



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

**PROPOSIÇÃO E ANÁLISE DE MODELOS DETERMINÍSTICOS COM
PARÂMETROS METEOROLÓGICOS PARA DESCRIÇÃO DA POPULAÇÃO DE
MOSQUITOS *Aedes* SPP. E OTIMIZAÇÃO DA EFICÁCIA DO CONTROLE
ENTOMOLÓGICO**

LILLIA DOS SANTOS BARSANTE SILVA

Orientador: Prof. Dr. José Luiz Acebal Fernandes
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Coorientador: Prof. Dr. Rodrigo Tomás Nogueira Cardoso
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

BELO HORIZONTE
MAIO DE 2018

LILLIA DOS SANTOS BARSANTE SILVA

**PROPOSIÇÃO E ANÁLISE DE MODELOS DETERMINÍSTICOS COM
PARÂMETROS METEOROLÓGICOS PARA DESCRIÇÃO DA POPULAÇÃO DE
MOSQUITOS *Aedes* SPP. E OTIMIZAÇÃO DA EFICÁCIA DO CONTROLE
ENTOMOLÓGICO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Modelagem Matemática e Computacional.

Área de concentração: Modelagem Matemática e Computacional

Linha de pesquisa: Métodos Matemáticos Aplicados

Orientador: Prof. Dr. José Luiz Acebal Fernandes
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Coorientador: Prof. Dr. Rodrigo Tomás Nogueira Cardoso
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL
BELO HORIZONTE
MAIO DE 2018

S586p Silva, Lillia dos Santos Barsante
Proposição e análise de modelos determinísticos com parâmetros meteorológicos para descrição da população de mosquitos Aedes SPP, e otimização da eficácia do controle entomológico / Lillia dos Santos Barsante Silva. – 2018.
xxi, 125 f.

Tese de doutorado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional.

Orientador: José Luiz Acebal Fernandes.

Coorientador: Rodrigo Tomás Nogueira Cardoso.

Tese (doutorado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Aedes aegypti – Controle – Teses. 2. Agentes biológicos – Modelos matemáticos – Teses. 3. Meteorologia – Métodos estatísticos – Teses. 4. Mosquitos – Efeito da temperatura – Teses. I. Fernandes, José Luiz Acebal. II. Cardoso, Rodrigo Tomás Nogueira. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. IV. Título.

CDD 511.8



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

**PROPOSIÇÃO E ANÁLISE DE MODELOS DETERMINÍSTICOS COM
PARÂMETROS METEOROLÓGICOS PARA DESCRIÇÃO DA
POPULAÇÃO DE MOSQUITOS AEDES SPP. E OTIMIZAÇÃO DA
EFICÁCIA DO CONTROLE ENTOMOLÓGICO.**

Tese de Doutorado apresentada por **Lillia dos Santos Barsante Silva**, em 11 de maio de 2018, ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional do CEFET-MG, e aprovada pela banca examinadora constituída pelos professores:

Prof. Dr. José Luiz Acebal Fernandes
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Rodrigo Tomás Nogueira Cardoso
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Marcelo Carvalho de Resende
Fundação Nacional de Saúde

Prof. Dr. Anibal Munoz Loaiza
Universidad del Quindío

Prof. Dr. Sérgio Ricardo de Souza
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Prof. Dr. Arthur Rodrigo Bosco de Magalhães
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Visto e permitida à impressão,

Prof. Dr. José Geraldo Peixoto de Faria
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Modelagem Matemática e Computacional

Aos meus pais Hélio e Nilza,
Ao meu esposo Carlos Alexandre e
Ao meu filho João Pedro.

Agradecimentos

À Deus e à Nossa Senhora Aparecida.

Aos meus familiares por seu apoio e amor incondicional durante toda a minha vida.

Ao Carlos e ao João Pedro por toda doçura e compreensão.

Aos professores Elizabeth F. Wanner, José L. A. Fernandes e Rodrigo T. N. Cardoso, pela amizade, orientação, paciência, estímulo e dedicação durante a realização deste trabalho.

Ao Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais (CEFET-MG), ao Laboratório de Ecologia Química da Universidade Federal de Minas Gerais (LabEQ-UFMG) e a Ecovec SA (Belo Horizonte, Brasil) pela parceria e desta forma, ter proporcionado o desenvolvimento deste trabalho.

Ao apoio de todos integrantes do grupo de pesquisa OtimizAEDES do CEFET-MG, Amália, Ana Luíza, Ana Paula, Atacílio, Eloisa, Fernanda, Flávia, Gisele, João, José Nildo, Larissa, Luiz Gustavo, Oscar, Priscila e Steven.

À Amália e a Ana Luíza por me auxiliar na parte computacional.

As minhas amigas Flaviana, Gisele e Jahina, pelo apoio e incentivo.

Ao carinho da família BSI, Bruno, Bruna, Cristiane, Daniel, Gabriel, Kênia, Laís, Laura, Pedro e Thaís.

À Sabrina pelo carinho e apoio na reta final deste trabalho.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pela bolsa de estudos concedida.

Aos funcionários da Pós-Graduação em Modelagem Matemática e computacional, em especial à Maura, pela colaboração e apoio.

“Ando devagar porque já tive pressa. E levo esse sorriso, porque já chorei demais. Hoje me sinto mais forte, mais feliz, quem sabe? Só levo a certeza, de que muito pouco sei, ou nada sei [...].”

(Almir Sater e Renato Teixeira, versos da canção Tocando em Frente.)

