elsevier, v. 286, p. 1–15, 2017. Citado na página 68.

YANG, H. M. et al. Fitting the incidence data from the city of campinas, brazil, based on dengue transmission modellings considering time-dependent entomological parameters. **PLoS One**, Public Library of Science San Francisco, CA USA, v. 11, n. 3, p. e0152186, 2016. Citado na página 20.

YANG, H. M. et al. Assessing the influence of quiescence eggs on the dynamics of mosquito *Aedes aegypti*. **Applied Mathematics**, Scientific Research Publishing, v. 5, n. 17, p. 2696, 2014. Citado na página 34.

ZARA, A. L. d. S. A. et al. Estratégias de controle do *Aedes aegypti*: uma revisão. **Epidemiologia e Serviços de Saúde**, SciELO Public Health, v. 25, p. 391–404, 2016. Citado na página 35.

ZELLER, H.; BORTEL, W. V.; SUDRE, B. Chikungunya: its history in Africa and Asia and its spread to new regions in 2013–2014. **The Journal of infectious diseases**, Oxford University Press, v. 214, n. suppl_5, p. S436–S440, 2016. Citado na página 28.