



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**FERRAMENTA COMPUTACIONAL, PARA ENSINO E
APRENDIZAGEM DE CÁLCULO DE VIGAS DE CONCRETO**

Aluno: William Teles

Graduação em Engenharia Civil

Orientador: Prof. Dr. Paulo Cesar Mappa

Coorientador: Prof. Dr. Aellington Freire de Araújo

Varginha

Fevereiro de 2025



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**FERRAMENTA COMPUTACIONAL, PARA ENSINO E
APRENDIZAGEM DE CÁLCULO DE VIGAS DE CONCRETO**

Monografia apresentada ao Programa de Graduação em Engenharia Civil do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Unidade Varginha, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Varginha
Fevereiro de 2025

WILLIAM TELES

FERRAMENTA COMPUTACIONAL, PARA ENSINO E APRENDIZAGEM DE CÁLCULO DE VIGAS DE CONCRETO

Monografia apresentada ao Programa de Graduação em Engenharia Civil do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Unidade Varginha, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Civil.

Data de aprovação: 21/02/2025

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Paulo Cesar Mappa
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET/MG) –
Unidade Varginha

Prof. Dr. Aellington Freire de Araújo
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET/MG) –
Unidade Varginha

Prof. Dr. Luis Eduardo Silveira Dias
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET/MG) –
Unidade Varginha



FOLHA DE APROVAÇÃO DE TCC Nº 3/2025 - DECVG (11.64.11)

(Nº do Protocolo: NÃO PROTOCOLADO)

(Assinado digitalmente em 25/02/2025 16:09)

AELLINGTON FREIRE DE ARAUJO
PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO
DECVG (11.64.11)
Matrícula: ###304#5

(Assinado digitalmente em 25/02/2025 16:12)

LUIS EDUARDO SILVEIRA DIAS
PROF ENS BAS TEC TECNOLOGICO-SUBSTITUTO
DECVG (11.64.11)
Matrícula: ###899#6

(Assinado digitalmente em 25/02/2025 23:04)

PAULO CESAR MAPPA
PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO
DECVG (11.64.11)
Matrícula: ###904#3

Visualize o documento original em <https://sig.cefetmg.br/documentos/> informando seu número: 3, ano: 2025, tipo:
FOLHA DE APROVAÇÃO DE TCC, data de emissão: 25/02/2025 e o código de verificação: **cd7ac74a00**

RESUMO

Este trabalho descreve uma ferramenta computacional em Python voltada para o ensino, a aprendizagem e a aplicação prática no dimensionamento de vigas de concreto armado. Com ênfase na conformidade à ABNT NBR 6118 (2023), o software realiza cálculos de armaduras longitudinais e transversais, realiza o detalhamento das seções e verifica a fissuração no estado limite de serviço. O mesmo foi desenvolvido em duas versões: uma educacional, com explicações detalhadas e etapas comentadas, e outra profissional, que conta com uma interface gráfica que facilita a interação do usuário.

A metodologia utilizada abrange a aplicação dos princípios teóricos relacionados ao concreto armado, de acordo com os parâmetros normativos, e a validação dos resultados por meio de comparações com exemplos realizados por outros autores. Foram realizados exemplos práticos para demonstrar a eficácia da ferramenta em diversos cenários, incluindo vigas com armaduras simples e duplas.

A importância deste estudo está na sua contribuição para o ensino e a prática profissional em engenharia civil, proporcionando uma solução prática e acessível para o ensino de cálculos estruturais e a verificação de projetos. Apesar da ferramenta estar restrita ao dimensionamento de vigas retangulares, permite a possibilidade de melhorias futuras, tais como a adição de verificações complementares e o dimensionamento de outras seções transversais.

Espera-se que este estudo funcione como uma ferramenta valiosa para estudantes e profissionais, contribuindo para uma maior eficiência na aprendizagem e na implementação de projetos estruturais. É destacada a importância da interação entre o conhecimento técnico e a utilização de ferramentas computacionais para assegurar segurança, funcionalidade e durabilidade nas estruturas de concreto armado.

Palavras-chave: Dimensionamento. Vigas de Concreto. Python.

ABSTRACT

This work describes a computational tool in Python aimed at teaching, learning, and practical application in the design of reinforced concrete beams. Emphasizing compliance with ABNT NBR 6118 (2023), the software performs calculations for longitudinal and transverse reinforcements, develops section detailing, and verifies cracking in the serviceability limit state. It was developed in two versions: an educational version with detailed explanations and commented steps, and a professional version featuring a graphical interface that facilitates user interaction.

The methodology used encompasses the application of theoretical principles related to reinforced concrete, in accordance with normative parameters, and the validation of results through comparisons with examples conducted by other authors. Practical examples were carried out to demonstrate the effectiveness of the tool in various scenarios, including beams with single and double reinforcement.

The significance of this study lies in its contribution to education and professional practice in civil engineering, offering a practical and accessible solution for teaching structural calculations and verifying projects. Although the tool is limited to the design of rectangular beams, it opens opportunities for future enhancements, such as the addition of complementary verifications and the design of more complex sections.

It is expected that this study will serve as a valuable tool for students and professionals, enhancing efficiency in learning and implementing structural projects. The importance of the interaction between technical knowledge and the use of computational tools is highlighted as essential to ensure safety, functionality, and durability in reinforced concrete structures.

Keywords: Design. Concrete Beams. Python.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Flexão e compressão na viga.....	17
Figura 2 - Ruptura da armadura transversal.....	17
Figura 3 - Viga com mudança de direção, devendo considerar momentos de torção.	18
Figura 4 - Disposições das armaduras em uma viga.....	19
Figura 5 - Interface do Google Colab	23
Figura 6 – Explicação das informações solicitadas pelo software.	28
Figura 7 – Célula para inserir os dados da viga a ser dimensionada.	29
Figura 8 - Execução de uma única célula para iniciar o processamento.	30
Figura 9 - Execução de todas as células para iniciar o processamento.	30
Figura 10 - Cálculo da resistência de cálculo do concreto.....	31
Figura 11 - Cálculo da posição da linha neutra.	32
Figura 12 - Cálculo do x limite.	33
Figura 13 - Verificação do tipo de armadura.....	33
Figura 14 – Resultado do cálculo da posição linha neutra após modificação da altura da viga.	34
Figura 15 - Resultado do cálculo do limite da posição da linha neutra após modificação da altura da viga.	34
Figura 16 – Verificação do tipo de armadura após modificação da altura da viga.	35
Figura 17 - Cálculo de M_{lim}	35
Figura 18 - Cálculo de M_2	36
Figura 19 - Cálculo da armadura A_{s1} , parte de A_s	36
Figura 20 - Cálculo da armadura A_{s2} , parte de A_s	36

Figura 21 - Cálculo da armadura da região tracionada A_s	37
Figura 22 - Cálculo da armadura da região comprimida A_s'	37
Figura 23 - Cálculo da armadura necessária para resistir a força cortante.	38
Figura 24 - Espaçamento mínimo dos estribos.	38
Figura 25 - Espaçamento máximo dos estribos.....	39
Figura 26 - Critério para encontrar a bitola dos estribos.....	39
Figura 27 - Parâmetros de detalhamento da armadura transversal.	40
Figura 28 - Espaçamento horizontal das barras longitudinais.	40
Figura 29 - Quantidade de barras necessárias na região tracionada.	41
Figura 30 - Quantidade mínima de barras necessárias.	41
Figura 31 - Quantidade de barras necessárias.....	41
Figura 32 - Cálculo do tamanho da abertura de fissuras.....	43
Figura 33 - Abertura máxima das fissuras características.	43
Figura 34 - Verificação do valor calculado para a abertura de fissura e o limite....	43
Figura 35 – Fórmula para cálculo do tamanho da abertura de fissuras.....	44
Figura 36 – Tamanho da abertura de fissura após alterar o diâmetro das armaduras.	44
Figura 37 - Parte do memorial de cálculo gerado pelo software.....	45
Figura 38 - Entrada de dados do Software com interface.....	47
Figura 39 - Resultados obtidos do Software com interface.	48

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Cobrimentos mínimo.	20
Tabela 2 - Entrada de dados de uma viga retangular com armadura simples.....	49
Tabela 3 - Resultados obtidos no cálculo de uma viga retangular com armadura simples.	49
Tabela 4 - Entrada de dados de uma viga retangular com armadura dupla.	50
Tabela 5 - Resultados obtidos no cálculo de uma viga retangular com armadura dupla.....	51
Tabela 6 - Entrada de dados de uma viga retangular com armadura dupla.	52
Tabela 7 - Resultados obtidos no cálculo de uma viga retangular com armadura dupla.....	52

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	10
1.1	PROBLEMA.....	10
1.2	OBJETIVO	11
1.2.1	Objetivos específicos	11
1.3	JUSTIFICATIVA.....	11
2	METODOLOGIA.....	13
3	CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DA LITERATURA	14
3.1	NORMAS TÉCNICAS APLICÁVEIS.....	14
3.1.1	Principais diretrizes da ABNT NBR 6118 (2023)	14
3.2	FUNDAMENTOS DO DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO.....	15
3.2.1	Conceitos fundamentais	15
3.2.2	Solicitações estruturais em vigas	16
3.2.3	Armadura longitudinal e transversal	18
3.2.4	Detalhamento segundo a ABNT NBR 6118 (2023)	20
3.3	FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS NA ENGENHARIA CIVIL.....	22
3.4	O AMBIENTE GOOGLE COLAB	22
3.4.1	Vantagens	23
3.5	PYTHON	24
3.6	PRODUTO EDUCACIONAL	24
3.7	BENEFÍCIOS E DESAFIOS DO ENSINO DE DIMENSIONAMENTO COM FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS	25
3.7.1	O impacto de ferramentas digitais na aprendizagem	25
3.7.2	Limitações e pontos de atenção.....	26
4	DESENVOLVIMENTO DO SOFTWARE E UTILIZAÇÃO	27
4.1	INFORMAÇÕES INICIAIS	27

4.2	EXECUÇÃO DO DIMENSIONAMENTO	29
4.3	ETAPAS DE CÁLCULO	31
4.3.1	Cálculo da posição da linha neutra	32
4.3.2	Tipo de armadura	33
4.3.3	Armadura As	35
4.3.4	Armadura transversal	37
4.3.5	Detalhamento da armadura longitudinal	40
4.3.6	Verificação de abertura de fissuras	42
4.3.7	Memorial de cálculo	44
5	RESULTADOS	46
5.1	PRODUTO EDUCACIONAL	46
5.2	VERSÃO GRÁFICA	46
5.3	EXEMPLOS	48
5.3.1	Viga retangular com armadura simples	48
5.3.2	Viga retangular com armadura dupla	50
5.3.3	Viga retangular com armadura dupla	51
5.4	ANÁLISE DOS RESULTADOS	53
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS	54
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	56
	APÊNDICE A – MEMORIAL DE CÁLCULO DO EXEMPLO 1	59
	APÊNDICE B – MEMORIAL DE CÁLCULO DO EXEMPLO 2 FEITO NOS SOFTWARES EDUCACIONAL E PROFISSIONAL	64
	APÊNDICE C – MEMORIAL DE CÁLCULO DO EXEMPLO 3 FEITO NOS SOFTWARES EDUCACIONAL E PROFISSIONAL	70
	APÊNDICE D – DISPONIBILIDADE DOS SOFTWARES	76

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho apresenta um software simples, porém funcional e prático, destinado ao dimensionamento de vigas de concreto armado, segundo a ABNT NBR 6118 (2023). O software foi idealizado como uma ferramenta educacional e profissional, útil tanto para estudantes quanto para engenheiros que necessitam de uma abordagem ágil para conferir cálculos e otimizar o tempo de projeto.

No contexto educacional, pode ser utilizada como material de apoio no ensino dos cálculos para o dimensionamento de vigas de concreto. Além disso, sua implementação em Python, uma linguagem de programação acessível e amplamente utilizada, pode ser integrada ao conteúdo acadêmico, promovendo o desenvolvimento do raciocínio lógico, caso esse seja o intuito.

Este trabalho está estruturado em Introdução, Conceitos Fundamentais, Metodologia, Produto Educacional e sua utilização, Resultados e Considerações Finais, abordando a fundamentação teórica até o desenvolvimento, aplicação e validação do software.

1.1 PROBLEMA

O problema a ser resolvido é a necessidade de um software computacional que possa ser utilizado para o dimensionamento de vigas de concreto armado e ao mesmo tempo auxilie no ensino, na aprendizagem e na verificação de cálculos profissionais, garantindo conformidade com os critérios estabelecidos pela ABNT NBR 6118 (2023).

1.2 OBJETIVO

Desenvolver e disponibilizar uma ferramenta computacional de código livre em Python voltada para o ensino, a aprendizagem e a aplicação profissional no cálculo de vigas de concreto.

1.2.1 Objetivos específicos

- **Implementação dos Métodos de Dimensionamento:** Incorporar algoritmos e métodos de cálculo necessários para realizar o dimensionamento de vigas de concreto, abrangendo verificações para estados limites últimos (ELU) e estados limites de serviço (ELS).
- **Validação da Ferramenta:** Realizar análises comparativas entre os resultados fornecidos pela ferramenta desenvolvida em Python e os resultados obtidos por métodos analíticos convencionais, verificando a precisão e confiabilidade da ferramenta.
- **Apresentar um produto educacional:** Construir um ambiente onde o estudante possa colocar em prática os conceitos e o uso da norma sem o desgaste com cálculos matemáticos.

1.3 JUSTIFICATIVA

O uso de um programa computacional no ambiente educacional pode proporcionar um aprimoramento no ensino e na aprendizagem. Ao incorporar uma ferramenta prática e eficiente no processo de ensino, pode-se, de acordo com Branchier (2017), de maneira interativa e dinâmica, simplificar os conceitos teóricos de dimensionamento de vigas de concreto armado. Além da linguagem Python, conhecida pela sua simplicidade de sintaxe e flexibilidade, a cada passo

de dimensionamento explicações propiciam aos discentes um entendimento mais profundo dos princípios envolvidos no cálculo estrutural.

Mesmo que o engenheiro civil possua uma certa experiência, ele não está livre de falhas humanas provocadas pelo estresse, descuidos e rotinas de trabalho excessivas. De acordo com Soares (2022) devido ao avanço da complexidade dos elementos construtivos e a demanda de otimização de projetos, o cálculo manual se tornou uma tarefa árdua. Assim, é importante dispor de um instrumento para verificar cálculos ou até mesmo para executar cálculos mais elaborados de maneira precisa e consistente. Isso auxilia na diminuição de falhas, assegurando a integridade das estruturas.

2 METODOLOGIA

A metodologia deste trabalho envolveu, primeiramente, uma revisão bibliográfica sobre o dimensionamento de vigas de concreto armado. Em seguida, foram estudados o ambiente Google Colab e a linguagem Python para a implementação do software. Posteriormente foi realizado o desenvolvimento do software, iniciando com a criação dos algoritmos para cálculo das armaduras longitudinais e transversais, seguido das verificações normativas. Por fim, o mesmo foi testado e validado por meio da comparação com cálculos manuais, permitindo ajustes e finais.

3 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DA LITERATURA

3.1 NORMAS TÉCNICAS APLICÁVEIS

3.1.1 Principais diretrizes da ABNT NBR 6118 (2023)

A ABNT NBR 6118 (2023) constitui a norma de referência para o cálculo de estruturas de concreto no Brasil, determinando definições, exigências e parâmetros essenciais para garantir tanto a segurança quanto a durabilidade das edificações. A presente norma abrange desde as propriedades dos materiais até os critérios para a verificação de estados limites, tornando-se, assim, essencial para engenheiros civis e projetistas.

A norma estabelece os conceitos e detalha os requisitos mínimos para a elaboração e implementação de estruturas de concreto armado, levando em conta aspectos como:

- Durabilidade: A norma define parâmetros para proteger o concreto e o aço contra agentes prejudiciais, como a corrosão, assegurando assim, a longevidade da estrutura.
- Segurança estrutural: São estabelecidos coeficientes parciais de segurança para os materiais e para as ações, garantindo que as estruturas consigam suportar as solicitações previstas.
- Detalhamento: Regras para o posicionamento e cobrimento das armaduras, assegurando a adequada aderência entre o concreto e o aço, além de prevenir eventuais patologias.

A ABNT NBR 6118 (2023) apresenta critérios para o cálculo de vigas, com base na verificação dos Estados Limites Últimos (ELU) e dos Estados Limites de Serviço (ELS).

- Estados Limites Últimos (ELU): Os ELUs referem-se à segurança estrutural, assegurando que a estrutura seja capaz de suportar as cargas máximas estimadas sem sofrer colapso de tal forma que determine a

paralisação do uso da estrutura (ABNT NBR 6118 (2023), item 3.2.1).

Para vigas, as verificações típicas incluem:

- Resistência à flexão: As armaduras longitudinais são projetadas para suportar os momentos fletores máximos.
- Resistência ao cisalhamento: Verificação da capacidade das armaduras transversais (comumente estribos) para suportar as forças cortantes.
- Os Estados Limites de Serviço (ELS): Os ELSs referem-se ao desempenho da estrutura ao longo de sua vida útil, assegurando conforto ao usuário/máquinas e durabilidade (ABNT NBR 6118 (2023), item 10.4).