Resumo

Apesar do crescente empenho das autoridades públicas e da população na prevenção da dengue, da febre chikungunya, da febre amarela e do zika vírus, muitos casos de infecção humana têm sido registrados periodicamente no mundo. As fêmeas infectadas dos mosquitos do gênero *Aedes* destacam-se como transmissoras destas arboviroses. O estudo destes mosquitos é de grande importância para a saúde pública mundial e, em especial, no Brasil, onde as condições ambientais e climáticas são favoráveis à sua infestação. A modelagem matemática possibilita prever a dinâmica populacional do *Aedes* e de suas arboviroses através da simulação de modelos entomológicos e/ou epidemiológicos. Este trabalho propõe o estudo da dinâmica populacional e do controle do *Aedes* através de modelos determinísticos de equações diferenciais ordinárias não lineares. Os parâmetros destes modelos são identificados com parâmetros entomológicos e possuem dependência de variáveis meteorológicas. Os modelos foram confrontados com dados amostrais de fêmeas *Aedes* capturadas em campo nos municípios de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil. Os resultados indicaram um aumento na infestação do vetor com o incremento das variáveis meteorológicas nas três cidades. Usando técnicas de otimização, foi verificado que as intervenções realizadas no Verão, na Primavera-Verão e no Verão-Outono agem como uma medida preventiva contra a infestação do mosquito, sendo possível verificar horizontes livres da infestação vetorial.

Palavras-chave: População de *Aedes*. Modelo Matemático. Pluviosidade. Temperatura. Número de Descendentes Basal. Otimização.

Abstract

Despite the growing commitment of public authorities and the population to prevent dengue fever, chikungunya fever, yellow fever and zika virus, many cases of human infection have been registered periodically in the world. The infected females of the *Aedes* stand out as dispersers of these arboviruses. The study of this mosquito is of great importance for the world public health, and especially in Brazil, where the environmental and climatic conditions are favorable to its infestation. Mathematical modeling allows predicting the dynamics of *Aedes* and its arboviruses through the simulation of entomological and/or epidemiological models. This work proposes the study of meteorological parameters through deterministic models of nonlinear ordinary differences equations to describe the behavior of the dynamics and the control of *Aedes*. The models were confronted with sampled females *Aedes* captured in the field in municipalities of Caratinga, Lavras and Sete Lagoas, state of Minas Gerais, Brazil. The results indicated an increase in the infestation of the vector with the increment of the meteorological variables in the three cities. Using optimization techniques, it was verified that the interventions in the summer, spring-summer and summer-autumn acted as a preventive measure against the infestation of the mosquito, and it was possible to verify free horizons of vector infestation.

Keywords: *Aedes*. Mathematical Model. Rainfall. Temperature. Basal Descending Number. Optimization.

Lista de Figuras

Figura 1 – <i>Aedes aegypti</i> e <i>Aedes albopictus</i> , destaque para a diferença no tórax de ambos os mosquitos.	4
Figura 2 – Mapa probabilístico de distribuição do <i>Aedes aegypti</i> e do <i>Aedes albopictus</i> ao redor do mundo. Para gerar o cenário dos dias atuais foi utilizado dados médios de temperatura mínima, máxima e de pluviosidade mensais do período de 1950 - 2000 disponíveis no Global Climate Data (WorldClim) e para estimar o cenário de 2050 foi utilizado o modelo estatístico GCM - Modelos de Circulação Geral.	5
Figura 3 – Ciclo de vida do <i>Aedes aegypti</i> com influência de variáveis meteorológicas.	7
Figura 4 – Séries temporais de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> referente a SE (23 - 52) de 2009 e a SE (1 - 51) de 2010 da cidade de Caratinga, no estado de Minas Gerais, Brasil.	13
Figura 5 – Séries temporais de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> referente a SE (9 - 52) de 2009 e a SE (1 - 52) de 2010 da cidade de Lavras, no estado de Minas Gerais, Brasil.	13
Figura 6 – Séries temporais de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> referente a SE (12 - 52) de 2009 a SE (1 - 52) de 2010 da cidade de Sete Lagoas, no estado de Minas Gerais, Brasil.	14
Figura 7 – Diagrama da dinâmica populacional do <i>Aedes</i> spp. com dependência de precipitação acumulada do modelo (1).	17
Figura 8 – Correlação cruzada e comparação entre os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> e os dados de precipitação acumulada semanalmente com deslocamento calculado a partir correlação cruzada no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.	30
Figura 9 – Correlação cruzada e comparação entre os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> e os dados de precipitação acumulada semanalmente com deslocamento calculado a partir correlação cruzada no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	30
Figura 10 – Correlação cruzada e comparação entre os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> e os dados de precipitação acumulada semanalmente com deslocamento calculado a partir correlação cruzada no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	31

Figura 11 – Dependência do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d com a potência r do modelo (1), em que $r \in [0, 1 - 1, 0]$ e passo $h = 0,01$ para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	32
Figura 12 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.	33
Figura 13 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	34
Figura 14 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	34
Figura 15 – Diagrama da dinâmica populacional do <i>Aedes</i> spp. com dependência de precipitação do modelo (15).	36
Figura 16 – Dependência do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d com a potência r do modelo (15), em que $r \in [0, 1 - 1, 0]$ e passo $h = 0,01$ para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	49
Figura 17 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (15) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.	50
Figura 18 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (15) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	50

Figura 19 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (15) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	51
Figura 20 – Evolução do valor do funcional ótimo ao longo das gerações após as 30 execuções do Algoritmo Genético Real Polarizado considerando a intervenção de controle do <i>Aedes</i> spp. do modelo (15) nas estações primavera, verão e outono na cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	52
Figura 21 – Evolução do valor do funcional ótimo ao longo das gerações após as 30 execuções do Algoritmo Genético Real Polarizado considerando a intervenção de controle do <i>Aedes</i> spp. do modelo (15) nas estações primavera-verão (Tipo I), primavera-verão (Tipo II), verão-outono (Tipo I) e verão-outono (Tipo II) na cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	53
Figura 22 – Eficiência do controle ótimo na população de fêmeas em fase de oviposição versus funcional ótimo em cada intervenção de controle nas fases do <i>Aedes</i> spp. do modelo (15) para a cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	55
Figura 23 – Evolução das populações e do número de descendentes basal do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (15) na estação primavera da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	56
Figura 24 – Evolução das populações e do número de descendentes basal do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (15) na estação primavera-verão (Tipo I) da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	57
Figura 25 – Evolução das populações e do número de descendentes basal do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (15) na estação primavera-verão (Tipo II) da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	58
Figura 26 – Evolução das populações e do número de descendentes basal do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (15) na estação verão da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	59

Figura 27 – Evolução das populações e do número de descendentes basal do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (15) na estação verão-outono (Tipo I) da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	60
Figura 28 – Evolução das populações e do número de descendentes basal do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (15) na estação verão-outono (Tipo II) da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	61
Figura 29 – Evolução das populações e do número de descendentes basal do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (15) na estação outono da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	62
Figura 30 – Diagrama da dinâmica populacional do <i>Aedes</i> spp. com dependência de precipitação acumulada do modelo (29).	65
Figura 31 – Diagrama da dinâmica populacional do <i>Aedes</i> spp. com dependência de temperatura média proposto no modelo (30).	66
Figura 32 – Diagrama da dinâmica populacional do <i>Aedes</i> spp. com dependência de precipitação acumulada e temperatura média proposto no modelo (31).	67
Figura 33 – Correlação cruzada e comparação entre os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> e os dados de temperatura condensada média sem e com deslocamento calculado a partir correlação cruzada no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.	77
Figura 34 – Correlação cruzada e comparação entre os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> e os dados de temperatura condensada média sem e com deslocamento calculado a partir correlação cruzada no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	77
Figura 35 – Correlação cruzada e comparação entre os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> e os dados de temperatura condensada média sem e com deslocamento calculado a partir correlação cruzada no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	78
Figura 36 – Dependência do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d com a potência r o modelo (29), em que $r \in [0, 1 - 1, 0]$ e passo $h = 0,01$ para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	79
Figura 37 – Dependência do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d com a potência r do modelo (31), em que com $r \in [0, 1 - 1, 0]$ e passo $h = 0,01$ para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	80

Figura 38 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (29) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.	83
Figura 39 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (29) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	83
Figura 40 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (29) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	84
Figura 41 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (30) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.	84
Figura 42 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (30) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	85
Figura 43 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (30) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	85
Figura 44 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (31) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.	86

Figura 45 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (31) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	86
Figura 46 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (31) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	87
Figura 47 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo de (BARSANTE, 2012) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.	88
Figura 48 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo de (BARSANTE, 2012) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	89
Figura 49 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo de (BARSANTE, 2012) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	89
Figura 50 – Dependência do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d com a potência r o modelo de (CORDEIRO, 2015), em que $r \in [0, 1 - 1, 0]$ e passo $h = 0,01$ para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	91
Figura 51 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo de (CORDEIRO, 2015) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.	92
Figura 52 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo de (CORDEIRO, 2015) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	92

Figura 53 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo de (CORDEIRO, 2015) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	93
Figura 54 – Diagrama da dinâmica populacional do <i>Aedes</i> spp. com dependência de padrões meteorológicos fixos por estação do ano.	97
Figura 55 – Valor do número de descendentes basal sem intervenção de controle no ciclo de vida do <i>Aedes</i> spp. por estação do ano.	99
Figura 56 – Índice de Sensibilidade do número de descendentes basal do <i>Aedes</i> spp. por estação do ano considerando o cenário sem intervenção de controle do modelo (44).	101
Figura 57 – Evolução do valor do funcional ótimo ao longo das gerações após as 30 execuções do Algoritmo Genético Real Polarizado considerando a intervenção de controle nas fases do <i>Aedes</i> spp. do modelo (44) nas estações primavera, verão e outono de uma determinada região geográfica.	104
Figura 58 – Evolução do valor do funcional ótimo ao longo das gerações após as 30 execuções do Algoritmo Genético Real Polarizado considerando a intervenção de controle nas fases do <i>Aedes</i> spp. do modelo (44) nas estações primavera-verão (Tipo I), primavera-verão (Tipo II), verão-outono (Tipo I) e verão-outono (Tipo II) de uma determinada região geográfica.	105
Figura 59 – Eficiência do controle ótimo na população de fêmeas em fase de oviposição versus funcional ótimo em cada intervenção de controle nas fases do <i>Aedes</i> spp. do modelo (44) de uma determinada região geográfica. . . .	107
Figura 60 – Evolução das populações do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) na estação primavera de uma determinada região geográfica.	108
Figura 61 – Evolução das populações do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) na estação verão de uma determinada região geográfica.	109
Figura 62 – Evolução das populações do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) na estação outono de uma determinada região geográfica.	110
Figura 63 – Evolução das populações do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) nas estações primavera-verão (Tipo I) de uma determinada região geográfica.	111
Figura 64 – Evolução das populações do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) nas estações primavera-verão (Tipo II) de uma determinada região geográfica.	112

Figura 65 – Evolução das populações do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) nas estações verão-outono (Tipo I) de uma determinada região geográfica.	113
Figura 66 – Evolução das populações do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) nas estações verão-outono (Tipo II) de uma determinada região geográfica.	114
Figura 67 – Evolução do número de descendentes basal do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) nas estações primavera, verão e outono de uma determinada região geográfica. . . .	115
Figura 68 – Evolução do número de descendentes basal do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) nas estações primavera-verão (Tipo I), primavera-verão (Tipo II), verão-outono (Tipo I) e verão-outono (Tipo II) de uma determinada região geográfica.	116