As análises para vigas abrangem:

- Restrição de fissuras: Controle da abertura de fissuras a fim de prevenir danos as armaduras da viga.
- Deformações excessivas: Assegurar que as flechas (deslocamento vertical) permaneçam dentro dos limites aceitáveis, mantendo a integridade estética e funcional da estrutura.

Esses parâmetros normativos garantem que as vigas exerçam sua função estrutural sem prejudicar a segurança e durabilidade da edificação.

3.2 FUNDAMENTOS DO DIMENSIONAMENTO DE VIGAS DE CONCRETO

3.2.1 Conceitos fundamentais

As vigas de concreto armado são componentes estruturais lineares responsáveis por sustentar e distribuir cargas para outros componentes da construção, tais como pilares e fundações. De acordo com Bastos (2024), as vigas são concebidas para resistir principalmente a esforços de flexão e cisalhamento, constituindo elementos cruciais em sistemas estruturais de edifícios, pontes e outras estruturas. A sua função estrutural consiste em garantir a segurança e a estabilidade da construção, distribuindo os esforços de forma

eficiente para outros elementos, como pilares, prevenindo colapsos e deformações excessivas.

As vigas podem ter seções variadas, como retangular e em 'T', além de serem dispostas de formas distintas, tais como vigas biapoiadas, contínuas ou em balanço. Cada configuração requer uma atenção específica no dimensionamento, a fim de garantir que as forças sejam adequadamente suportadas e distribuídas.

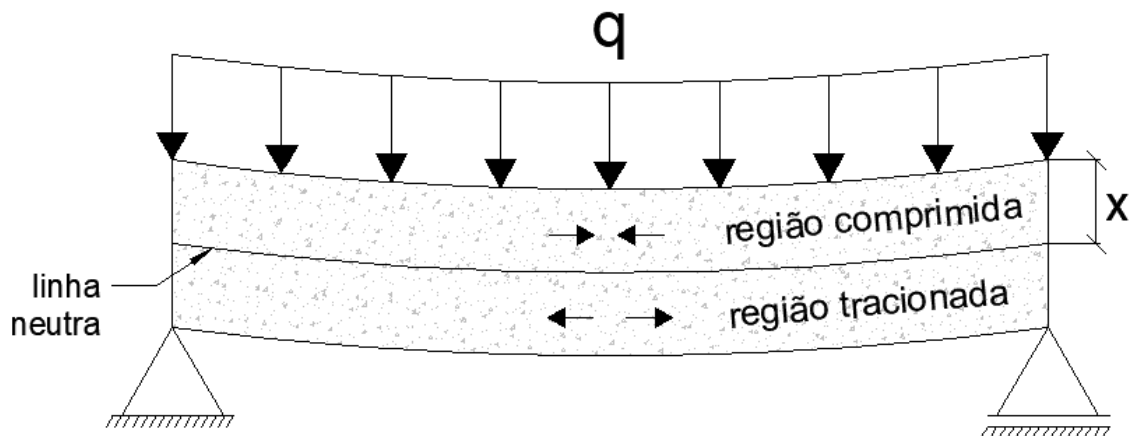
3.2.2 Solicitações estruturais em vigas

As vigas de concreto armado estão sujeitas a diferentes tipos de solicitações estruturais, que determinam o seu comportamento mecânico e o dimensionamento dos elementos de concreto armado.

3.2.2.1 Flexão

A flexão é a principal solicitação em vigas (Figura 1), originada pela aplicação de cargas que são perpendiculares ao eixo longitudinal do elemento. Esse esforço provoca tensões de tração e compressão na seção transversal da viga. Conforme Chust e Rodrigues (2017), as armaduras longitudinais são responsáveis pela absorção das tensões de tração devendo ser calculada no estado limite último de ruína, enquanto o concreto se destaca na resistência às tensões de compressão. As armaduras longitudinais também podem ser utilizadas para auxiliar o concreto na resistência à compressão, como no caso de vigas com armadura dupla.

Figura 1 - Flexão e compressão na viga.

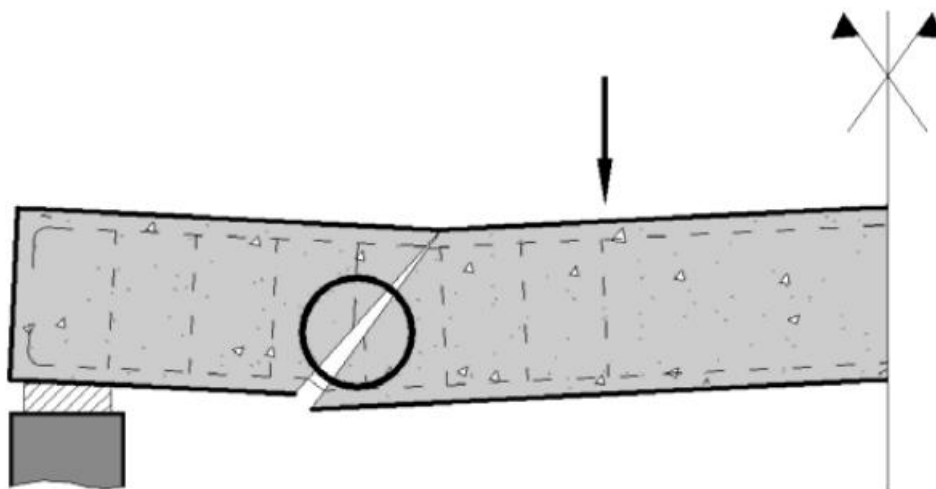


Fonte: Moura, 2019.

3.2.2.2 Cisalhamento

O cisalhamento é causado pela existência de forças cortantes ao longo da extensão da viga, provocadas pelas cargas aplicadas. Para suportar tais tensões, são colocadas armaduras transversais, que proporcionam segurança aos distintos tipos de ruptura (Exemplo na Figura 2) e previnem a formação de fissuras inclinadas e asseguram a integridade estrutural (Chust e Rodrigues, 2017).

Figura 2 - Ruptura da armadura transversal.



Fonte: Pinheiro et al., 2003.

3.2.2.3 Torção

A torção ocorre quando as cargas aplicadas produzem momentos torcionais em torno do eixo longitudinal da viga. Esse tipo de esforço é menos comum, porém, em certas circunstâncias, mudanças de direção conforme Figura 3, a torção deve ser levada em conta no dimensionamento e na determinação das armaduras (Bastos, 2023).

Figura 3 - Viga com mudança de direção, devendo considerar momentos de torção.



Fonte: Bastos, 2023.

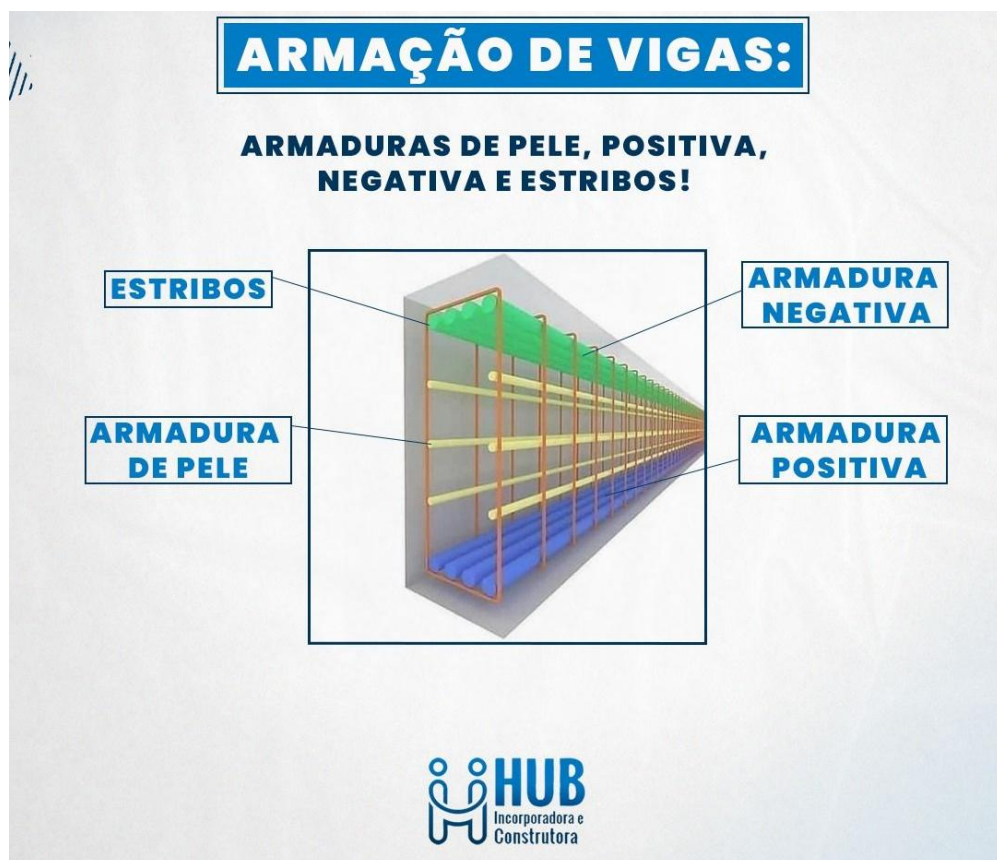
3.2.3 Armadura longitudinal e transversal

As armaduras longitudinais possuem a função de suportar as tensões normais ocasionadas pela flexão, enquanto as armaduras transversais, configuradas como estribos, são responsáveis por resistir ao cisalhamento. Conforme destacado por Bastos (2023), a correta disposição (Figura 4) e

detalhamento dessas armaduras são fundamentais para garantir a segurança e a longevidade das vigas de concreto armado.

- Armadura longitudinal: Disposta ao longo do comprimento da viga, sua função principal é suportar as tensões normais geradas pela flexão. Na imagem a seguir, é representada como armadura negativa e positiva, atuando contra os momentos negativos e positivos, respectivamente. Além disso, a imagem apresenta a armadura de pele, utilizada em vigas com altura superior a 60 cm, conforme a ABNT NBR 6118 (2023), item 17.3.5.2.3.
- Armadura transversal: Compreende estribos ou barras inclinadas, responsáveis para suportar as forças cortantes e, em determinadas situações, contribuir para a absorção de momentos de torção. Além disso contribui para o confinamento do concreto, melhorando sua resistência ao cisalhamento.

Figura 4 - Disposições das armaduras em uma viga.



Fonte: HUB Incorporadora, 2022.

3.2.4 Detalhamento segundo a ABNT NBR 6118 (2023)

O detalhamento de armaduras segue os critérios estabelecidos pela **ABNT NBR 6118 (2023)** para garantir segurança, durabilidade e conformidade normativa.

3.2.4.1 Comprimento de ancoragem

Para transmitir as forças de tração ou compressão, as barras de aço precisam ser ancoradas de forma correta no concreto. O comprimento da ancoragem é determinado pelo tipo de aço, pelo concreto empregado e pela posição da barra.

3.2.4.2 Cobrimento mínimo

O cobrimento é fundamental para proteger as armaduras da corrosão garantindo a durabilidade das estruturas de concreto armado (Chust e Rodrigues, 2017). Para vigas, o cobrimento mínimo deve estar entre 25 mm e 50 mm (conforme Tabela 1), sendo determinado de conforme a classe de agressividade ambiental (CAA).

Tabela 1 - Cobrimentos mínimo.

Tipo de estrutura	Componente ou elemento	Classe de agressividade ambiental (tabela 6.1)			
		I	II	III	IV ³⁾
		Cobrimento nominal mm			
Concreto armado	Laje ²⁾	20	25	35	45
	Viga/Pilar	25	30	40	50
Concreto protendido ¹⁾	Todos	30	35	45	55

Fonte: Adaptada de ABNT NBR 6118, 2023.

3.2.4.3 Disposição e espaçamento das barras longitudinais

Segundo Chust e Rodrigues (2017) para realizar o detalhamento da armadura na seção transversal, é necessário, primeiramente, determinar a quantidade de barras longitudinais a partir da área de aço calculada, considerando a área da seção transversal de uma barra. A quantidade de barras e sua disposição na seção transversal da viga devem seguir as normas vigentes, além de considerar os espaçamentos adequados para garantir o lançamento e o adensamento do concreto, de modo que ele preencha completamente os vãos da viga. Dessa forma, um detalhamento preciso é essencial para assegurar a segurança contra o colapso, a durabilidade das estruturas, a aparência estética e o conforto dos usuários.

- Distância entre as barras: Deve ser dimensionada para possibilitar a concretagem correta e prevenir a segregação, devendo ser possível a introdução de vibradores evitando vazios (Chust e Rodrigues, 2017).
- Quantidade de barras: Deve haver uma quantidade adequada de barras longitudinais para suportar os esforços de tração ou compressão. Normalmente, em seções com grande altura, utiliza-se mais de uma camada de barras.
- Camadas de armadura: Quando a quantidade de barras excede a capacidade de uma única camada, são empregadas várias camadas, devendo-se observar um espaçamento mínimo entre elas.

3.2.4.4 Disposição dos estribos

Para realizar o detalhamento adequado dos estribos na viga, é fundamental seguir as recomendações estabelecidas pela ABNT NBR 6118 (2023).

- Espaçamento: A distância entre os estribos é determinada pela resistência ao cisalhamento e pela posição da viga. Em áreas próximas a apoios (áreas críticas), é recomendado que os estribos sejam mais próximos.
- Dimensão mínima: Os estribos devem envolver todas as barras longitudinais, assegurando a contenção.

3.3 FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS NA ENGENHARIA CIVIL

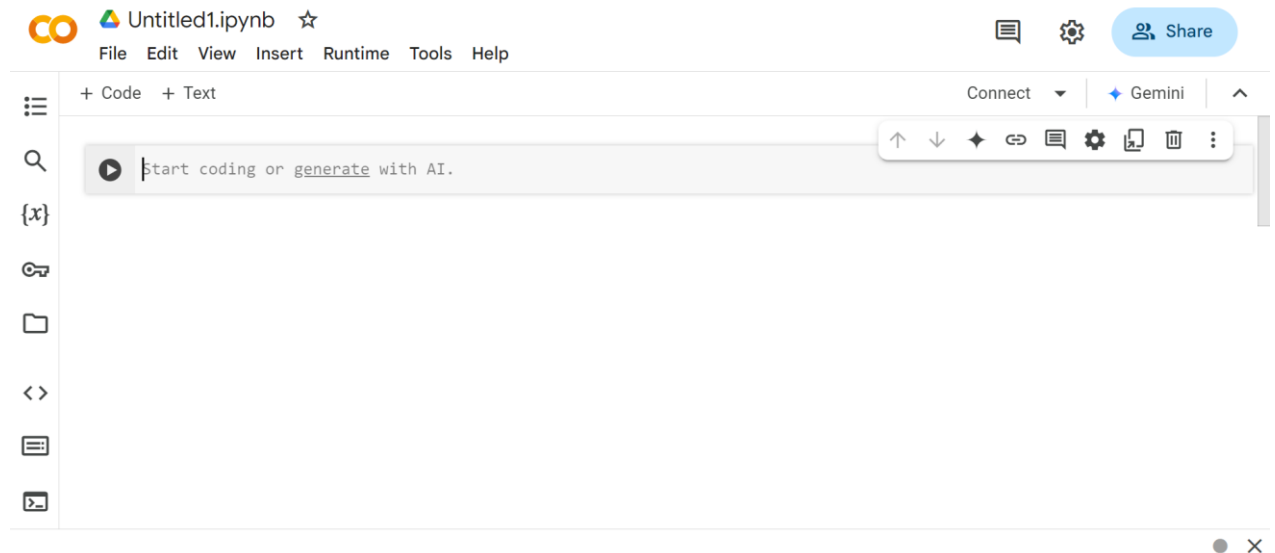
A evolução tecnológica transformou o cálculo estrutural, substituindo os métodos manuais demorados e suscetíveis a erros pelo uso de softwares, que proporcionam maior precisão e otimização no desenvolvimento de projetos, especialmente em estruturas complexas (Silva, 2024; Soares, 2022). Essas ferramentas permitem análises comparativas e reduzem falhas, mas devem ser utilizadas como suporte ao engenheiro, e não como substitutas de sua capacidade crítica e analítica. A validação dos resultados continua sendo uma responsabilidade do profissional, que deve compreender os conceitos estruturais para interpretar corretamente os cálculos realizados pelos programas (Branchier, 2017; Soares, 2022).

3.4 O AMBIENTE GOOGLE COLAB

O Google Colab é uma plataforma em nuvem, baseada no projeto de código aberto Jupyter, que permite a execução de notebooks (Figura 5) sem a necessidade de configuração ou instalação local. Notebooks são arquivos que combinam código, texto e gráficos, e que podem ser usados para criar e executar programas (GOOGLE, s.d.). O Colab fornece acesso gratuito a recursos computacionais avançados, como GPUs (Graphics Processing Units) e TPUs (Tensor Processing Units) utilizadas para processar os dados, tornando-se uma

ferramenta poderosa para aprendizado de máquina, ciência de dados e educação (GOOGLE, s.d.).

Figura 5 - Interface do Google Colab



Fonte: Google Colab (s.d).