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Faixa dos parâmetros entomológicos do <i>Aedes</i> spp. adotada no modelo (1).	19
Tabela 2 – Valor dos parâmetros entomológicos do <i>Aedes</i> spp. adotado no modelo (1).	20
Tabela 3 – Índice de sensibilidade normalizada do número de descendentes basal do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem intervenções de controle nas populações do modelo (1).	29
Tabela 4 – Defasagem d , valor máximo da correlação M , fator escala λ , erro quadrático médio s^2 e valor ótimo da potência r resultante da comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo simulados no modelo (1) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	33
Tabela 5 – Faixa dos parâmetros entomológicos do <i>Aedes</i> spp. adotada no modelo (15).	37
Tabela 6 – Valor dos parâmetros entomológicos do <i>Aedes</i> spp. adotado no modelo (15).	37
Tabela 7 – Índice de sensibilidade normalizada do número de descendentes basal do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenções de controle do modelo (15).	43
Tabela 8 – Defasagem d , valor máximo da correlação M , fator escala λ , erro quadrático médio s^2 e valor ótimo da potência r resultante da comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição simulados no modelo (15) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	48
Tabela 9 – Valor ótimo das variáveis de decisão, do funcional ótimo, do funcional sem intervenção de controle e a eficiência do controle ótimo na população de fêmeas em fase de oviposição em cada intervenção de controle nas fases do <i>Aedes</i> spp. do modelo (15) para a cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	54
Tabela 10 – Faixa dos parâmetros entomológicos do <i>Aedes</i> spp. adotada no modelo (29).	68
Tabela 11 – Valor dos parâmetros entomológicos do <i>Aedes</i> spp. adotado no modelo (29).	69
Tabela 12 – Definição dos parâmetros entomológicos do <i>Aedes</i> spp. adotada no modelo (30).	69

Tabela 13 – Defasagem d , valor máximo da correlação M , fator escala λ , erro quadrático médio s^2 e valor ótimo da potência r resultante da comparação entre os dados de fêmeas simulados no modelo (29) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	81
Tabela 14 – Defasagem d , valor máximo da correlação M , fator escala λ , erro quadrático médio s^2 e valor ótimo da potência r resultante da comparação entre os dados de fêmeas simulados no modelo (31) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	81
Tabela 15 – Defasagem d , valor máximo da correlação M , fator escala λ e erro quadrático médio s^2 resultante da comparação entre os dados de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> e dados de fêmeas simulados pelo sistema (30) para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	82
Tabela 16 – Defasagem d , valor máximo da correlação M , fator escala λ e erro quadrático médio s^2 referente a potência $r = 1$ resultante da comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo simulados no modelo de (BARSANTE, 2012) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	88
Tabela 17 – Defasagem d , valor máximo da correlação M , fator escala λ , erro quadrático médio s^2 e valor ótimo da potência r resultante da comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo simulados no modelo de (CORDEIRO, 2015) e os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	90
Tabela 18 – Comparação do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d obtidos entre os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> e os dados simulados de fêmeas em fase de oviposição dos modelos (1), (15), (29), (30), (31), (BARSANTE, 2012) e (CORDEIRO, 2015) para a cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.	94
Tabela 19 – Comparação do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d obtidos entre os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> e os dados simulados de fêmeas em fase de oviposição dos modelos (1), (15), (29), (30), (31), (BARSANTE, 2012) e (CORDEIRO, 2015) para a cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.	94

Tabela 20 – Comparação do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d obtidos entre os dados amostrais de <i>Índice Médio de Fêmeas Aedes</i> e os dados simulados de fêmeas em fase de oviposição dos modelos (1), (15), (29), (30), (31), (BARSANTE, 2012) e (CORDEIRO, 2015) para a cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.	95
Tabela 21 – Valor dos parâmetros entomológicos do <i>Aedes</i> spp. adotado no modelo (44), considerando três períodos para o desenvolvimento do mosquito: favorável, intermediário, desfavorável.	98
Tabela 22 – Valor dos parâmetros entomológicos do <i>Aedes</i> spp. adotado no modelo (44).	99
Tabela 23 – Índice de sensibilidade normalizada do número de descendentes basal do <i>Aedes</i> spp. considerando o cenário sem e com intervenções de controle do modelo (44).	100
Tabela 24 – Valor ótimo das variáveis de decisão, do funcional ótimo e a eficiência do controle ótimo na população de fêmeas em fase de oviposição em cada intervenção de controle nas fases do <i>Aedes</i> spp. do modelo (44) de uma determinada região geográfica.	106

Sumário

1 – Introdução	1
1.1 Objetivos	2
1.1.1 Geral	2
1.1.2 Específicos	2
2 – Fundamentação Teórica	4
2.1 <i>Aedes aegypti</i> e <i>Aedes albopictus</i>	4
2.2 Principais Arboviroses transmitidas por <i>Aedes aegypti</i> e <i>Aedes albopictus</i>	8
2.3 Monitoramento e Controle do <i>Aedes aegypti</i> e do <i>Aedes albopictus</i>	9
3 – Metodologia e Material	11
4 – Modelo com quatro compartimentos sob influência de precipitação	16
4.1 Modelagem Matemática	16
4.2 Parametrização	18
4.3 Pontos de Equilíbrio	20
4.4 Número de Descendentes Basal	20
4.5 Análise de Estabilidade	24
4.6 Análise de Sensibilidade do Número de Descendentes Basal	28
4.7 Experimentos Numéricos	29
5 – Modelo com dois compartimentos sob influência de precipitação	35
5.1 Modelagem Matemática	35
5.2 Parametrização	37
5.3 Pontos de Equilíbrio	38
5.4 Número de Descendentes Basal	38
5.5 Análise de Estabilidade	40
5.6 Análise de Sensibilidade do Número de Descendentes Basal	42
5.7 Controle	42
5.8 Experimentos Numéricos	47
6 – Modelo com quatro compartimentos sob influência de precipitação e temperatura	63
6.1 Modelagem Matemática	63
6.2 Parametrização	68
6.3 Pontos de Equilíbrio	70
6.4 Número de descendentes Basal	71

6.5	Análise de Estabilidade	74
6.6	Experimentos Numéricos	76
6.7	Comparação entre Modelos	87
7	– Modelo com quatro compartimentos sob influência de temperatura e umidade	96
7.1	Modelagem Matemática	96
7.2	Análise de Sensibilidade do Número de Descendentes Basal	100
7.3	Experimentos Numéricos	102
8	– Conclusão	117
	Referências	119

Capítulo 1

Introdução

Tornou-se mundialmente crescente o número de pessoas infectadas por dengue, febre amarela, febre chikungunya e zika vírus. Estas doenças apresentam relevante impacto em saúde pública em diversas localidades e são transmitidas ao homem por meio da picada da fêmea infectada do *Aedes* spp.¹, sendo o *Aedes aegypti* e o *Aedes albopictus*² seus principais vetores (FIGUEIREDO, 2007). O ciclo de vida do *Aedes* spp. contempla a fase imatura (ovos, larvas e pupas) e a fase alada (mosquitos adultos machos e fêmeas). Em condições favoráveis, as fêmeas ovipõem em potenciais criadouros, os ovos desenvolvem-se em larvas, que dão origem a pupas, das quais emergem os mosquitos adultos.

Modelos entomológicos e/ou epidemiológicos têm explorado o impacto de variáveis meteorológicas no ciclo de vida de mosquitos. Por exemplo, (YANG et al., 2007; YANG et al., 2009; JIA et al., 2016) desenvolveram funções matemáticas para descrever a sensibilidade entre parâmetros entomológicos do mosquito e a temperatura. O impacto da precipitação nos parâmetros entomológicos de mosquitos trata-se de um assunto ainda pouco estudado na literatura, visto que o comportamento das chuvas é complexo o que torna a realização de experimentos muito difícil. A influência da precipitação no ciclo de vida de mosquito foi abordada em (BARSANTE, 2012; DOMMAR et al., 2014). A influência tanto da precipitação quanto da temperatura no ciclo de vida de mosquito foi abordada em (TRAN et al., 2013; CORDEIRO, 2015; POLWIANG, 2015; ABIODUN et al., 2016; ABDELRAZEC; GUMEL, 2017; BARBOSA et al., 2017).

Modelos de otimização acoplados à modelos entomológicos e/ou epidemiológicos têm sido desenvolvidos para avaliar a eficácia de intervenções de controle no ciclo de vida do *Aedes* spp. Diversas heurísticas baseadas em inteligência computacional têm sido utilizadas na

¹ *Aedes* spp. se refere ao gênero de mosquitos das espécies, tais como *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus*. Este gênero engloba espécies que são potencialmente vetores de arboviroses como dengue, febre amarela, febre chikungunya e zika vírus. O sufixos spp. é o plural de sp. que significa espécie.

² Ao longo do texto foi utilizado, respectivamente, *Ae. aegypti* e *Ae. albopictus* como abreviação da palavra *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus*.

resolução destes problemas de otimização, uma vez que pode ser difícil determinar sua solução analítica. Tais como, o Algoritmo Genético Real Polarizado (AGRP) (TAKAHASHI, 2007) foi utilizado para minimizar a população do *Ae. aegypti* em um dado intervalo de tempo através de estratégias ótimas de controle químico nas fases imatura e alada do mosquito (VERÍSSIMO et al., 2016). O Firefly Algorithm (FA) (YANG, 2008) foi utilizado para minimizar a população do *Ae. aegypti* em um dado intervalo de tempo através de estratégias ótimas de controle químico e biológico na fase alada do mosquito (SANTOS et al., 2016). O Variable Neighborhood Search (VNS) (MLADENović; HANSEN, 1997) foi utilizado para minimizar a população do *Ae. aegypti* em um dado intervalo de tempo através de estratégias ótimas de controle na fase imatura do mosquito (FLORENTINO et al., 2018).

Tendo em vista a importância de se aperfeiçoar o conhecimento sobre a biologia do *Aedes* spp. e a busca por métodos mais eficientes de controle, é proposta neste trabalho uma abordagem que combina métodos matemáticos e computacionais para avaliar três modelos matemáticos compartimentais. A fim de estudar o efeito das variáveis meteorológicas precipitação, temperatura e umidade no ciclo de vida dos mosquitos, cada modelo é representado por um sistema determinístico não autônomo de equações diferenciais não lineares. Os modelos são confrontados com dados amostrais de fêmeas *Aedes* capturadas em campo pela armadilha MosquiTRAP® por semana epidemiológica (SE). Portanto, um estudo sistemático da influência de variáveis meteorológicas com a infestação de mosquito e sua interrelação com as ações de controle podem nortear ações eficazes na solução dos impactos causados por estes vetores.

1.1 Objetivos

1.1.1 Geral

Buscar uma descrição para o comportamento da dinâmica da população de fêmeas *Aedes* spp. sob efeito de parâmetros meteorológicos via modelos determinísticos. De posse de modelos adequados, otimizar a sua eficácia de cenários de controle entomológico.