3.4.1 Vantagens

- **Acesso online:** Pode ser utilizado diretamente no navegador, sem necessidade de instalação.
- **Integração com Google Drive:** Permite salvar e acessar arquivos facilmente.
- **Uso gratuito de GPUs e TPUs:** Excelente para cálculos computacionais intensivos.
- **Colaboração em tempo real:** Semelhante ao Google Docs, permite que várias pessoas editem um notebook simultaneamente.
- **Execução de códigos em Python:** Ideal para cálculos estruturais, simulações e automação de processos na engenharia.
- **Ambiente confiável e seguro:** Desenvolvido pelo Google, uma empresa reconhecida mundialmente, garantindo estabilidade e segurança na execução dos projetos.

Devido a essas características, o Google Colab foi escolhido para hospedar a ferramenta desenvolvida neste trabalho, permitindo que engenheiros e estudantes utilizem o software sem a necessidade de instalação.

3.5 PYTHON

Python é uma linguagem de programação amplamente reconhecida por sua simplicidade e flexibilidade, características que a tornam uma ferramenta valiosa na engenharia civil. De acordo com Soares (2022), a programação em Python é eficaz para criar protótipos e automatizar cálculos complexos, facilitando o desenvolvimento de soluções personalizadas para problemas específicos, permitindo que estudantes e profissionais otimizem análises estruturais e visualizem informações com maior clareza.

Esta linguagem também favorece a ligação entre a educação e a prática profissional, possibilitando que os estudantes entendam os princípios dos cálculos estruturais ao mesmo tempo que experimentam técnicas computacionais. Ferramentas básicas, como scripts em Python, são perfeitas para uso educativo, segundo Branchier (2017) elas são facilitadoras na realização de cálculos e modelos matemáticos permitindo uma maior dinâmica facilitando assim a compreensão dos alunos.

3.6 PRODUTO EDUCACIONAL

O termo "Produto Educacional" se refere a um recurso criado para facilitar e incentivar o processo de ensino e aprendizagem. Ele pode ser uma produção técnica ou tecnológica, como um software, destinado a ser utilizado por professores e outros profissionais em ambientes de aprendizagem, tanto formais

quanto informais (IFSULDESTE, s.d.). Os produtos educacionais podem incluir diversas categorias, como mídias educativas, protótipos, materiais interativos e até aplicativos de ensino (IFSULDESTE, s.d.).

3.7 BENEFÍCIOS E DESAFIOS DO ENSINO DE DIMENSIONAMENTO COM FERRAMENTAS COMPUTACIONAIS

3.7.1 O impacto de ferramentas digitais na aprendizagem

As ferramentas de computação possibilitam a exploração prática e dinâmica de conceitos teóricos, simplificando a visualização e o entendimento de cálculos estruturais complexos. Essas ferramentas são capazes de simular situações reais, favorecendo uma melhor compreensão do conteúdo e permitindo que os alunos vivenciem circunstâncias que seriam complicadas de replicar em sala de aula.

Além de contribuir para adquirir conhecimentos técnicos, a utilização de ferramentas digitais estimula o aprimoramento do raciocínio lógico. Linguagens de programação, como Python, que são bastante utilizadas na elaboração de ferramentas educacionais, disponibilizam um ambiente favorável para que os estudantes elaborem suas próprias soluções, compreendendo a lógica alinhada aos cálculos estruturais. Segundo Buckingham (2010), as Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação (TEDICs) devem ser aplicadas como ferramentas que incentivam a reflexão ativa e crítica, promovendo o desenvolvimento de indivíduos mais colaborativos, analíticos e preparados para enfrentar os desafios do mercado de trabalho, conforme apontado por Tapscott (1999).

3.7.2 Limitações e pontos de atenção

Um dos maiores obstáculos na utilização de ferramentas computacionais na educação é o perigo de que os alunos se apeguem a essas tecnologias, sem entender completamente os princípios teóricos que as sustentam. De acordo com Silva e Martins (2008) a informática se tornou um recurso cada vez mais essencial no ensino, porém não deve ser utilizado como um objetivo final, mas como um instrumento, já que o mesmo considera o processo de aprendizagem do aluno uma tarefa tipicamente humana. É imprescindível que o engenheiro possua um profundo conhecimento dos princípios fundamentais do dimensionamento, pois, em circunstâncias excepcionais, a tomada de decisões não deve se basear unicamente nos resultados fornecidos por softwares.

Um aspecto igualmente crucial é a validação dos resultados apresentados pelas ferramentas digitais. Um software pode fornecer respostas equivocadas por causa de erros na modelagem ou parametrização inadequada. Para Soares (2022) tem-se a necessidade de uma abordagem crítica ao utilizar essas tecnologias, ressaltando que, mesmo com a automatização, a intervenção humana é indispensável para interpretar, parametrizar e validar os resultados.

4 DESENVOLVIMENTO DO SOFTWARE E UTILIZAÇÃO

A ferramenta foi desenvolvida em Python e pode ser acessada gratuitamente através do Google Colab através do seguinte link <<https://colab.research.google.com/drive/1ENis4MAp0bmSx9vHRU9Mh8UIz6Aiy67?usp=sharing>>, o código-fonte está disponível para consulta e aprimoramento, permitindo futuras melhorias e adaptações conforme necessário.

Nos tópicos a seguir, serão demonstradas algumas funcionalidades do software, acompanhadas de imagens e explicações sobre o seu funcionamento. Mais detalhes sobre os cálculos e deduções de fórmulas podem ser acompanhados diretamente na versão educacional disponível no link acima.

4.1 INFORMAÇÕES INICIAIS

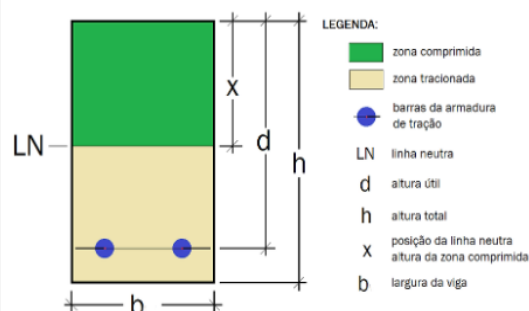
Para realizar o dimensionamento e detalhamento da viga de concreto armado desejada, é necessário fornecer alguns dados iniciais, incluindo características do local, características geométricas da viga, cargas atuantes e propriedades dos materiais, como aço e concreto. Conforme ilustrado na Figura 6, o programa apresenta uma interface intuitiva e explicativa, detalhando o significado de cada variável utilizada. Por exemplo, a altura da viga deve ser informada em centímetros e é representada pela variável “h”, seguindo o mesmo padrão para os demais parâmetros. Além disso, o software inclui uma imagem ilustrativa da seção transversal da viga, facilitando a compreensão visual dos elementos geométricos envolvidos no dimensionamento.

Figura 6 – Explicação das informações solicitadas pelo software.

✓ Informações Iniciais

Para realizar o dimensionamento de uma viga de concreto armado, submetido à esforços de flexão simples, é necessário as seguintes informações listadas abaixo. As mesmas foram separadas por categorias, para melhor organização e entendimento, além disso é possível identificar na Figura 1 a localização das informações geométricas.

Figura 1: Detalhamento da seção da viga de concreto.



Características do Local:

Classe de agressividade (I, II, III ou IV)

Características Geométricas da viga:

Altura da viga (h) em cm;

Distância da fibra mais comprimida de concreto até o centro de gravidade da armadura tracionada (d) em cm;

Largura da seção transversal da viga (b) em cm.

Cargas:

Momento de projeto atuante (referente as combinações últimas normais das ações considerando flexão normal simples) (md) em kN.cm;

Momento de projeto atuante (referente as combinações frequentes das ações considerando flexão normal simples) (md_freq) em kN.cm;

Força cortante de projeto no estado de limite último (vsd) em kN;

Características do concreto:

Resistência característica do concreto à compressão (fck) em kN/cm²;

Coefficiente de minoração da resistência do concreto (γ_c);

Tipo de brita (brita_escolhida);

Características do aço:

Tensão de escoamento característica do aço (fyk) em kN/cm²;

Coefficiente de minoração da tensão de escoamento do aço (γ_s);

Módulo de elasticidade do aço (es) MPa;

Bitola escolhida das barras de aço da região tracionada (bitola_tracionada) mm (5, 6.3, 8, 10, 12.5, 16 ou 20);

Bitola escolhida das barras de aço da região comprimida (bitola_comprimida) mm (5, 6.3, 8, 10, 12.5, 16 ou 20).

Fonte: Do próprio autor, 2024.

É importante observar que o momento e a força cortante devem ser inseridos já como valores de projeto. Além disso, a altura útil (d) é um valor definido pelo usuário, e o software não a recalculará com base no centro de gravidade das armaduras obtidas no dimensionamento (considerando a bitola

das barras e o número de camadas), pois o processo é interativo e recalculado automaticamente poderia comprometer a simplicidade do código.

Após ler a explicação e compreender todos os parâmetros utilizados pelo software, o usuário tem acesso a uma célula de código, Figura 7, onde deve inserir os valores desejados para o dimensionamento. Nesse processo, é necessário atribuir os valores correspondentes a cada variável. Por exemplo, conforme ilustrado no exemplo abaixo, deve ser inserido o valor da altura da viga ao lado da variável "h", repetindo esse procedimento para todas as demais variáveis.

Figura 7 – Célula para inserir os dados da viga a ser dimensionada.

```
[ ] #Inserir os dados de entrada do programa para o cálculo da viga, conforme a legenda acima

classe_agressividade = 'II'

h = 30
d = 26.5
b = 12

md = 4040
md_freq = 2886
vsd = 32.24

fck = 2
gamac = 1.4
brita_escolhida = 1

fyk = 50
gamas = 1.15
es = 210000
bitola_tracionada = 12.5
bitola_comprimida = 8
```

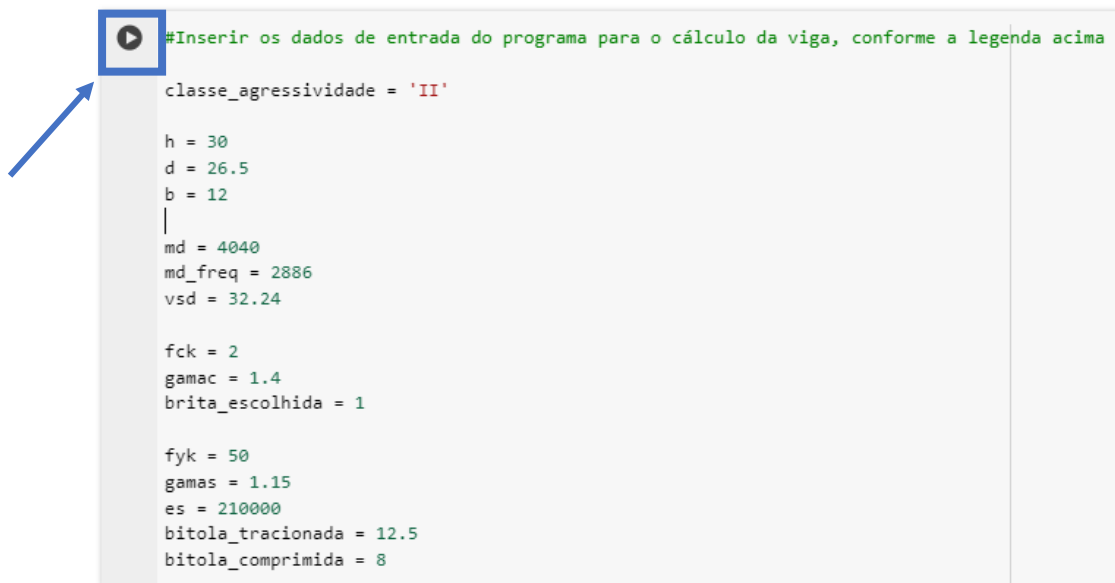
Fonte: Do próprio autor, 2024.

4.2 EXECUÇÃO DO DIMENSIONAMENTO

Após preencher todas as informações, o usuário deve executar cada célula do código para que o Google Colab processe os cálculos (Figura 8). Dessa forma, o software realiza cada etapa do dimensionamento e exibe os resultados logo abaixo da célula executada. Esse processo de execução individual é fundamental, pois permite que o usuário acompanhe as explicações e verifique

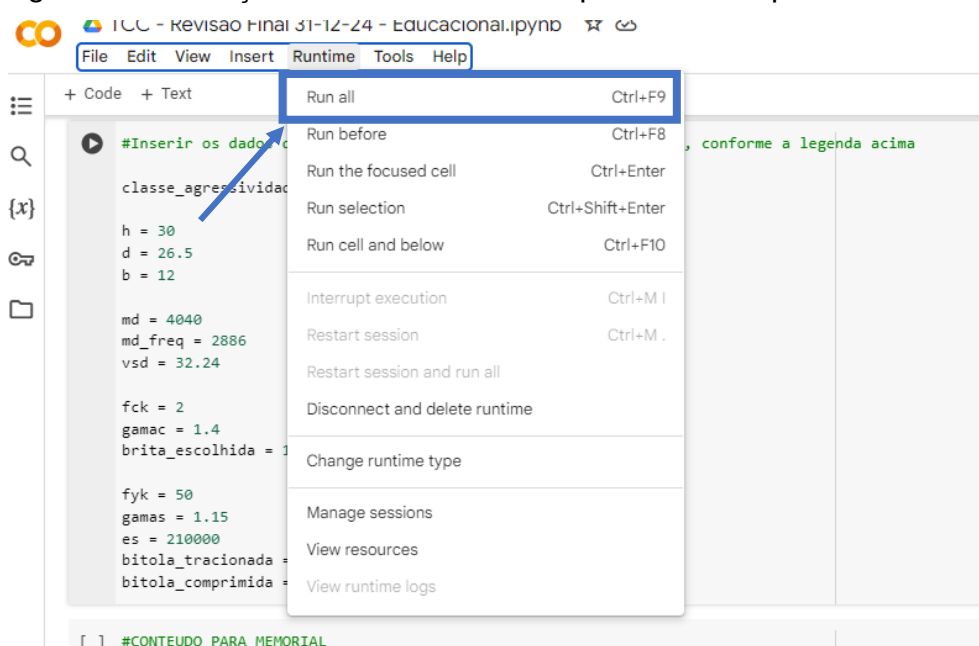
os cálculos passo a passo, obtendo um entendimento mais claro dos resultados gerados. Embora seja possível executar todas as células de uma vez (Figura 9), essa opção deve ser utilizada com cautela, pois o ideal é acompanhar a execução de cada célula separadamente para garantir a correta interpretação dos dados e cálculos.

Figura 8 - Execução de uma única célula para iniciar o processamento.



Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 9 - Execução de todas as células para iniciar o processamento.



Fonte: Do próprio autor, 2024.

4.3 ETAPAS DE CÁLCULO

Nas células responsáveis pelos cálculos, há uma organização clara e explicativa para facilitar o estudo. Cada etapa é precedida por um título, subtítulo e/ou uma explicação. Por exemplo, ao determinar a resistência de cálculo do concreto (Figura 10), o usuário visualizará o título correspondente, seguido de uma explicação detalhada, a fórmula utilizada conforme a norma, a legenda dos parâmetros da fórmula, a célula em Python que realiza o cálculo (a qual deve ser executada conforme o item 4.2) e, logo em seguida, o resultado obtido. É importante observar que a célula pode ser manipulada pelo usuário, o ambiente permite que se crie novas células de códigos, textos e até vídeos. Dessa forma, o usuário pode construir seu próprio caderno de estudos. No contexto profissional, essa característica do ambiente permite a criação de memoriais de cálculos. Essa estrutura garante que o usuário compreenda cada passo do dimensionamento.

Figura 10 - Cálculo da resistência de cálculo do concreto.

✓ Características do concreto

A resistência de cálculo do concreto é calculada através da seguinte fórmula:

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

Onde:

- f_{cd} é a tensão de cálculo do concreto.
- f_{ck} é a resistência característica do concreto.
- γ_c é o coeficiente de segurança do concreto.

```
[ ] #características do concreto: resistência de cálculo
    fcd = fck/gamac
    resultado = "O valor de resistência de cálculo do concreto é: " + str(round(fcd, 2)) + "kN/cm²"
    print(resultado)
```

↔ O valor de resistência de cálculo do concreto é: 1.43kN/cm²

Fonte: Do próprio autor, 2024.

A seguir, serão apresentadas algumas das principais etapas do dimensionamento.

4.3.1 Cálculo da posição da linha neutra

Conforme explicado anteriormente, o cálculo da posição da linha neutra x segue um padrão adotado, conforme ilustrado na Figura 11, que apresenta a explicação do conceito, o código correspondente e, por fim, o resultado obtido. Ao executar o trecho de código, obtém-se o valor de $x = 17,93\text{cm}$, que está dentro da altura total da viga ($h = 30\text{cm}$). Com esse resultado, a próxima etapa consiste em verificar se o dimensionamento requer armadura simples ou dupla.

Figura 11 - Cálculo da posição da linha neutra.

Resolvendo-se a equação é possível obter x , denominado como sendo a posição da linha neutra:

$$x = 1.25 \cdot d \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{m_d}{0.425 \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right)$$

Onde:

- x é a profundidade da linha neutra.
- d é a distância do centro de gravidade da armadura tracionada até a fibra mais comprimida de concreto.
- m_d é o momento de projeto.
- f_{cd} é a tensão de cálculo do concreto.
- b é a largura da seção da viga.