1.1.2 Específicos

- Elaboração de modelos compartimentais determinísticos inspirados na literatura que, no entanto, incluem variáveis meteorológicas em determinados parâmetros entomológico do mosquito;
- Conduzir estudos analíticos em cada modelo compartimental: estudo de equilíbrio, estabilidade, sensibilidade e número de descendentes basal;
- Validar cada modelo compartimental com dados amostrais de fêmeas *Aedes* capturadas em campo pela armadilha MosquiTRAP® nas cidades de Caratinga, Lavras e

Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

- Propor um modelo de otimização baseado na literatura para as intervenções de controle do *Aedes* spp. e avaliar a eficácia destas intervenções em função das estações do ano.

Capítulo 2

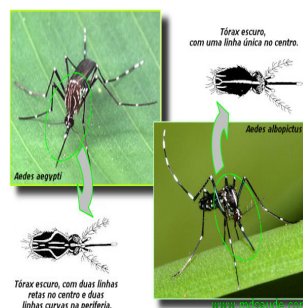
Fundamentação Teórica

Apresentamos, de forma sucinta, o ciclo de vida, aspectos sobre dispersão, influência climática, principais arboviroses e formas de monitoramento e controle do *Ae. aegypti* e do *Ae. albopictus*.

2.1 *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus*

Dentre as espécies de mosquitos *Aedes* spp. cujas fêmeas são vetores de arboviroses como dengue, febre amarela, febre chikungunya e zika vírus, no Brasil destacam-se o *Ae. aegypti* (Linnaeus, 1762) e o *Ae. albopictus* (Skuse, 1894) (FORATTINI, 2002; FIGUEIREDO, 2007). Ambos pertencem ao Filo Arthropoda (pés articulados), Classe Insecta (três pares de patas), Ordem Diptera (um par de asas anterior funcional e um par posterior transformado em halteres), Família Culicidae, Gênero *Aedes* conforme mostrado na Figura 1.

Figura 1 – *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus*, destaque para a diferença no tórax de ambos os mosquitos.



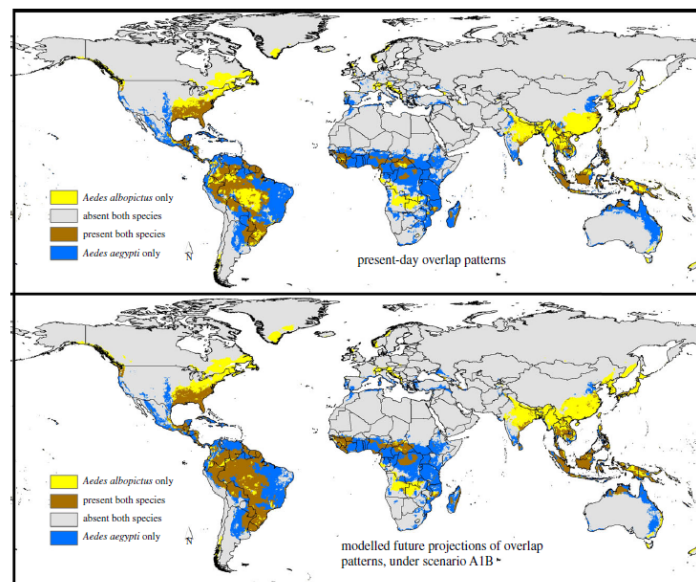
Fonte: <https://www.mdsaude.com/2012/04/fotos-mosquito-dengue.html>

O *Ae. aegypti* originou-se no continente africano e, provavelmente, dispersou-se para o continente americano no período colonial (SILVA et al., 1993; SILVA; SILVA, 1999). O *Ae. albopictus* originou-se no continente asiático, sendo comumente chamado de mosquito tigre

asiático. O comércio internacional de pneus usados facilitou a dispersão deste vetor na América, África, Europa Meridional, algumas ilhas no Pacífico e Havaí (BORGES, 2001).

A Figura 2 ilustra a dispersão destes vetores no ano de 2015 e sua projeção no ano de 2050. Percebe-se que a área de dispersão do *Ae. aegypti* ampliou-se na América do Sul, reduziu-se na Austrália e redistribuiu-se na Europa. Quanto ao *Ae. albopictus*, houve expansão na América do Norte e Ásia (CAMPBELL et al., 2015).

Figura 2 – Mapa probabilístico de distribuição do *Aedes aegypti* e do *Aedes albopictus* ao redor do mundo. Para gerar o cenário dos dias atuais foi utilizado dados médios de temperatura mínima, máxima e de pluviosidade mensais do período de 1950 - 2000 disponíveis no Global Climate Data (WorldClim) e para estimar o cenário de 2050 foi utilizado o modelo estatístico GCM - Modelos de Circulação Geral.



Fonte: (CAMPBELL et al., 2015)

Os ovos do *Aedes* spp. são depositados em grupos isolados, diretamente sobre a superfície líquida ou nas paredes internas e úmidas de potenciais criadouros (FILHO, 2003). Qualquer local que possa acumular água, tanto em ambiente natural quanto artificial, são considerados potenciais criadouros do *Aedes* spp. (DONALÍSIO; GLASSER, 2002; FORATTINI, 2002). Os criadouros escolhidos são preferencialmente escuros ou sombreados e com superfície áspera (COSTA, 2001). O número de ovos por postura depende da quantidade de sangue ingerido durante o repasto. Estudos mostram que uma fêmea do mosquito produz, em média, 120 ovos que podem ser depositados em mais de um potencial criadouro (FORATTINI, 2002). Em condições ambientais adversas, sobretudo relacionadas ao baixo ou à ausência de volume de água nestes criadouros, os ovos podem passar por um período de interrupção do processo final de maturação embrionária (período de quiescência) e, assim, poderão permanecer viáveis no ambiente por mais de um ano. Este fato favorece a dispersão passiva destes ovos em recipientes secos e contribui para a não erradicação destes vetores

(CONSOLI; OLIVEIRA, 1994; SILVA; SILVA, 1999; FUNASA, 2001; COSTA, 2001). Em condições ideais, o período embrionário médio dos ovos é de aproximadamente três dias, resultando na eclosão das larvas (SANTOS, 2008).