Na fórmula de x o valor pode deixar de ser real caso a expressão dentro da raiz seja negativa:

$$1 - \frac{m_d}{0.425 \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot d^2} < 0$$

Sendo assim é preciso garantir que esta fração seja menor ou igual a 1, caso contrário implica que a seção está com uma carga muito elevada em relação a sua capacidade (em termos de geometria e características do concreto).

```
[367] if fck <= 4:
    nc = 1
else:
    nc = (40 / (fck*10))**(1/3)

#verificando a capacidade de resistência da seção
resistencia_secao = md/(0.425 * nc * fcd * b * d**2)

#Linha neutra
if resistencia_secao <= 1 :
    x = 1.25 * d * (1- (1 - resistencia_secao)**(1/2))

    resultado = "O valor da profundidade da linha neutra é: " + str(round(x, 2)) + "cm"
    print(resultado)
else:
    resultado = "O valor de md excede a capacidade de resistência da seção, aumente a altura h da viga."
    print(resultado)
```

O valor da profundidade da linha neutra é: 17.93cm

Fonte: Do próprio autor, 2024.

4.3.2 Tipo de armadura

Para verificar o tipo de armadura, é fundamental calcular a posição da linha neutra limite x_{lim} , que define a transição entre armadura simples e armadura dupla. No caso do software desenvolvido, que se aplica a vigas com f_{ck} até 50 MPa, esse limite é dado por $x_{lim} = 0,45 * d$, conforme ilustrado na Figura 12, resultando em um valor de $x_{lim} = 11,91cm$. Como a posição da linha neutra obtida ($x = 17,93cm$) excede esse limite, o software indica automaticamente que se trata de uma viga com armadura dupla, conforme demonstrado na Figura 13.

Figura 12 - Cálculo do x limite.

✓ Cálculo do x limite:

De acordo com a NBR 6118:2018 a capacidade de rotação de uma viga e outros elementos estruturais está ligada a posição da linha neutra no ELU, sendo que para melhorar esta ductilidade nas regiões de apoio é preciso que a posição da mesma obedeça os seguintes limites:

- a) $x/d \leq 0,45$ para concretos com $f_{ck} \leq 50$ MPa
- b) $x/d \leq 0,35$ para concretos com $50 \text{ MPa} < f_{ck} \leq 90$ MPa

```
[ ] #Verificação do fck

if(fck <= 50):
    xlim = 0.45 * d
    resultado = "O valor do x limite da viga é: " + str(round(xlim, 2)) + "cm"
    print(resultado)
else:
    xlim = 'O software não dimensiona vigas para o fck informado.'
    print(xlim)
```

O valor do x limite da viga é: 11.93cm

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 13 - Verificação do tipo de armadura.

✓ Verificação do tipo da armadura

Caso a posição da linha neutra esteja dentro das condições de ductilidade para vigas, a mesma poderá ser armada apenas em sua região mais tracionada (Armadura Simples), caso contrário deverá possuir armadura também em sua região mais comprimida (Armadura Dupla).

```
#Verificação de armadura (simples ou dupla)

if(x <= xlim):
    tipo_armadura = "simples"
else:
    tipo_armadura = "dupla"

if(tipo_armadura == "dupla"):
    resultado = "A viga possui armadura dupla, ou seja, conta com armaduras tanto na região tracionada quanto na comprimida."
else:
    resultado = "A viga possui armadura simples, ou seja, armada apenas em sua região tracionada."
print(resultado)
```

A viga possui armadura dupla, ou seja, conta com armaduras tanto na região tracionada quanto na comprimida.

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Uma das principais contribuições da ferramenta é a possibilidade de alterar os valores em tempo real e acompanhar imediatamente a influência dessas mudanças nos cálculos. Neste exemplo, ao modificar a altura da viga para $h = 35\text{cm}$ (o que também exige a atualização do valor da altura útil d), observa-se que a posição da linha neutra (Figura 14) e seu limite (Figura 15) foram alterados, resultando na transição da viga de armadura dupla para armadura simples (Figura 16). Esse processo auxilia o aluno a desenvolver uma melhor compreensão sobre os parâmetros que podem ser ajustados para atender a certas necessidades estruturais ou de projeto, além de proporcionar uma sensibilidade maior sobre os valores que condizem com as aplicações reais.

Figura 14 – Resultado do cálculo da posição linha neutra após modificação da altura da viga.

```
resultado = "O valor da profundidade da linha neutra é: 12.92cm"
print(resultado)
else:
    resultado = "O valor de md excede a capacidade de flexão da viga"
    print(resultado)
```

⇒ O valor da profundidade da linha neutra é: 12.92cm

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 15 - Resultado do cálculo do limite da posição da linha neutra após modificação da altura da viga.

```
print(resultado)
else:
    xlim = 'O software não dimensiona vigas para este valor de md'
    print(xlim)
```

⇒ O valor do x limite da viga é: 14.4cm

✓ [488] #Conteudo Memorial

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 16 – Verificação do tipo de armadura após modificação da altura da viga.

```
if(tipo_armadura == "dupla"):
    resultado = "A viga possui armadura dupla, ou seja, conta com armaduras tanto
else:
    resultado = "A viga possui armadura simples, ou seja, armada apenas em sua reg
print(resultado)
```

➡ A viga possui armadura simples, ou seja, armada apenas em sua região tracionada.

Fonte: Do próprio autor, 2024.

4.3.3 Armadura As

No exemplo em questão, o software calcula duas armaduras: a da região tracionada e a da região comprimida. Inicialmente, o momento resistente é dividido em duas parcelas M_{lim} (Figura 17) e M_2 (Figura 18), correspondentes à armadura tracionada principal A_{s1} (Figura 19) e à armadura complementar A_{s2} (Figura 20) que somadas resultam na armadura tracionada A_s (Figura 21). Em seguida, determina-se a armadura comprimida A'_s (Figura 22), necessária para equilibrar o sistema. Esse processo é automatizado pelo software, que aplica as equações normativas e retorna os valores de maneira detalhada e organizada.

Figura 17 - Cálculo de M_{lim} .

$$m_{d,lim} = 0,68 \cdot \eta_c \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x_{lim} \cdot (d - 0,4 \cdot x_{lim})$$

Onde:

- $m_{d,lim}$ é o momento resistente da seção da viga em seu limite de ductilidade.
- b é a largura da seção transversal da viga.
- x_{lim} é a posição limite da linha neutra na seção transversal da viga.
- f_{cd} é a resistência de cálculo do concreto.
- d é a distância do centro de gravidade da armadura tracionada até a fibra mais comprimida de concreto.

```
[ ] #calcula o valor de md_lim
md_lim = 0

if(tipo_armadura == "dupla"):
    md_lim = 0.68*nc*b*xlim*fcd*(d-0.4*xlim)

    resultado = "O valor do momento resistente da seção da viga em seu limite de ductilidade é: " + str(round(md_lim, 2)) + "kN.cm"
    print(resultado)
```

➡ O valor do momento resistente da seção da viga em seu limite de ductilidade é: 3020.72kN.cm

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 18 - Cálculo de M2.

$$M_{d,2} = A_{s2} \cdot f_{yd} \cdot (d - d')$$

```
[ ] #calcula o valor de m2
md_2 = 0
if(tipo_armadura == "dupla"):
    md_2 = md - md_lim

    resultado = "O valor do momento resistente restante após a dedução do momento limite é: " + str(round(md_2, 2)) + "kN.cm"
    print(resultado)
```

O valor do momento resistente restante após a dedução do momento limite é: 1019.28kN.cm

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 19 - Cálculo da armadura As1, parte de As.

Logo para o A_{s1} :

$$A_{s1} = \frac{M_{d,lim}}{f_{yd} \cdot (d - 0,4 \cdot x_{lim})}$$

```
[ ] #calculando a área da armadura As1
if(tipo_armadura == "dupla"):
    armadura_as1 = (md_lim/(fyd*(d - (0.4 * xlim))))

    resultado = "A área de aço As1 da viga, em sua região mais flexionada, é: " + str(round(armadura_as1, 2)) + "cm²"
    print(resultado)
```

A área de aço As1 da viga, em sua região mais flexionada, é: 3.2cm²

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 20 - Cálculo da armadura As2, parte de As.

$$A_{s2} = \frac{M_{d2}}{f_{yd} \cdot (d - d')}$$

Ou ainda:

$$A_{s2} = \frac{M_d - M_{d,lim}}{f_{yd} \cdot (d - d')}$$

- $m_{d,2}$ é o momento resistente restante após a dedução de m_{d1} .
- m_d é o momento de projeto da viga.
- $m_{d,lim}$ é o momento resistente da seção da viga em seu limite de ductilidade.

```
[ ] #Altura útil efetiva
dlinha = h - d
resultado = "O valor da distância do centro de gravidade da armadura comprimida até a face mais comprimida é: " + str(round(dlinha, 2)) + "cm"
print(resultado)

#calculando a área As2 da armadura
if(tipo_armadura == "dupla"):
    armadura_as2 = (md_2/(fyd*(d - dlinha)))

    resultado = "A área de aço As2 da viga, em sua região mais flexionada, é: " + str(round(armadura_as2, 2)) + "cm²"
    print(resultado)
```

O valor da distância do centro de gravidade da armadura comprimida até a face mais comprimida é: 3.5cm
A área de aço As2 da viga, em sua região mais flexionada, é: 1.02cm²

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 21 - Cálculo da armadura da região tracionada A_s .

A área de aço na região mais tracionada da viga é resultante da soma das armaduras encontradas para combater os momentos m_{lim} e m_{d2} , portanto:

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

```
[ ] #calculando a área da região mais tracionada da viga
if(tipo_armadura == "dupla"):
    armadura_as = armadura_as1 + armadura_as2

    resultado = "A área de aço da viga, em sua região mais flexionada, é: " + str(round(armadura_as, 2)) + "cm²"
    print(resultado)
```

➡ A área de aço da viga, em sua região mais flexionada, é: 4.22cm²

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 22 - Cálculo da armadura da região comprimida A'_s .

$$A'_s = \frac{m_{d,2}}{f'_{yd} \cdot (d - d')}$$

Onde:

- A'_s representa a área da armadura comprimida de aço necessária na seção transversal da viga.
- $m_{d,2}$ é o momento resistente restante após a dedução de m_{d1} .
- f'_{yd} é a resistência de cálculo da armadura comprimida.
- d é a distância do centro de gravidade da armadura tracionada até a fibra mais comprimida de concreto.
- d' é a distância do centro de gravidade da armadura tracionada até a fibra mais comprimida de concreto.

```
[ ] #Calcular Aslinha
armadura_as_linha = 0
if(tipo_armadura == "dupla"):
    armadura_as_linha = (md_2/(fyd_linha*(d - dlinha)))

    resultado = "A área de aço da viga, em sua região mais comprimida, é: " + str(round(armadura_as_linha, 2)) + "cm²"
    print(resultado)
```

➡ A área de aço da viga, em sua região mais comprimida, é: 1.02cm²

Fonte: Do próprio autor, 2024.

4.3.4 Armadura transversal

De acordo com a ABNT NBR 6118 (2023), a bitola do estribo em vigas deve atender ao intervalo $5\text{mm} \leq \Phi \leq b_w/10$. Para determinar a armadura necessária para resistir à força cortante $A_{sw,nec}$ (Figura 23), o software realiza uma série de verificações e cálculos automatizados. Primeiramente, verifica-se a tensão de compressão nas bielas para garantir a integridade estrutural. Em seguida, é calculada a armadura transversal mínima exigida pela norma. Além disso, o programa determina a parcela da força cortante absorvida pelos mecanismos complementares ao modelo de treliça e, por fim, estabelece os

espaçamentos mínimo e máximo entre os estribos (Figuras 24 e 25), garantindo conformidade com os critérios normativos.

Figura 23 - Cálculo da armadura necessária para resistir a força cortante.

$$A_{sw} = \frac{V_{sw} \cdot s}{0,9 \cdot d \cdot f_{yd} \cdot (\sin \alpha + \sin \alpha)}$$

Onde:

- V_{sw} é a parcela resistida força cortante pela armadura transversal.
- A_{sw} representa a área da armadura transversal (estribo).
- f_{yd} é a resistência de cálculo do aço da armadura transversal.
- d é a altura útil da seção.
- s é o espaçamento entre estribos.

Vale ressaltar que caso a parcela absorvida pelos mecanismos complementares ao de treliça for superior a força cortante atuante na viga logo, teoricamente, não seria necessário armadura transversal. Mas neste caso é adotado a armadura mínima.

```
[ ] import math

#calcula da armadura transversal necessária
s = 100 #considerando 1 metro
# Ângulo em graus
angulo_graus = 90

# Converte para radianos
angulo_radianos = math.radians(angulo_graus)

if vsw > 0:
    asw_nec = ((vsw * s) / (0.9 * d * fyd * (math.sin(angulo_radianos) + math.cos(angulo_radianos))))
else:
    asw_nec = a_sw90_min

resultado = "A armadura necessária para resistir a força de cortante é: " + str(round(asw_nec, 2)) + "cm²/m"
print(resultado)
```

↗ A armadura necessária para resistir a força de cortante é: 1.08cm²/m

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 24 - Espaçamento mínimo dos estribos.

↕ Espaçamentos mínimos e máximos dos estribos

Os estribos devem possuir um espaçamento mínimo para que o vibrador consiga penetrar entre eles, a fim de se ter um bom adensamento do concreto. Considerando uma folga de 2cm tem-se:

$$S_{min} = \phi_{vibr} + 2cm$$

```
[ ] dim_vibr = 5
s_min = dim_vibr + 2

resultado = "O espaçamento mínimo entre os estribos é: " + str(round(s_min, 2)) + "cm"
print(resultado)
```

↗ O espaçamento mínimo entre os estribos é: 7cm

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 25 - Espaçamento máximo dos estribos.

Já o espaçamento máximo é dado pela relação entre V_{Sd} e V_{Rd2} onde caso $V_{Sd} \leq 0,67 \cdot V_{Rd2}$ tem-se:

$$S_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 0.6 \cdot d \\ 30 \text{ cm} \end{cases}$$

Caso contrário, ou seja $V_{Sd} > 0,67 \cdot V_{Rd2}$, tem-se:

$$S_{m\acute{a}x} \leq \begin{cases} 0.3 \cdot d \\ 20 \text{ cm} \end{cases}$$

```
[654] relacao_vrd2 = 0.67 * v_rd2

if vsd <= relacao_vrd2:
    condicao1 = 0.6 * d
    condicao2 = 30
    s_max = min(condicao1, condicao2)
else:
    condicao1 = 0.3 * d
    condicao2 = 20
    s_max = min(condicao1, condicao2)

resultado = "O espaçamento máximo entre os estribos é: " + str(round(s_max, 2)) + "cm"
print(resultado)
```

➡ O espaçamento máximo entre os estribos é: 15.9cm

Fonte: Do próprio autor, 2024.

De acordo com o critério estabelecido na Figura 26, o software testa diferentes combinações, garantindo que o espaçamento mínimo calculado seja respeitado e que a área de aço efetiva seja suficiente para resistir aos esforços atuantes. Assim é dimensionado a bitola do estribo, seu espaçamento e sua área efetiva, conforme Figura 27.

Figura 26 - Critério para encontrar a bitola dos estribos.

Assim, o critério de verificação é dado pela fórmula:

$$A_{\phi,t} \cdot \frac{100}{s} \geq \frac{A_{sw,t}}{2}$$

Onde:

- $A_{\phi,t}$ é a área da seção do estribo em cm²;
- s é o espaçamento entre os estribos em cm;
- $A_{sw,t}$ é a área de armadura transversal requerida em cm²/m.
- O denominador 2 é utilizado na verificação, pois se trata de estribos de 2 ramos.

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 27 - Parâmetros de detalhamento da armadura transversal.

	A bitola do estribo é: 5.0mm O espaçamento entre os estribos é: 15cm A área de aço efetiva dos estribos é (2 ramos): 2.62cm ² /m
---	---

Fonte: Do próprio autor, 2024.

4.3.5 Detalhamento da armadura longitudinal

O programa verifica se a bitola de aço informada pelo usuário é adequada para a viga, tanto para as barras de tração quanto de compressão. Esse processo é fundamental para que o usuário desenvolva uma maior sensibilidade sobre a escolha das bitolas em função das características da viga, como altura e cargas atuantes. Além disso, o software também calcula parâmetros essenciais, como espaçamento mínimo horizontal (Figura 28) e vertical, número de camadas de armadura e disposição das barras. Por fim, ele retorna à quantidade necessária de barras longitudinais (Figura 29), caso as verificações feitas estejam conforme com a norma.

Figura 28 - Espaçamento horizontal das barras longitudinais.

✓ Verificação do Espaçamento Horizontal

O espaçamento horizontal entre as faces das barras deve ser maior ou igual ao maior dos valores abaixo.

$$eh \geq \begin{cases} 2 \text{ cm} \\ A_{\phi} \\ 1.2 \cdot A_{\phi_{agr}} \end{cases}$$

onde:

- A_{ϕ} é a área de uma barra de aço da bitola escolhida.
- $A_{\phi_{agr}}$ é o diâmetro do tipo de brita escolhido.

```
[ ] #verificação do espaçamento horizontal (em cm)
    eh1 = 2
    eh2 = (bitola_tracionada) / 10
    eh3 = (1.2 * britas_dim_max[brita_escolhida]) / 10
    eh = max(eh1, eh2, eh3)

    resultado = "O espaçamento horizontal entre as barras deve ser de no mínimo: " + str(round(eh, 2)) + "cm"
    print(resultado)
```

 O espaçamento horizontal entre as barras deve ser de no mínimo: 2.28cm

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 29 - Quantidade de barras necessárias na região tracionada.

Por fim, caso a quantidade de barras calculada se encaixe no limite da quantidade máxima, exibe o dimensionamento:

```
✓ [802] if(qtd_barras > qtd_barras_max):  
0s     print('Erro! Deve ser escolhido uma bitola maior. ')  
     else:  
         print('Área Tracionada: ' + str(qtd_barras) + 'Ø' + str(bitola_tracionada)+'mm')  
  
↔ Área Tracionada: 4Ø12.5mm
```

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Como neste exemplo se trata de uma viga com armadura dupla, os mesmos processos são repetidos para detalhar as armaduras da região comprimida. Isso inclui o cálculo da quantidade de barras necessárias (Figura 30), a realização das verificações normativas e, por fim, a determinação da quantidade de barras que suportarão os esforços de compressão (Figura 31), considerando a bitola informada pelo usuário.

Figura 30 - Quantidade mínima de barras necessárias.

✓ Área Comprimida

Caso a viga seja de armadura dupla, conforme realizado para a área tracionada, os mesmos passos são replicados para dimensionar as ferragens necessárias na região comprimida, porém usando a área mínima de aço calculada para combater a compressão.

✓ Quantidade de barras necessárias

```
[ ] if(tipo_armadura == "dupla"):  
    #Verifica quantas barras serão necessárias:  
    qtd_barras = math.ceil(armadura_as_linha / bitolas[str(bitola_comprimida)])  
  
    resultado = "A quantidade de barra(s) necessária(s) é(são): " + str(qtd_barras)  
    print(resultado)  
  
↔ A quantidade de barra(s) necessária(s) é(são): 3
```

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 31 - Quantidade de barras necessárias.

Calcula-se a área de aço na região comprimida da viga.

```
[ ] if(tipo_armadura == "dupla"):  
    if(qtd_barras > qtd_barras_max):  
        print('Erro! Deve ser escolhido uma bitola maior. ')  
    else:  
        print('Área Comprimida: ' + str(qtd_barras) + 'Ø' + str(bitola_comprimida)+'mm')  
  
↔ Área Comprimida: 3Ø8.0mm
```

Fonte: Do próprio autor, 2024.

É importante que aluno ao utilizar o produto educacional teste diferentes diâmetros de armadura para desenvolver uma maior sensibilidade quanto à influência desse parâmetro no dimensionamento estrutural. Além disso, essa flexibilidade permite ajustar o projeto à disponibilidade de materiais na sua região, tornando a aplicação mais viável na prática. Com isso, podem ser observados aspectos como a preferência pelo uso de armaduras com bitolas menores, quando possível, uma vez que impactará diretamente na abertura de fissuras, conforme discutido no item 4.3.6 deste trabalho.

4.3.6 Verificação de abertura de fissuras

De acordo com Chust e Rodrigues (2017) a verificação de abertura de fissuras é importante para evitar pequenas aberturas que podem fazer com que as armaduras fiquem expostas comprometendo as condições de serviço e reduzindo assim a vida útil da estrutura.

O software desenvolvido realiza essa verificação, sendo a única análise relacionada ao Estado Limite de Serviço (ELS) que ele executa. A ferramenta compara a abertura calculada das fissuras (Figura 32), considerando as propriedades da armadura e do concreto, com os limites de abertura de fissura (Figura 33) conforme a classe de agressividade ambiental, indicando se a verificação atende aos requisitos estabelecidos pela norma (Figura 34).

Figura 32 - Cálculo do tamanho da abertura de fissuras.

✓ Tamanho da abertura de fissuras

o tamanho da abertura das fissuras w_k deve ser determinado para cada elemento de armadura que contribui para controlar a fissuração da peça, sendo obtido pelo menor valor de duas expressões abaixo:

$$w_k = \text{menor entre } \left\{ \begin{array}{l} \frac{\Phi}{12.5 \cdot \eta_l} \cdot \frac{\alpha_s}{E_s} \cdot \frac{3 \cdot \alpha_s}{f_{ct,m}} \\ \frac{\Phi}{12.5 \cdot \eta_l} \cdot \frac{\alpha_s}{E_s} \cdot \left(\frac{4}{\rho_t} + 45 \right) \end{array} \right.$$

Adotando o menor valor calculado para a abertura tem-se:

```
[ ] wk = min(wk1, wk2)

# Exibir o resultado final
resultado = "O valor característico da abertura de fissuras é: " + str(round(wk, 2)) + "mm"
print(resultado)
```

➡ O valor característico da abertura de fissuras é: 0.12mm

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 33 - Abertura máxima das fissuras características.

✓ Abertura máxima das fissuras características

Os valores característicos das aberturas w_k devem respeitar os limites de acordo com a classe de agressividade ambiental conforme Tabela 4.

Tabela 4: Abertura máxima das fissuras características.

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4$ mm	Combinação frequente
	CAA II e CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3$ mm	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2$ mm	

Portanto o valor característico da abertura encontrado deve respeitar ao limite de acordo com a classe de agressividade.

```
[ ] #máximo de abertura das fissuras
abertura_maxima = {}
abertura_maxima['I'] = 0.4
abertura_maxima['II'] = 0.3
abertura_maxima['III'] = 0.3
abertura_maxima['IV'] = 0.2

wk_lim = abertura_maxima[classe_agressividade]

resultado = "O valor de abertura máximo das fissura característica é: " + str(wk_lim) + "mm"
print(resultado)
```

➡ O valor de abertura máximo das fissura característica é: 0.3mm

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 34 - Verificação do valor calculado para a abertura de fissura e o limite.

```
[ ] # Verificando se o resultado está acima ou abaixo do valor limite
if wk <= wk_lim:
    print("Ok quanto a verificação de abertura de fissuras no ELS")
else:
    print("Tomar medidas! Aumentar armadura e diminuir bitolas ou aumentar a seção da viga e verificar.")
```

➡ Ok quanto a verificação de abertura de fissuras no ELS

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Conforme pode ser observado no produto educacional, o cálculo da abertura de fissuras (Figura 35) é diretamente influenciado pelo diâmetro da armadura. Sendo assim uma bitola maior resultará em uma abertura maior. Para melhor ilustrar, a armadura tracionada foi alterada para 20 mm e a armadura comprimida para 10 mm, o resultado é apresentado na Figura 36.

Figura 35 – Fórmula para cálculo do tamanho da abertura de fissuras.

✓ Tamanho da abertura de fissuras

O tamanho da abertura das fissuras w_k deve ser determinado para cada elemento de armadura que contribui para controlar a fissuração da peça, sendo obtido pelo menor valor de duas expressões abaixo:

$$w_k = \text{menor entre} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\Phi}{12.5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\alpha_s}{E_s} \cdot \frac{3 \cdot \alpha_s}{f_{ct,m}} \\ \frac{\Phi}{12.5 \cdot \eta_i} \cdot \frac{\alpha_s}{E_s} \cdot \left(\frac{4}{\rho_r} + 45 \right) \end{array} \right.$$

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 36 – Tamanho da abertura de fissura após alterar o diâmetro das armaduras.

```
[231] # Cálculo da segunda parte de w
      wk2 = (bitola_tracionada / (12.5 * eta_i)) * (alpha_s / (es/10)) * ((4 / rho_ri) + 45)

# Exibir o resultado final
resultado = "O valor da segunda equação para determinar o tamanho a abertura da fissura é: "
print(resultado)
```

➡ O valor da segunda equação para determinar o tamanho a abertura da fissura é: 0.16mm

Fonte: Do próprio autor, 2024.

4.3.7 Memorial de cálculo

A ferramenta apresenta um diferencial atrativo: a geração automática de um memorial de cálculo (Figura 37), permitindo que o usuário verifique detalhadamente todos os cálculos realizados com base nos valores informados.

O documento gerado é estruturado de forma clara e completa, facilitando a conferência e a rastreabilidade dos resultados.

O memorial é criado após a execução de todas as células do programa e baixado automaticamente na pasta 'Downloads' (ou na pasta que o usuário tenha predefinido em seu navegador) com um nome padronizado, como *memorial-de-calculo-31-12-2024_11-33-28*, onde a data e o horário no nome do arquivo mudam de acordo com o momento da geração. Para mais detalhes sobre o conteúdo do arquivo gerado, recomenda-se a consulta dos Apêndices A ao C.

Figura 37 - Parte do memorial de cálculo gerado pelo software.

VALORES DE CÁLCULO:

$$\begin{aligned}fcd &= fck/\gamma_c = 2.0 / 1.4 = 1.43 \text{ kN/cm}^2 \\fyd &= fy_d/\gamma_s = 50.0 / 1.15 = 43.48 \text{ kN/cm}^2 \\eyd &= fy_d/es = 43.48 / 210000.0 = 0.000207\end{aligned}$$

LINHA NEUTRA:

$$\begin{aligned}nc &= 1 \\x &= 1.25 * d * (1 - (1 - Md/(0.425 * nc * fcd * b * d^2))^{(1/2)}) \\x &= 1.25 * 26.5 * (1 - (1 - 3040.0/(0.425 * 1 * 1.43 * 12.0 * 26.5^2))^{(1/2)}) \\x &= 12.02 \text{ cm}\end{aligned}$$

Fonte: Do próprio autor, 2024.

5 RESULTADOS

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos com a ferramenta computacional desenvolvida em Python para o dimensionamento de vigas de concreto armado. Os valores obtidos serão comparados com cálculos manuais a fim de verificar a precisão e a eficiência da ferramenta.

Foram realizadas duas versões do software, uma focada na área educacional, onde os passos para dimensionamento de viga, explicados anteriormente, são comentados de forma que facilite o ensino e a aprendizagem. Já a segunda versão possui uma interface gráfica onde o usuário informa os dados solicitados e o programa retorna com os resultados do dimensionamento.

5.1 PRODUTO EDUCACIONAL

O Produto Educacional desenvolvido consiste em um software que realiza os cálculos de dimensionamento da armadura longitudinal e transversal, parte do detalhamento da armadura longitudinal e transversal e verificação da fissuração no estado limite de serviço. Os resultados são apresentados etapa por etapa, permitindo que o estudante visualize como os parâmetros são aplicados no dimensionamento de vigas conforme a ABNT NBR 6118 (2023), trazendo mensagens descritivas e fórmulas comentadas.

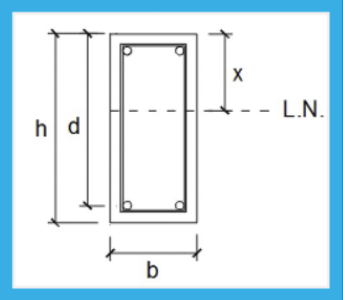
5.2 VERSÃO GRÁFICA

A versão com interface gráfica do software foi desenvolvida para proporcionar uma experiência mais intuitiva e prática (Figura 38). Nessa versão,

o usuário insere os dados solicitados, como dimensões da viga, características dos materiais e esforços atuantes, diretamente na interface. O programa, então, realiza os cálculos automaticamente e retorna os resultados do dimensionamento (Figura 39), incluindo a área de armadura longitudinal e transversal, detalhamento das armaduras e verificações normativas, como a fissuração no estado limite de serviço. Essa abordagem torna a ferramenta ideal para uso profissional, otimizando o tempo e facilitando a validação de projetos estruturais de acordo com a ABNT NBR 6118 (2023).

Figura 38 - Entrada de dados do Software com interface.

Dimensionamento de aço de viga com seção retangular



Características do Local:

Classe de Agressividade:

Sessão:

h (cm):

d (cm):

b (cm):

Momento Solicitante:

Md (kN.cm):

Md Frequente (kN.cm):

Vsd (kN):

gama_f:

Calcular

Materials:

Concreto:

f_{ck} (kN/cm²):

gama_c:

Aço:

f_{yk} (kN/cm²):

gama_s:

Módulo de Elasticidade (MPa):

Tipo de Brita:

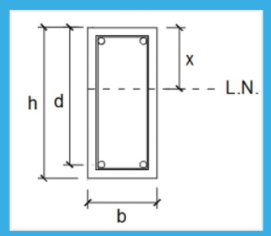
Não usar as bitolas (Armadura Longitudinal):

Preencha os campos e clique no botão calcular.

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Figura 39 - Resultados obtidos do Software com interface.

Dimensionamento de aço de viga com seção retangular



Características do Local:

Classe de Agressividade: II

Sessão:

h (cm): 30

d (cm): 26.5

b (cm): 12

Momento Solicitante:

Md (kN.cm): 4040

Md Freqüente (kN.cm): 2886

Vsd (kN): 32.24

gamaf: 1.4

Calcular

Materiais:

Concreto:

fck (kN/cm²): 2

gamac: 1.4

Aço:

fyk (kN/cm²): 50

gamas: 1.15

Módulo de Elasticidade (MPa): 210000

Tipo de Brita: 1

Não usar as bitolas (Armadura Longitudinal): 5, 6.3, 8, 10, 12.5

Armadura Longitudinal:

AS: 4.22cm²

AS': 1.02cm²

Barras tracionadas: 4Φ12.5mm

Barras comprimidas: 2Φ10.0mm

Armadura Transversal:

As,t: 1.08cm²/m

Φt: 5.0mm

S,t: 15cm

As,t (efetivo): 2.62cm²/m

Verificação de Fissuração:

Wk: 0.12mm

Wk,lim: 0.3mm

Ok quanto a verificação de abertura de fissuras no ELS

Fonte: Do próprio autor, 2024.

5.3 EXEMPLOS

Nesta seção, são apresentados exemplos de dimensionamento de vigas de concreto armado, elaborados com base nas diretrizes da ABNT NBR 6118 (2023). Cada exemplo inclui a descrição detalhada dos dados de entrada e os resultados obtidos pelo software, possibilitando a comparação com exemplos desenvolvidos por outros autores.

5.3.1 Viga retangular com armadura simples

Este exemplo refere-se ao dimensionamento de uma viga retangular com armadura simples. São apresentados os dados de entrada utilizados (Tabela 2) e os resultados obtidos (Tabela 3), os quais são comparados com o exemplo da página 81 do livro de Custodio (2018). O detalhamento das etapas do dimensionamento realizadas no software pode ser consultado no Apêndice A.

Tabela 2 - Entrada de dados de uma viga retangular com armadura simples.

Variável	Entrada	Unidade de Medida
classe_agressividade	II	-
h	50	Cm
d	47	Cm
b	20	Cm
md	15400	kN.cm
md_freq	10125	kN.cm
vsd	162.3	kN
fck	2	kN/cm ²
γc	1.4	-
tipo_brita	1	-
fyk	50	kN/cm ²
γs	1.15	-
Es	210000	Mpa
bitola_tracionada	16	mm
bitola_comprimida	8	mm

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Tabela 3 - Resultados obtidos no cálculo de uma viga retangular com armadura simples.

Variável	Software (Educatonal e Profissional)	Custodio (2018)	Unidade de Medida
Posição da Linha Neutra	20,41	20,41	cm
Tipo Armadura	simples	simples	-
As	9,12	9,12	cm ²
Sugestão de Aço	5Φ16mm	3Φ20mm	-
Asw,t	5,44	-	cm ² /m
Sugestão de Aço (estribo de 2 ramos)	5mm a cada 7cm	-	-
wk,lim	0,30	-	mm
wk	0,14	-	mm
Verificação de fissuração	Ok	-	-

Fonte: Do próprio autor, 2024.

5.3.2 Viga retangular com armadura dupla

Este exemplo apresenta o dimensionamento de uma viga retangular com armadura dupla. Os dados de entrada utilizados estão organizados na Tabela 4, enquanto os resultados obtidos são detalhados na Tabela 5, sendo comparados com o exemplo da página 99 do livro de Custodio (2018). O detalhamento das etapas do dimensionamento pode ser consultado no Apêndice B.

Tabela 4 - Entrada de dados de uma viga retangular com armadura dupla.

Variável	Entrada	Unidade de Medida
classe_agressividade	II	-
h	50	cm
d	46	cm
b	20	cm
md	22400	kN.cm
md_freq	16002	kN.cm
vsd	178.76	kN
fck	2.5	kN/cm ²
γc	1.4	-
tipo_brita	1	-
fyk	50	kN/cm ²
γs	1.15	-
Es	210000	Mpa
bitola_tracionada	12.5	mm
bitola_comprimida	8	mm

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Tabela 5 - Resultados obtidos no cálculo de uma viga retangular com armadura dupla.