As larvas possuem quatro estágios evolutivos, caracterizando o período de alimentação e crescimento (CONSOLI; OLIVEIRA, 1994). Em condições ideais, este período não ultrapassa cinco dias e, em condições adversas, este período pode se prolongar por semanas, até se desenvolverem em pupas (COSTA, 2001).

O período pupal é de aproximadamente dois a três dias. As pupas não se alimentam, utilizando-se de reservas nutritivas acumuladas no estágio larval (FORATTINI, 1996). Sua forma inativa flutua na superfície da água, o que facilita a metamorfose da fase imatura para a fase alada (FUNASA, 2001; COSTA, 2001).

Na fase alada, o mosquito alimenta-se de néctar de flores e suco de frutos, mas as fêmeas destes vetores necessitam adicionalmente de sangue de vertebrados para a obtenção de proteínas fundamentais para que ocorra a maturação de seus ovos (COSTA, 2001; BARATA et al., 2001). A cópula se dá após 24 horas que os adultos emergiram da fase imatura, e ocorre preferencialmente durante o voo, mas, ocasionalmente, poderá ocorrer sobre uma superfície vertical ou horizontal (PAIXÃO, 2007). Uma única cópula pode ser suficiente para fecundar todos os ovos que uma fêmea venha a produzir durante toda sua vida (FUNASA, 2001; COSTA, 2001). Após a cópula, dá-se início a atividade hematofágica (PAIXÃO, 2007). Quando perturbada antes de estar totalmente ingurgitada, a fêmea poderá realizar mais de um repasto sanguíneo entre duas sucessivas posturas. Este fato tem relevante importância epidemiológica, pois favorece a infecção e transmissão do vírus pelo vetor (CONSOLI; OLIVEIRA, 1994; COSTA, 2001; BARATA et al., 2001). As fêmeas distribuem seus ovos de forma parcelada nos potenciais criadouros, favorecendo condições de manutenção da população no ambiente (ROZEBOOM; ROSEN; IKEDA, 1973). Criadouros com presença de formas imaturas do *Ae. albopictus* exercem atração sobre fêmeas grávidas desta espécie (ALLAN; KLINE, 1995; YAP et al., 1995; BARBOSA; SILVA, 2002). Contudo, o efeito de evitar criadouros muito populosos também é observado.

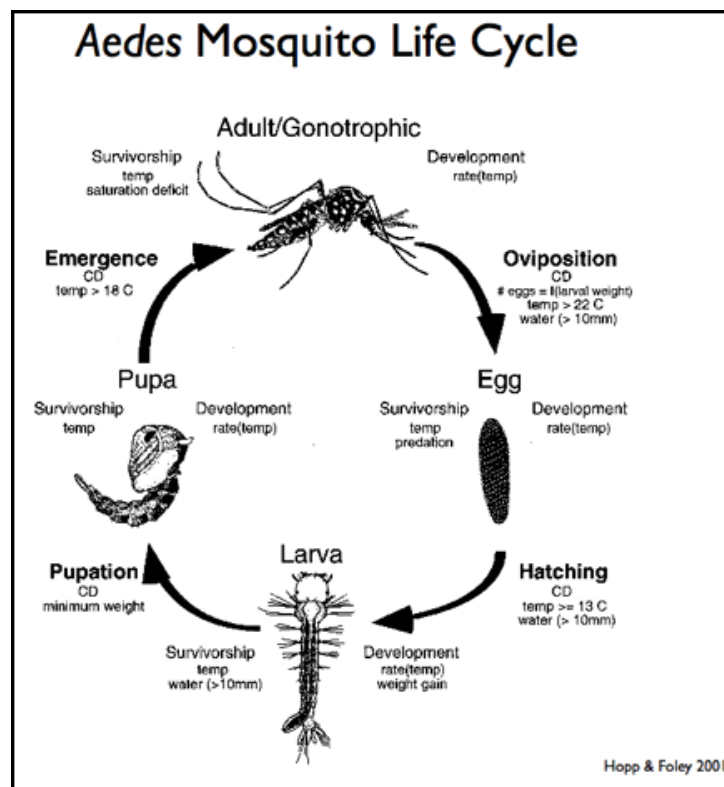
Segundo (COSTA, 2001) a probabilidade de dispersão passiva de ovos e larvas em potenciais criadouros do *Ae. aegypti* é maior comparada à dispersão ativa da fase alada do mosquito.

O ciclo de vida do *Aedes* spp. é sensível a variações meteorológicas, como temperatura, pluviosidade e umidade. A temperatura influencia no desenvolvimento da fase imatura, na replicação de vírus, sobrevivência da fase imatura e alada (CHRISTOPHERS, 1960). Além disso, a temperatura interfere no tamanho do mosquito (TUN-LIN; BURKOT; KAY, 2000). A precipitação favorece o surgimento e a manutenção de criadouros do mosquito

(NETO; REBÊLO, 2004; MORIN; COMRIE; ERNST, 2013). Porém, o excesso de chuva pode eliminar os potenciais criadouros e, portanto, poderá ter um efeito positivo na mortalidade da fase imatura do mosquito (KOENRAADT; HARRINGTON, 2008; BARRERA; AMADOR; MACKAY, 2011). Os efeitos da precipitação e evaporação podem regular o tamanho da população e o comportamento do *Aedes* (EBI; NEALON, 2016).