Variável	Software (Educatonal e Profissional)	Custodio (2018)	Unidade de Medida
Posição da Linha Neutra (limite)	20,70	20,70	cm
Tipo Armadura	Dupla	Dupla	-
As	13,44	13,44	cm ²
Sugestão de Aço	5Φ20mm	5Φ20mm	-
As'	1,88	1,88	cm ²
Sugestão de Aço	2Φ12,5mm	2Φ12,5mm	-
Asw,t	6,0	-	cm ² /m
Sugestão de Aço (estribo de 2 ramos)	6,3mm a cada 10cm	-	-
wk,lim	0,30	-	mm
wk	0,15	-	mm
Verificação de fissuração	Ok	-	-

Fonte: Do próprio autor, 2024.

5.3.3 Viga retangular com armadura dupla

Este exemplo apresenta o cálculo de uma viga retangular com armadura dupla. Os dados de entrada utilizados estão organizados na Tabela 6, enquanto os resultados obtidos são detalhados na Tabela 7, sendo comparados com o Exemplo 14.6 de Pinheiro (2007). O detalhamento das etapas do dimensionamento pode ser consultado no Apêndice C.

Tabela 6 - Entrada de dados de uma viga retangular com armadura dupla.

Variável	Entrada	Unidade de Medida
classe_agressividade	I	-
h	40	cm
d	36	cm
b	22	cm
md	14710	kN.cm
md_freq	9250	kN.cm
vsd	143.5	kN
fck	2.5	kN/cm ²
γ_c	1.4	-
tipo_brita	1	-
fyk	50	kN/cm ²
γ_s	1.15	-
Es	210000	Mpa
bitola_tracionada	20	mm
bitola_comprimida	10	mm

Fonte: Do próprio autor, 2024.

Tabela 7 - Resultados obtidos no cálculo de uma viga retangular com armadura dupla.

Variável	Software (Educatonal e Profissional)	Pinheiro (2007)	Unidade de Medida
Posição da Linha Neutra	19,54	-	cm
Tipo Armadura	Dupla	-	-
As	11,34	12,29	cm ²
Sugestão de Aço	4Ø20mm	4Ø20mm	-
As'	1,39	-	cm ²
Sugestão de Aço	2Ø10mm	-	-
Asw,t	5,86	4,44	cm ² /m
Asw,t (min)	2,26	2,26	cm ² /m
Sugestão de Aço	6,3mm a cada 10cm	5mm a cada 9cm	-
wk,lim	0,4	-	mm

$X_2 (\alpha_e=15)$	17,16	17,69	cm
$I_2(\alpha_e=15)$	108041,8	103269	cm ⁴
α_s	24,19	24,47	kN/cm ²
Acr_{i1}	420,86	122,81	cm ²
Acr_{i2}	-	87,62	cm ²
wk_1	0,23	0,26	mm
wk_2	0,15	0,19	mm
Verificação de fissuração	Ok	Ok	-

Fonte: Do próprio autor, 2024.

5.4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os cálculos realizados por meio da versão educacional e da versão gráfica do software apresentaram resultados idênticos, uma vez que ambas utilizam as mesmas funções de cálculo. As diferenças entre essas versões estão apenas na forma de apresentação e interação, adaptadas para atender a finalidades distintas: a educacional, com etapas explicativas e fórmulas comentadas, e a gráfica, com foco na praticidade e rapidez no fornecimento de resultados.

Ao comparar os resultados obtidos pelas versões do software com os de outros autores, verificou-se, de modo geral, diferenças mínimas. A maior variação foi observada na verificação de fissuração, quando comparada com os cálculos de Pinheiro (2007). Essa diferença se justifica pela evolução normativa, uma vez que Pinheiro utilizou a ABNT NBR 6118 de 2003, enquanto a ferramenta desenvolvida se baseia na ABNT NBR 6118 de 2023. Além disso, o software adota como referência fórmulas para o cálculo da posição da linha neutra e do momento de inércia no estágio II, conforme descrito por Bastos (2024). Esses resultados evidenciam a precisão da ferramenta, reforçando sua confiabilidade para aplicação tanto em ambientes educacionais quanto profissionais, sempre em conformidade com os critérios normativos vigentes.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS

O desenvolvimento deste trabalho resultou na criação de uma ferramenta computacional em Python, voltada para o dimensionamento de vigas de concreto armado. O software atendeu aos objetivos propostos, oferecendo duas versões: uma educacional, com foco no ensino e na aprendizagem, e outra com interface gráfica, mais adequada para o uso profissional e otimização de tempo. Ambas as versões seguem rigorosamente os critérios estabelecidos pela ABNT NBR 6118 (2023), garantindo precisão e confiabilidade nos resultados.

Os testes realizados comprovaram que os cálculos do software são consistentes com os resultados obtidos por outros autores, apresentando apenas pequenas variações decorrentes do uso de diferentes fórmulas e da adoção de parâmetros específicos, como o valor de α_e . A versão educacional provou ser uma ferramenta valiosa para o ensino, detalhando passo a passo o processo de dimensionamento, enquanto a versão gráfica destacou-se pela praticidade e rapidez, facilitando a validação de projetos e a análise de alternativas estruturais.

No contexto educacional, a ferramenta contribui para a compreensão dos fundamentos teóricos e normativos do dimensionamento, promovendo o aprendizado de maneira interativa e intuitiva. Já no âmbito profissional, ela se mostra eficiente para conferir cálculos, avaliar soluções propostas e reduzir o tempo necessário para tarefas repetitivas, sem substituir o conhecimento técnico do engenheiro.

Apesar do sucesso alcançado, o software atende exclusivamente ao escopo proposto, com aplicação limitada ao dimensionamento de vigas de seção retangular. Sendo assim possui restrições, destaca-se a ausência de verificações adicionais, como a análise de deformações excessivas. Essas limitações abrem caminho para futuras melhorias, como a inclusão de mais verificações relacionadas ao ELS, aprimoramento do detalhamento e adaptação para outras seções de vigas. Além disso, em trabalhos futuros, o produto educacional pode ser testado com alunos para avaliar sua eficácia e até mesmo ser desenvolvida uma versão simplificada voltada para estudantes da educação profissional técnica de nível médio.

Por fim, este trabalho reafirma a importância da integração entre conhecimento teórico, prática de cálculos manuais e o uso de ferramentas computacionais na engenharia civil. A ferramenta desenvolvida não só cumpre seu papel como apoio didático e profissional, mas também contribui para o avanço da digitalização no campo da engenharia estrutural.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto, NBR 6118**. Rio de Janeiro, ABNT, 2023.

BASTOS, P. S.. **Fundamentos do Concreto Armado**. Universidade Estadual Paulista – UNESP. Bauru, São Pulo, 2023. Disponível em: <https://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/concreto1/Fundamentos%20CA.pdf>. Acesso: 07 fev. 2024.

BASTOS, P. S.. **Vigas de concreto armado – dimensionamento, flecha e fissuração**. Universidade Estadual Paulista – UNESP. Bauru, São Pulo, 2024. Disponível em: <https://wwwp.feb.unesp.br/pbastos/concreto2/Vigas.pdf>. Acesso: 10 out. 2024.

BRANCHIER, H. S. **Contribuições dos softwares na aprendizagem de análise e cálculo de elementos estruturais**. Trabalho de Conclusão de Curso - Universidade do Vale do Taquari – UNIVATES. Taquari, Rio Grande do Sul, 2017.

BUCKINGHAM, D. Cultura digital, educação midiática e o lugar da escolarização. **Revista Educação e Realidade**, Porto Alegre, v. 35, n. 3, set./dez. 2010. Disponível em: <https://eduerealidade.webnode.com/2020/01>. Acesso: 07 fev. 2024.

CHUST, R.; RODRIGUES, J. **Calculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. 4.ed. São Carlos, 2017.

CUSTODIO, Kátia Regina. **Estruturas de Concreto Armado I**. Distribuidora Educacional S.A., 2018. Disponível em: https://cm-cls-content.s3.amazonaws.com/201802/INTERATIVAS_2_0/ESTRUTURAS_DE_CONCRETO_ARMADO_I/U1/LIVRO_UNICO.pdf. Acesso em: 10 fev. 2025.

GOOGLE. **Perguntas frequentes: Noções básicas.** (s.d.). Disponível em: <https://research.google.com/colaboratory/intl/pt-BR/faq.html>. Acesso em: 9 fev. 2025.

GOOGLE COLAB. **Welcome To Colab.** (s.d.). Disponível em: <https://colab.research.google.com/drive/>. Acesso em: 9 fev. 2025.

HUB INCORPORADORA. A NBR 6118 de 2014 define prescrições a... **LinkedIn**, 2022. Disponível em: https://pt.linkedin.com/posts/hub-incorporadora-747729211_a-nbr-6118-de-2014-define-prescri%C3%A7%C3%B5es-a-activity-6823013022324314112-SZzd. Acesso em: 09 fev. 2025.

IFSULDESTE. **ORIENTAÇÕES PARA PRODUTO EDUCACIONAL.** Instituto Federal – Sudeste de Minas Gerais, Campus Rio Pomba, s.d. Disponível em: <https://sig.ifsudestemg.edu.br/sigaa/verProducao?idProducao=1931921&key=51b11de1375e3c9aa06326f4c8a69e96>. Acesso em: 9 fev. 2025.

MOURA, Tiago Rodrigues Coelho de. Demonstração do cálculo da linha neutra em vigas submetidas à flexão. **Revista Científica Multidisciplinar Núcleo do Conhecimento**, 2019. Disponível em: <https://www.nucleodoconhecimento.com.br/engenharia-civil/calculo-da-linha>. Acesso em: 15 ago. 2024.

PINHEIRO, Libânio M.; MUZARDO, Cassiane D.; SANTOS, Sandro P. **Cisalhamento em vigas – Capítulo 13.** USP – EESC, Departamento de Engenharia de Estruturas. 2003. Disponível em: <http://www.fec.unicamp.br/~almeida/cv714/Cisalhamento>. Acesso em: 10 fev. 2024.

PINHEIRO, L. M. **Fundamentos do Concreto e Projeto de Edifícios.** São Carlos: USP, 2007. Disponível em: <https://arquitetonica.wordpress.com/wp-content/uploads/2011/11/fundamentos-do-concreto-eesc-usp.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2024.

SILVA, A. N. D.; MARTINS, D. D. S.; UFV. **O computador como ferramenta de ensino em Engenharia de Produção**. 2008, SAEPRO. Disponível em: <https://saepro.ufv.br/wp-content/uploads/2015/06/2008-10.pdf>. Acesso em: 10 out. 2024.

SILVA, Eugênio dos Santos e. **Aplicativo para dimensionamento de vigas de concreto armado**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Campus de Russas, Universidade Federal do Ceará, Ceará, 2024. Disponível em: <http://repositorio.ufc.br/handle/riufc/78502>. Acesso em: 15 out. 2024.

SOARES, Marcos Antonio. **Utilização de linguagem de programação Python para o dimensionamento de vigas em concreto armado**. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Civil) – Centro Universitário Faema - UNIFAEMA, 2022. Disponível em: <http://repositorio.faema.edu.br:8000/jspui/handle/123456789/3221>. Acesso em: 30 mar. 2024.

TAPSCOTT, Don. **Geração digital: a crescente e irreversível ascensão da geração net**. São Paulo: Makron Books, 1999.

APÊNDICE A – MEMORIAL DE CÁLCULO DO EXEMPLO 1

MEMORIAL DE CÁLCULO DE DIMENSIONAMENTO DE VIGA

DADOS INICIAIS:

Características do Local:

- Classe de agressividade: II

Características Geométricas da viga:

- Altura da viga (h): 50 cm
- Altura útil da viga (d): 47 cm
- Largura da seção transversal da viga (b): 20 cm

Cargas:

- Momento de projeto atuante (combinações últimas) (Md): 15400 kN.cm
- Momento de projeto atuante (combinações frequentes) (Md,freq): 10125 kN.cm
- Força cortante de projeto no estado de limite último (Vsd): 162.3 kN

Características do concreto:

- Resistência característica do concreto à compressão (fck): 2 kN/cm²
- Coeficiente de minoração da resistência do concreto (γc): 1.4
- Tipo de brita (brita_escolhida): 1

Características do aço:

- Tensão de escoamento característica do aço (fyk): 50 kN/cm²;
- Coeficiente de minoração da tensão de escoamento do aço (γs): 1.15
- Módulo de elasticidade do aço (es): 210000 MPa
- Bitola das barras de aço da região tracionada (bitola_tracionada): 16 mm
- Bitola das barras de aço da região comprimida (bitola_comprimida): 8 mm

VALORES DE CÁLCULO:

$$f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c = 2 / 1.4 = 1.43 \text{ kN/cm}^2$$

$$f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s = 50 / 1.15 = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

$$e_{yd} = f_{yd}/e_s = 43.48 / 210000 = 0.000207$$

LINHA NEUTRA:

$$\eta_c = 1$$

$$x = 1.25 * d * (1 - (1 - M_d / (0.425 * \eta_c * f_{cd} * b * d^2))^{(1/2)})$$

$$x = 1.25 * 47 * (1 - (1 - 15400 / (0.425 * 1 * 1.43 * 20 * 47^2))^{(1/2)})$$

$$x = 20.41 \text{ cm}$$

VERIFICAÇÃO DA LINHA NEUTRA:

$$x_{lim} = 0.45 * d = 0.45 * 47 = 21.15 \text{ cm}$$

$$x = 20.41 \text{ cm} \leq x_{lim} = 21.15 \text{ cm} \therefore \text{Armadura Simples}$$

ARMADURA SIMPLES: ARMADURA DE FLEXÃO:

$$A_s = (M_d / (f_{yd} * (d - 0.4 * x)))$$

$$A_s = (15400 / (43.48 * (47 - 0.4 * 20.41)))$$

$$A_s = 9.12 \text{ cm}^2$$

DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA TRANSVERSAL:

$$V_{rd2} = 0.27 * (1 - ((f_{ck} * 10) / 250)) * (f_{cd}) * b * d$$

$$V_{rd2} = 0.27 * (1 - ((2 * 10) / 250)) * (1.43) * 20 * 47$$

$$V_{rd2} = 333.57 \text{ kN}$$

$$V_{sd} = 162.3 \text{ kN} \leq V_{rd2} = 333.57 \text{ kN} \therefore \text{Não haverá esmagamento das bielas de compressão!}$$

$$f_{ctm} = 0.3 * (f_{ck} * 10)^{(2/3)}$$

$$f_{ctm} = 0.3 * (2 * 10)^{(2/3)}$$

$$f_{ctm} = 2.21 \text{ MPa} = 0.22 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{sw90,min} = 20 * (f_{ctm} / f_{yk}) * b$$

$$A_{sw90,min} = 20 * (0.22 / 50) * 20$$

$$A_{sw90,min} = 1.77 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$f_{ctd} = ((0.7 * 0.3) / \gamma_c) * ((f_{ck} * 10)^{(2/3)})$$

$$f_{ctd} = ((0.7 * 0.3) / 1.4) * ((2 * 10)^{(2/3)})$$

$$f_{ctd} = 1.11 \text{ MPa} = 0.11 \text{ kN/cm}^2$$

$$V_c = 0.6 * f_{ctd} * b * d = 0.6 * 0.11 * 20 * 47 = 62.33 \text{ kN}$$

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c = 162.3 - 62.33 = 99.97 \text{ kN}$$

$$A_{sw,nec} = (V_{sw} * s) / (0.9 * d * f_{yd} * (\sin \alpha + \cos \alpha))$$

$$A_{sw,nec} = (99.97 * 100) / (0.9 * 47 * 43.48 * (\sin(1.57) + \cos(1.57)))$$

$$A_{sw,nec} = 5.44 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sw,t} = 5.44 \text{ cm}^2/\text{m}$$

ESPAÇAMENTOS MÍNIMOS E MÁXIMOS DOS ESTRIBOS:

$$S_{\min} = \Phi_{\text{vibr}} + 2 = 5 + 2 = 7 \text{ cm}$$

$$S_{\max} = \text{menor de } (0.6 * d; 30)$$

$$S_{\max} = \text{menor de } (28.2; 30)$$

$$S_{\max} = 28.2 \text{ cm}$$

BITOLA E ESPAÇAMENTO DOS ESTRIBOS:

$$(A_{sw} * 100/s) \geq (A_{sw,t}/2 \text{ ramos})$$

$$((\pi * r^2) * 100/s) \geq (A_{sw,t}/2 \text{ ramos})$$

$$((\pi * (0.5)^2) * 100/7) \geq 2.72$$

Combinação:

Bitola do estribo: 5.0 mm

Espaçamento entre os estribos: 7 cm

Área de aço efetiva dos estribos (2 ramos): 5.61 cm²/m

DETALHAMENTO DA VIGA: REGIÃO TRACIONADA:

$$N_{\text{barras}} = A_s / A_{\Phi} = 9.12 / 2.01 = [5]$$

$$A_{\text{seft}} = A_{\Phi} * N_{\text{barras}} = 2.01 * 5 = 10.05 \text{ cm}^2$$

$$e_h = \text{maior entre } (2; A_{\Phi}; 1,2 * A_{\Phi \text{agr}}) = \text{maior entre } (2; 1.6; 2.28) = 2.28 \text{ cm}$$

$$e_v = \text{maior entre } (2; A_{\Phi}; 0,5 * A_{\Phi \text{agr}}) = \text{maior entre } (2; 1.6; 0.95) = 2 \text{ cm}$$

$$E_o = b - 2 * \text{cobrimento} - 2 * \Phi_t/10$$

$$E_o = 20 - 2 * 3.0 - 2 * 5.0/10$$

$$E_o = 13.0 \text{ cm}$$

$$n_{b,\max} = (E_o + e_h) / (\Phi/10 + e_h)$$

$$n_{b,\max} = (13.0 + 2.28) / (16.0/10 + 2.28)$$

$$n_{b,\max} = [3]$$

$$n_{c,\max} = 1 + ((2 * 0.1 * h) / (\Phi/10 + e_v))$$

$$n_{c,\max} = 1 + ((2 * 0.1 * 50) / (16.0/10 + 2))$$

$$n_{c,\max} = [3]$$

$$N_{\text{barras},\max} = n_{b,\max} * n_{c,\max} = 3 * 3 = 9$$

$$\text{Dimensionamento} = 5\Phi 16.0\text{mm}$$

VERIFICAÇÃO DE ABERTURA DE FISSURAS:

$$w_{k,lim} = 0.3 \text{ mm}$$

Wk1:

$$x_{II,1} = (-(\alpha_e * A'_{s,eft} + \alpha_e * A_{s,eft}) + ((\alpha_e * A'_{s,eft} + \alpha_e * A_{s,eft})^2 - 4 * (b/2) * (-\alpha_e * A'_{s,eft} * d' - \alpha_e * A_{s,eft} * d))^{1/2}) / (2 * (b/2))$$

$$x_{II,1} = (- (15 * 0 + 15 * 10.05) + ((15 * 0 + 15 * 10.05)^2 - 4 * (20/2) * (-15 * 0 * 3 - 15 * 10.05 * 47))^{1/2}) / (2 * (20/2))$$

$$x_{II,1} = 20.13 \text{ cm}$$

$$x_{II,1} = (-(\alpha_e * A'_{s,eft} + \alpha_e * A_{s,eft}) - ((\alpha_e * A'_{s,eft} + \alpha_e * A_{s,eft})^2 - 4 * (b/2) * (-\alpha_e * A'_{s,eft} * d' - \alpha_e * A_{s,eft} * d))^{1/2}) / (2 * (b/2))$$

$$x_{II,1} = (- (15 * 0 + 15 * 10.05) - ((15 * 0 + 15 * 10.05)^2 - 4 * (20/2) * (-15 * 0 * 3 - 15 * 10.05 * 47))^{1/2}) / (2 * (20/2))$$

$$x_{II,2} = -35.21 \text{ cm}$$

Considerando o valor positivo:

$$x_{II} = 20.13 \text{ cm}$$

$$I_{II} = (b * x_{II}^3) / 3 + \alpha_e * A_{s,eft} * (d - x_{II})^2 + \alpha_e * A'_{s,eft} * (x_{II} - d')^2$$

$$I_{II} = (20 * 20.13^3) / 3 + 15 * 10.05 * (47 - 20.13)^2 + 15 * 0 * (20.13 - 3)^2$$

$$I_{II} = 163254.68 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_s = (M_{d,freq} / I_{II}) * \alpha_e * (d - x_{II})$$

$$\alpha_s = (10125 / 163254.68) * 15 * (47 - 20.13)$$

$$\alpha_s = 25.0 \text{ kN/cm}^2$$

$$w_{k1} = ((\Phi / (12.5 * \eta_i)) * (\alpha_s / e_s) * (3 * \alpha_s / f_{ctm}))$$

$$w_{k1} = ((16.0 / (12.5 * 2.25)) * (25.0 / 21000.0) * (3 * 25.0 / 0.22))$$

$$w_{k1} = 0.23 \text{ mm}$$

Wk2:

$$A_{cri} = b * (7.5 * \Phi + \Phi/2 + (num_c - 1) * (e_v + \Phi) + \Phi_t + c)$$

$$A_{cri} = 20 * (7.5 * 1.6 + 1.6/2 + (2 - 1) * (2 + 1.6) + 0.63 + 3.0)$$

$$A_{cri} = 400.6 \text{ cm}^2$$

$$p_r = A_{s,eft} / A_{cri} = 10 / 400.6 = 0.0251 = 2.51 \%$$

$$w_{k2} = (\Phi / (12.5 * \eta_i)) * (\alpha_s / e_s) * ((4 / p_r) + 45)$$

$$w_{k2} = (16.0 / (12.5 * 2.25)) * (25.0 / 21000.0) * ((4 / 0.0251) + 45)$$

$$w_{k2} = 0.14 \text{ mm}$$

Wk adotado:

$$w_k = 0.14 \text{ mm}$$

$$w_k = 0.14 \text{ mm} \leq w_{k, \text{lim}} = 0.3 \text{ mm}$$

Ok quanto a verificação de abertura de fissuras no ELS

Cálculos realizados conforme NBR 6118:2023.

APÊNDICE B – MEMORIAL DE CÁLCULO DO EXEMPLO 2 FEITO NOS SOFTWARES EDUCACIONAL E PROFISSIONAL

MEMORIAL DE CÁLCULO DE DIMENSIONAMENTO DE VIGA

DADOS INICIAIS:

Características do Local:

- Classe de agressividade: II

Características Geométricas da viga:

- Altura da viga (h): 50 cm
- Altura útil da viga (d): 46 cm
- Largura da seção transversal da viga (b): 20 cm

Cargas:

- Momento de projeto atuante (combinações últimas) (Md): 22400 kN.cm
- Momento de projeto atuante (combinações frequentes) (Md,freq): 16002 kN.cm
- Força cortante de projeto no estado de limite último (Vsd): 178.76 kN

Características do concreto:

- Resistência característica do concreto à compressão (fck): 2.5 kN/cm²
- Coeficiente de minoração da resistência do concreto (γc): 1.4
- Tipo de brita (brita_escolhida): 1

Características do aço:

- Tensão de escoamento característica do aço (fyk): 50 kN/cm²;
- Coeficiente de minoração da tensão de escoamento do aço (γs): 1.15
- Módulo de elasticidade do aço (es): 210000 MPa
- Bitola das barras de aço da região tracionada (bitola_tracionada): 20 mm
- Bitola das barras de aço da região comprimida (bitola_comprimida): 12.5 mm

VALORES DE CÁLCULO:

$$fcd = fck/\gamma_c = 2.5 / 1.4 = 1.79 \text{ kN/cm}^2$$

$$fyd = fyk/\gamma_s = 50 / 1.15 = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

$$eyd = fyd/es = 43.48 / 210000 = 0.000207$$

LINHA NEUTRA:

$$n_c = 1$$

$$x = 1.25 * d * (1 - (1 - Md/(0.425 * n_c * fcd * b * d^2))^{(1/2)})$$

$$x = 1.25 * 46 * (1 - (1 - 22400/(0.425 * 1 * 1.79 * 20 * 46^2))^{(1/2)})$$

$$x = 25.87 \text{ cm}$$

VERIFICAÇÃO DA LINHA NEUTRA:

$$x_{lim} = 0.45 * d = 0.45 * 46 = 20.7 \text{ cm}$$

$$x = 25.87 \text{ cm} > x_{lim} = 20.7 \text{ cm} \therefore \text{Armadura Dupla}$$

ARMADURA DUPLA: ARMADURA DE FLEXÃO:

$$x = x_{lim} = 0.45 * d = 20.7 \text{ cm}$$

$$M_{d,lim} = 0.68 * n_c * b * x_{lim} * f_{cd} * (d - 0.4 * x_{lim})$$

$$M_{d,lim} = 0.68 * 1 * 20 * 20.7 * 1.79 * (46 - 0.4 * 20.7)$$

$$M_{d,lim} = 18962.38 \text{ kN.cm}$$

$$A_{s1} = (M_{d,lim} / (f_{yd} * (d - (0.4 * x_{lim}))))$$

$$A_{s1} = (18962.38 / (43.48 * (46 - (0.4 * 20.7))))$$

$$A_{s1} = 11.56 \text{ cm}^2$$

$$M_{d,2} = M_d - M_{d,lim}$$

$$M_{d,2} = 22400 - 18962.38$$

$$M_{d,2} = 3437.62 \text{ kN.cm}$$

$$A_{s2} = (M_{d,2} / (f_{yd} * (d - d'))) / (0.45 * d)$$

$$A_{s2} = (3437.62 / (43.48 * (46 - 4))) / (0.45 * 46)$$

$$A_{s2} = 1.88 \text{ cm}^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

$$A_s = 11.56 + 1.88$$

$$A_s = 13.44 \text{ cm}^2$$

ARMADURA DUPLA: ARMADURA DE COMPRESSÃO:

$$e_{s'} = (0.0035 * (0.45 * d - d')) / (0.45 * d)$$

$$e_{s'} = (0.0035 * (0.45 * 46 - 4)) / (0.45 * 46)$$

$$e_{s'} = 0.002824$$

$$f_{yd'} = f_{yd} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{s'} = (M_{d,2} / (f_{yd'} * (d - d'))) / (0.45 * d)$$

$$A_{s'} = (3437.62 / (43.48 * (46 - 4))) / (0.45 * 46)$$

$$A_{s'} = 1.88 \text{ cm}^2$$

DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA TRANSVERSAL:

$$V_{rd2} = 0.27 * (1 - ((f_{ck} * 10) / 250)) * (f_{cd}) * b * d$$

$$V_{rd2} = 0.27 * (1 - ((2.5 * 10) / 250)) * (1.79) * 20 * 46$$

$$V_{rd2} = 399.21 \text{ kN}$$

$V_{sd} = 178.76 \text{ kN} \leq V_{rd2} = 399.21 \text{ kN} \therefore$ Não haverá esmagamento das bielas de compressão!

$$f_{ctm} = 0.3 * (f_{ck} * 10)^{(2/3)}$$

$$f_{ctm} = 0.3 * (2.5 * 10)^{(2/3)}$$

$$f_{ctm} = 2.56 \text{ MPa} = 0.26 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{sw90,min} = 20 * (f_{ctm} / f_{yk}) * b$$

$$A_{sw90,min} = 20 * (0.26 / 50) * 20$$

$$A_{sw90,min} = 2.05 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$f_{ctd} = ((0.7 * 0.3) / \gamma_c) * ((f_{ck} * 10)^{(2/3)})$$

$$f_{ctd} = ((0.7 * 0.3) / 1.4) * ((2.5 * 10)^{(2/3)})$$

$$f_{ctd} = 1.28 \text{ MPa} = 0.13 \text{ kN/cm}^2$$

$$V_c = 0.6 * f_{ctd} * b * d = 0.6 * 0.13 * 20 * 46 = 70.79 \text{ kN}$$

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c = 178.76 - 70.79 = 107.97 \text{ kN}$$

$$A_{sw,nec} = (V_{sw} * s) / (0.9 * d * f_{yd} * (\sin \alpha + \cos \alpha))$$

$$A_{sw,nec} = (107.97 * 100) / (0.9 * 46 * 43.48 * (\sin(1.57) + \cos(1.57)))$$

$$A_{sw,nec} = 6.0 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sw,t} = 6.0 \text{ cm}^2/\text{m}$$

ESPAÇAMENTOS MÍNIMOS E MÁXIMOS DOS ESTRIBOS:

$$S_{min} = \Phi_{vibr} + 2 = 5 + 2 = 7 \text{ cm}$$

$$S_{max} = \text{menor de } (0.6 * d; 30)$$

$$S_{max} = \text{menor de } (27.6; 30)$$

$$S_{max} = 27.6 \text{ cm}$$

BITOLA E ESPAÇAMENTO DOS ESTRIBOS:

$$(A_{sw} * 100/s) \geq (A_{sw,t}/2 \text{ ramos})$$

$$((\pi * r^2) * 100/s) \geq (A_{sw,t}/2 \text{ ramos})$$

$$((\pi * (0.63)^2) * 100/10) \geq 3.0$$

Combinação:

Bitola do estribo: 6.3 mm

Espaçamento entre os estribos: 10 cm

Área de aço efetiva dos estribos (2 ramos): 6.23 cm²/m

DETALHAMENTO DA VIGA: REGIÃO TRACIONADA:

$$N_{barras} = A_s / A_{\Phi} = 13.44 / 3.14 = [5]$$

$$A_{seft} = A_{\Phi} * N_{barras} = 3.14 * 5 = 15.71 \text{ cm}^2$$

$$e_h = \text{maior entre } (2; A_{\Phi}; 1,2 * A_{\Phi agr}) = \text{maior entre } (2; 2.0; 2.28) = 2.28 \text{ cm}$$

$$e_v = \text{maior entre } (2; A_{\Phi}; 0,5 * A_{\Phi agr}) = \text{maior entre } (2; 2.0; 0.95) = 2 \text{ cm}$$

$$E_o = b - 2 * \text{cobrimento} - 2 * \Phi_t / 10$$

$$E_o = 20 - 2 * 3.0 - 2 * 6.3 / 10$$

$$E_o = 12.74 \text{ cm}$$

$$n_{b,max} = (E_o + e_h) / (\Phi / 10 + e_h)$$

$$n_{b,max} = (12.74 + 2.28) / (20.0 / 10 + 2.28)$$

$$n_{b,max} = [3]$$

$$n_{c,max} = 1 + ((2 * 0.1 * h) / (\Phi / 10 + e_v))$$

$$n_{c,max} = 1 + ((2 * 0.1 * 50) / (20.0 / 10 + 2))$$

$$n_{c,max} = [3]$$

$$N_{barras,max} = n_{b,max} * n_{c,max} = 3 * 3 = 9$$

$$\text{Dimensionamento} = 5\Phi 20.0\text{mm}$$

DETALHAMENTO DA VIGA: REGIÃO COMPRIMIDA:

$$N_{barras} = A_s / A_{\Phi} = 1.88 / 1.23 = [2]$$

$$A_{seft} = A_{\Phi} * N_{barras} = 1.23 * 2 = 2.45 \text{ cm}^2$$

$$e_h = \text{maior entre } (2; A_{\Phi}; 1,2 * A_{\Phi agr}) = \text{maior entre } (2; 1.25; 2.28) = 2.28 \text{ cm}$$

$$e_v = \text{maior entre } (2; A_{\Phi}; 0,5 * A_{\Phi agr}) = \text{maior entre } (2; 1.25; 0.95) = 2 \text{ cm}$$

$$E_o = b - 2 * \text{cobrimento} - 2 * \Phi_t / 10$$

$$E_o = 20 - 2 * 3.0 - 2 * 6.3 / 10$$

$$E_o = 12.74 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
 n_{b,max} &= (E_o + e_h) / (\Phi/10 + e_h) \\
 n_{b,max} &= (12.74 + 2.28) / (12.5/10 + 2.28) \\
 n_{b,max} &= [4]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 n_{c,max} &= 1 + ((2 \cdot 0.1 \cdot h) / (\Phi/10 + e_v)) \\
 n_{c,max} &= 1 + ((2 \cdot 0.1 \cdot 50) / (12.5/10 + 2)) \\
 n_{c,max} &= [4]
 \end{aligned}$$

$$N_{barras,max} = n_{b,max} \cdot n_{c,max} = 4 \cdot 4 = 16$$

$$\text{Dimensionamento} = 2\Phi 12.5\text{mm}$$

VERIFICAÇÃO DE ABERTURA DE FISSURAS:

$$w_{k,lim} = 0.3 \text{ mm}$$

Wk1:

$$x_{II,1} = (-(\alpha_e \cdot A'_{s,eft} + \alpha_e \cdot A_{s,eft}) + ((\alpha_e \cdot A'_{s,eft} + \alpha_e \cdot A_{s,eft})^2 - 4 \cdot (b/2) \cdot (-\alpha_e \cdot A'_{s,eft} \cdot d' - \alpha_e \cdot A_{s,eft} \cdot d))^{1/2}) / (2 \cdot (b/2))$$

$$x_{II,1} = (- (15 \cdot 2.45 + 15 \cdot 15.71) + ((15 \cdot 2.45 + 15 \cdot 15.71)^2 - 4 \cdot (20/2) \cdot (-15 \cdot 2.45 \cdot 4 - 15 \cdot 15.71 \cdot 46))^{1/2}) / (2 \cdot (20/2))$$

$$x_{II,1} = 22.21 \text{ cm}$$

$$x_{II,1} = (-(\alpha_e \cdot A'_{s,eft} + \alpha_e \cdot A_{s,eft}) - ((\alpha_e \cdot A'_{s,eft} + \alpha_e \cdot A_{s,eft})^2 - 4 \cdot (b/2) \cdot (-\alpha_e \cdot A'_{s,eft} \cdot d' - \alpha_e \cdot A_{s,eft} \cdot d))^{1/2}) / (2 \cdot (b/2))$$

$$x_{II,1} = (- (15 \cdot 2.45 + 15 \cdot 15.71) - ((15 \cdot 2.45 + 15 \cdot 15.71)^2 - 4 \cdot (20/2) \cdot (-15 \cdot 2.45 \cdot 4 - 15 \cdot 15.71 \cdot 46))^{1/2}) / (2 \cdot (20/2))$$

$$x_{II,2} = -49.46 \text{ cm}$$

Considerando o valor positivo:

$$x_{II} = 22.21 \text{ cm}$$

$$I_{II} = (b \cdot x_{II}^3) / 3 + \alpha_e \cdot A_{s,eft} \cdot (d - x_{II})^2 + \alpha_e \cdot A'_{s,eft} \cdot (x_{II} - d')^2$$

$$I_{II} = (20 \cdot 22.21^3) / 3 + 15 \cdot 15.71 \cdot (46 - 22.21)^2 + 15 \cdot 2.45 \cdot (22.21 - 4)^2$$

$$I_{II} = 218599.26 \text{ cm}^4$$

$$\alpha_s = (M_{d,freq} / I_{II}) \cdot \alpha_e \cdot (d - x_{II})$$

$$\alpha_s = (16002 / 218599.26) \cdot 15 \cdot (46 - 22.21)$$

$$\alpha_s = 26.12 \text{ kN/cm}^2$$

$$w_{k1} = ((\Phi / (12.5 \cdot \eta_i)) \cdot (\alpha_s / e_s) \cdot (3 \cdot \alpha_s / f_{ctm}))$$

$$w_{k1} = ((20.0 / (12.5 \cdot 2.25)) \cdot (26.12 / 21000.0) \cdot (3 \cdot 26.12 / 0.26))$$

$$w_{k1} = 0.27 \text{ mm}$$

Wk2:

$$\begin{aligned} A_{cri} &= b * (7.5 * \Phi + \Phi/2 + (num_c - 1) * (e_v + \Phi) + \Phi t + c) \\ A_{cri} &= 20 * (7.5 * 2.0 + 2.0/2 + (2 - 1) * (2 + 2.0) + 0.63 + 3.0) \\ A_{cri} &= 472.6 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$p_r = A_{s,eft} / A_{cri} = 16 / 472.6 = 0.0332 = 3.32 \%$$

$$\begin{aligned} w_{k2} &= (\Phi / (12.5 * \eta_i)) * (\alpha_s / e_s) * ((4 / p_r) + 45) \\ w_{k2} &= (20.0 / (12.5 * 2.25)) * (26.12 / 21000.0) * ((4 / 0.0332) + 45) \\ w_{k2} &= 0.15 \text{ mm} \end{aligned}$$

Wk adotado:

$$w_k = 0.15 \text{ mm}$$

$$w_k = 0.15 \text{ mm} \leq w_{k,lim} = 0.3 \text{ mm}$$

Ok quanto a verificação de abertura de fissuras no ELS

Cálculos realizados conforme NBR 6118:2023.

APÊNDICE C – MEMORIAL DE CÁLCULO DO EXEMPLO 3 FEITO NOS SOFTWARES EDUCACIONAL E PROFISSIONAL

MEMORIAL DE CÁLCULO DE DIMENSIONAMENTO DE VIGA

DADOS INICIAIS:

Características do Local:

- Classe de agressividade: I

Características Geométricas da viga:

- Altura da viga (h): 40 cm
- Altura útil da viga (d): 36 cm
- Largura da seção transversal da viga (b): 22 cm

Cargas:

- Momento de projeto atuante (combinações últimas) (Md): 14710 kN.cm
- Momento de projeto atuante (combinações frequentes) (Md,freq): 9250 kN.cm
- Força cortante de projeto no estado de limite último (Vsd): 143.5 kN

Características do concreto:

- Resistência característica do concreto à compressão (fck): 2.5 kN/cm²
- Coeficiente de minoração da resistência do concreto (γ_c): 1.4
- Tipo de brita (brita_escolhida): 1

Características do aço:

- Tensão de escoamento característica do aço (fyk): 50 kN/cm²;
- Coeficiente de minoração da tensão de escoamento do aço (γ_s): 1.15
- Módulo de elasticidade do aço (es): 210000 MPa
- Bitola das barras de aço da região tracionada (bitola_tracionada): 20 mm
- Bitola das barras de aço da região comprimida (bitola_comprimida): 10 mm

VALORES DE CÁLCULO:

$$fcd = fck/\gamma_c = 2.5 / 1.4 = 1.79 \text{ kN/cm}^2$$

$$fyd = fyk/\gamma_s = 50 / 1.15 = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

$$eyd = fyd/es = 43.48 / 210000 = 0.000207$$

LINHA NEUTRA:

$$n_c = 1$$

$$x = 1.25 * d * (1 - (1 - Md/(0.425 * n_c * fcd * b * d^2))^{(1/2)})$$

$$x = 1.25 * 36 * (1 - (1 - 14710/(0.425 * 1 * 1.79 * 22 * 36^2))^{(1/2)})$$

$$x = 19.54 \text{ cm}$$

VERIFICAÇÃO DA LINHA NEUTRA:

$$x_{lim} = 0.45 * d = 0.45 * 36 = 16.2 \text{ cm}$$

$$x = 19.54 \text{ cm} > x_{lim} = 16.2 \text{ cm} \therefore \text{Armadura Dupla}$$

ARMADURA DUPLA: ARMADURA DE FLEXÃO:

$$x = x_{lim} = 0.45 * d = 16.2 \text{ cm}$$

$$M_{d,lim} = 0.68 * n_c * b * x_{lim} * f_{cd} * (d - 0.4 * x_{lim})$$

$$M_{d,lim} = 0.68 * 1 * 22 * 16.2 * 1.79 * (36 - 0.4 * 16.2)$$

$$M_{d,lim} = 12775.41 \text{ kN.cm}$$

$$A_{s1} = (M_{d,lim} / (f_{yd} * (d - (0.4 * x_{lim}))))$$

$$A_{s1} = (12775.41 / (43.48 * (36 - (0.4 * 16.2))))$$

$$A_{s1} = 9.95 \text{ cm}^2$$

$$M_{d,2} = M_d - M_{d,lim}$$

$$M_{d,2} = 14710 - 12775.41$$

$$M_{d,2} = 1934.59 \text{ kN.cm}$$

$$A_{s2} = (M_{d,2} / (f_{yd} * (d - d'))) / (0.45 * d)$$

$$A_{s2} = (1934.59 / (43.48 * (36 - 4))) / (0.45 * 36)$$

$$A_{s2} = 1.39 \text{ cm}^2$$

$$A_s = A_{s1} + A_{s2}$$

$$A_s = 9.95 + 1.39$$

$$A_s = 11.34 \text{ cm}^2$$

ARMADURA DUPLA: ARMADURA DE COMPRESSÃO:

$$e_{s'} = (0.0035 * (0.45 * d - d')) / (0.45 * d)$$

$$e_{s'} = (0.0035 * (0.45 * 36 - 4)) / (0.45 * 36)$$

$$e_{s'} = 0.002636$$

$$f_{yd'} = f_{yd} = 43.48 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{s'} = (M_{d,2} / (f_{yd'} * (d - d'))) / (0.45 * d)$$

$$A_{s'} = (1934.59 / (43.48 * (36 - 4))) / (0.45 * 36)$$

$$A_{s'} = 1.39 \text{ cm}^2$$

DIMENSIONAMENTO DA ARMADURA TRANSVERSAL:

$$V_{rd2} = 0.27 * (1 - ((f_{ck} * 10) / 250)) * (f_{cd}) * b * d$$

$$V_{rd2} = 0.27 * (1 - ((2.5 * 10) / 250)) * (1.79) * 22 * 36$$

$$V_{rd2} = 343.67 \text{ kN}$$

$$V_{sd} = 143.5 \text{ kN} \leq V_{rd2} = 343.67 \text{ kN} \therefore \text{Não haverá esmagamento das bielas de compressão!}$$

$$f_{ctm} = 0.3 * (f_{ck} * 10)^{(2/3)}$$

$$f_{ctm} = 0.3 * (2.5 * 10)^{(2/3)}$$

$$f_{ctm} = 2.56 \text{ MPa} = 0.26 \text{ kN/cm}^2$$

$$A_{sw90,min} = 20 * (f_{ctm} / f_{yk}) * b$$

$$A_{sw90,min} = 20 * (0.26 / 50) * 22$$

$$A_{sw90,min} = 2.26 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$f_{ctd} = ((0.7 * 0.3) / \gamma_c) * ((f_{ck} * 10)^{(2/3)})$$

$$f_{ctd} = ((0.7 * 0.3) / 1.4) * ((2.5 * 10)^{(2/3)})$$

$$f_{ctd} = 1.28 \text{ MPa} = 0.13 \text{ kN/cm}^2$$

$$V_c = 0.6 * f_{ctd} * b * d = 0.6 * 0.13 * 22 * 36 = 60.94 \text{ kN}$$

$$V_{sw} = V_{sd} - V_c = 143.5 - 60.94 = 82.56 \text{ kN}$$

$$A_{sw,nec} = (V_{sw} * s) / (0.9 * d * f_{yd} * (\sin \alpha + \cos \alpha))$$

$$A_{sw,nec} = (82.56 * 100) / (0.9 * 36 * 43.48 * (\sin(1.57) + \cos(1.57)))$$

$$A_{sw,nec} = 5.86 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$A_{sw,t} = 5.86 \text{ cm}^2/\text{m}$$

ESPAÇAMENTOS MÍNIMOS E MÁXIMOS DOS ESTRIBOS:

$$S_{min} = \Phi_{vibr} + 2 = 5 + 2 = 7 \text{ cm}$$

$$S_{max} = \text{menor de } (0.6 * d; 30)$$

$$S_{max} = \text{menor de } (21.6; 30)$$

$$S_{max} = 21.6 \text{ cm}$$

BITOLA E ESPAÇAMENTO DOS ESTRIBOS:

$$(A_{sw} * 100/s) \geq (A_{sw,t}/2 \text{ ramos})$$

$$((\pi * r^2) * 100/s) \geq (A_{sw,t}/2 \text{ ramos})$$

$$((\pi * (0.63)^2) * 100/10) \geq 2.93$$

Combinação:

Bitola do estribo: 6.3 mm
Espaçamento entre os estribos: 10 cm
Área de aço efetiva dos estribos (2 ramos): 6.23 cm²/m

DETALHAMENTO DA VIGA: REGIÃO TRACIONADA:

$$N_{barras} = A_s / A_{\Phi} = 11.34 / 3.14 = [4]$$

$$A_{seft} = A_{\Phi} * N_{barras} = 3.14 * 4 = 12.57 \text{ cm}^2$$

$$e_h = \text{maior entre } (2; A_{\Phi}; 1,2 * A_{\Phi agr}) = \text{maior entre } (2; 2.0; 2.28) = 2.28 \text{ cm}$$

$$e_v = \text{maior entre } (2; A_{\Phi}; 0,5 * A_{\Phi agr}) = \text{maior entre } (2; 2.0; 0.95) = 2 \text{ cm}$$

$$E_o = b - 2 * \text{cobrimento} - 2 * \Phi_t / 10$$

$$E_o = 22 - 2 * 2.5 - 2 * 6.3 / 10$$

$$E_o = 15.74 \text{ cm}$$

$$n_{b,max} = (E_o + e_h) / (\Phi / 10 + e_h)$$

$$n_{b,max} = (15.74 + 2.28) / (20.0 / 10 + 2.28)$$

$$n_{b,max} = [4]$$

$$n_{c,max} = 1 + ((2 * 0.1 * h) / (\Phi / 10 + e_v))$$

$$n_{c,max} = 1 + ((2 * 0.1 * 40) / (20.0 / 10 + 2))$$

$$n_{c,max} = [3]$$

$$N_{barras,max} = n_{b,max} * n_{c,max} = 4 * 3 = 12$$

$$\text{Dimensionamento} = 4\Phi 20.0\text{mm}$$

DETALHAMENTO DA VIGA: REGIÃO COMPRIMIDA:

$$N_{barras} = A_s / A_{\Phi} = 1.39 / 0.79 = [2]$$

$$A_{seft} = A_{\Phi} * N_{barras} = 0.79 * 2 = 1.57 \text{ cm}^2$$

$$e_h = \text{maior entre } (2; A_{\Phi}; 1,2 * A_{\Phi agr}) = \text{maior entre } (2; 1.0; 2.28) = 2.28 \text{ cm}$$

$$e_v = \text{maior entre } (2; A_{\Phi}; 0,5 * A_{\Phi agr}) = \text{maior entre } (2; 1.0; 0.95) = 2 \text{ cm}$$

$$E_o = b - 2 * \text{cobrimento} - 2 * \Phi_t / 10$$

$$E_o = 22 - 2 * 2.5 - 2 * 6.3 / 10$$

$$E_o = 15.74 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
nb,max &= (Eo + eh) / (\Phi/10 + eh) \\
nb,max &= (15.74 + 2.28) / (10.0/10 + 2.28) \\
nb,max &= [5]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
nc,max &= 1 + ((2*0.1*h) / (\Phi/10 + ev)) \\
nc,max &= 1 + ((2*0.1*40) / (10.0/10 + 2)) \\
nc,max &= [3]
\end{aligned}$$

$$Nbarras,max = nb,max * nc,max = 5 * 3 = 15$$

$$Dimensionamento = 2\Phi 10.0mm$$

VERIFICAÇÃO DE ABERTURA DE FISSURAS:

$$wk,lim = 0.4 \text{ mm}$$

Wk1:

$$\begin{aligned}
x_{II,1} &= (-(\alpha_e * A's,efl + \alpha_e * A_s,efl) + ((\alpha_e * A's,efl + \alpha_e * A_s,efl)^2 - 4 * (b/2) * (-\alpha_e * A's,efl * d' - \alpha_e * A_s,efl * d))^{1/2}) / (2 * (b/2)) \\
x_{II,1} &= (- (15 * 1.57 + 15 * 12.57) + ((15 * 1.57 + 15 * 12.57)^2 - 4 * (22/2) * (-15 * 1.57 * 4 - 15 * 12.57 * 36))^{1/2}) / (2 * (22/2)) \\
x_{II,1} &= 17.16 \text{ cm}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{II,1} &= (-(\alpha_e * A's,efl + \alpha_e * A_s,efl) - ((\alpha_e * A's,efl + \alpha_e * A_s,efl)^2 - 4 * (b/2) * (-\alpha_e * A's,efl * d' - \alpha_e * A_s,efl * d))^{1/2}) / (2 * (b/2)) \\
x_{II,1} &= (- (15 * 1.57 + 15 * 12.57) - ((15 * 1.57 + 15 * 12.57)^2 - 4 * (22/2) * (-15 * 1.57 * 4 - 15 * 12.57 * 36))^{1/2}) / (2 * (22/2)) \\
x_{II,2} &= -36.44 \text{ cm}
\end{aligned}$$

Considerando o valor positivo:

$$x_{II} = 17.16 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}
I_{II} &= (b * x_{II}^3) / 3 + \alpha_e * A_s,efl * (d - x_{II})^2 + \alpha_e * A's,efl * (x_{II} - d')^2 \\
I_{II} &= (22 * 17.16^3) / 3 + 15 * 12.57 * (36 - 17.16)^2 + 15 * 1.57 * (17.16 - 4)^2 \\
I_{II} &= 108041.8 \text{ cm}^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_s &= (M_{d,freq} / I_{II}) * \alpha_e * (d - x_{II}) \\
\sigma_s &= (9250 / 108041.8) * 15 * (36 - 17.16) \\
\sigma_s &= 24.19 \text{ kN/cm}^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
w_{k1} &= ((\Phi / (12.5 * \eta_i)) * (\sigma_s / E_s) * (3 * \sigma_s / f_{ctm})) \\
w_{k1} &= ((20.0 / (12.5 * 2.25)) * (24.19 / 21000.0) * (3 * 24.19 / 0.26)) \\
w_{k1} &= 0.23 \text{ mm}
\end{aligned}$$

Wk2:

$$\begin{aligned}A_{cri} &= b * (7.5 * \Phi + \Phi/2 + (num_c - 1) * (e_v + \Phi) + \Phi t + c) \\A_{cri} &= 22 * (7.5 * 2.0 + 2.0/2 + (1 - 1) * (2 + 2.0) + 0.63 + 2.5) \\A_{cri} &= 420.86 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$p_r = A_{s,eft} / A_{cri} = 13 / 420.86 = 0.0299 = 2.99 \%$$

$$\begin{aligned}w_{k2} &= (\Phi / (12.5 * \eta_i)) * (\alpha_s / e_s) * ((4 / p_r) + 45) \\w_{k2} &= (20.0 / (12.5 * 2.25)) * (24.19 / 21000.0) * ((4 / 0.0299) + 45) \\w_{k2} &= 0.15 \text{ mm}\end{aligned}$$

Wk adotado:

$$w_k = 0.15 \text{ mm}$$

$$w_k = 0.15 \text{ mm} \leq w_{k,lim} = 0.4 \text{ mm}$$

Ok quanto a verificação de abertura de fissuras no ELS

Cálculos realizados conforme NBR 6118:2023.

APÊNDICE D – DISPONIBILIDADE DOS SOFTWARES

Os softwares podem ser acessados diretamente através dos links abaixo:

- **Versão Educacional:**

<https://colab.research.google.com/drive/1ENis4MAp0bmSx9vHRU9Mh8Ulz6Aiy67?usp=sharing>

- **Versão Interativa (Apenas código fonte):**

<https://colab.research.google.com/drive/1NjJWFBVGHPa-uzFfsDwUxiK-uU-JFK5f?usp=sharing>