A Figura 3 ilustra o ciclo evolutivo do *Ae. aegypti* e sua relação com a temperatura e a pluviosidade de uma determinada área geográfica. Segundo (HOPP; FOLEY, 2001), a temperatura T e a pluviosidade p impactam na oviposição da fêmea, na eclosão de ovos e na mortalidade das larvas; a mortalidade dos ovos depende da temperatura e da predação; a mortalidade das fêmeas depende da temperatura e da pressão de vapor de água; e os demais parâmetros entomológicos do mosquito dependem da temperatura.

Figura 3 – Ciclo de vida do *Aedes aegypti* com influência de variáveis meteorológicas.



Fonte: (HOPP; FOLEY, 2001)

Além das variáveis meteorológicas, a presença de criadouros potenciais, a inexistência de controle específico e o saneamento básico precário em diversas localidades impactam o ciclo evolutivo dos mosquitos (SILVA; SILVA, 2000). Por ser um vetor domiciliado, o *Ae. aegypti* também utiliza criadouros cuja presença de água não depende diretamente da chuva (WATTS et al., 1987). Este fator faz com que o vetor possa transmitir a doença ao longo de todo o ano. A eliminação de potenciais criadouros durante os meses mais frios do ano pode ser uma estratégia eficaz para reduzir o número de vetores aptos a realizar o

repasto sanguíneo nos meses subjacentes (CALADO; SILVA, 2002).

2.2 Principais Arboviroses transmitidas por *Aedes aegypti* e *Aedes albopictus*

As arboviroses estão diretamente relacionadas à ecologia, distribuição dos seus vetores, à variáveis ambientais e à forma como se dá a ocupação do espaço natural pelo homem (FORATTINI, 1992). No Brasil, o *Ae. aegypti* e o *Ae. albopictus* são potencialmente associados à transmissão de quatro arboviroses circulantes: febre amarela, dengue, febre chikungunya e zika vírus. Estas arboviroses constam na Lista Nacional de Notificação Compulsória de Doenças, Agravos e Eventos de Saúde Pública (MS, 2018) e apresentam gravidade variável, podendo ser altamente graves ou até assintomáticas.

A dengue está presente em mais de 128 países e aproximadamente 3,9 bilhões de pessoas estão susceptíveis à doença (WHO, 2015). Esta arbovirose é causada pelo vírus da família *Flaviviridae*, pertencente ao gênero *Flavivirus*. Existem quatro sorotipos da doença: DENV-1, DENV-2, DENV-3 e DENV-4; cuja gravidade é variável. A infecção por um dos sorotipos da DENV garante imunidade permanente somente a este, mas parcial em relação aos demais. Este fato possibilita que uma única pessoa tenha a chance de contrair a doença por até quatro vezes durante seu período de vida, se os vírus estiverem disponíveis (TAUIL, 2014).

A febre de chikungunya é uma arbovirose causada pelo vírus chikungunya, da família *Togaviridae*, pertencente ao gênero *Alphavirus* (PAIXÃO, 2011; MS, 2014). Existe apenas um sorotipo da doença e cuja gravidade é variável (JR., 2014). O principal sintoma desta arbovirose são dores e inflamações nas articulações, o que caracterizou o nome da doença, pois chikungunya significa “aquele que se dobra” no dialeto makonde da Tanzânia. O vírus foi isolado pela primeira vez na Tanzânia, no início da década de 1950 (TAUIL, 2014). Atualmente, há infectados em diversos países de diferentes continentes.

A febre do zika vírus é uma arbovirose causada pelo zika vírus, da família *Flaviviridae*, pertencente ao gênero *Flavivirus* (MUSSO et al., 2015). O nome da arbovirose se deve ao fato do vírus ter sido isolado pela primeira vez na floresta Zika em Uganda no ano de 1947 (VRANJAC, 2015). Segundo este autor, a doença é endêmica no leste e oeste do continente africano e o primeiro surto fora dos continentes asiático e africano se deu na Oceania, em 2007. Posteriormente, surtos ocorreram na Austrália, Alemanha, Brasil, Canadá, Itália, Japão, Estados Unidos, em algumas Ilhas do Pacífico e Ilha de Páscoa. No Brasil, foi observada manifestações neurológicas (síndrome de Guillain-Barré) e comprometimento do desenvolvimento cerebral (microcefalias) associadas ao vírus Zika (LORMEAU et al., 2016).

A febre amarela é uma doença causada por um arbovírus da família *Flaviviridae*, pertencente

ao gênero *Flavivirus* (PAIXÃO, 2011). Existe apenas um sorotipo da doença e cuja gravidade é variável (VASCONCELOS, 2003). A febre amarela apresenta relevante impacto em saúde pública na África e nas Américas.

No Brasil a incidência destas doenças apresenta um padrão sazonal, com valores maiores no Verão e Outono, uma vez que há um aumento dos índices pluviométricos, da temperatura e da umidade, fatores que favorecem a infestação dos mosquitos (COSTA; SILVA, 2013). Em 2015 foram registrados 1.688.688 casos de dengue e 277.882 casos de chikungunya no Brasil. No ano de 2016 foram registrados 1.483.623 casos de dengue, 277.882 casos de chikungunya e 216.207 casos de zika. No ano de 2017, ocorreu uma redução do número de casos destas três doenças, quando foram registrados 252.054 casos de dengue, 185.737 casos de chikungunya e 17.452 casos de zika (MS, 2018). Além disso, o país registrou um surto de febre amarela, registrando 777 casos. Neste período, diversos municípios apresentavam baixa cobertura vacinal para a doença. Do total de casos confirmados, 98.3% foram registrados na região do sudeste, sendo 22 casos em São Paulo, 465 casos em Minas Gerais, 252 casos no Espírito Santo e 25 casos no Rio de Janeiro. Com este surto, parte dos municípios da Bahia, Espírito Santo e Rio de Janeiro foram incluídos nas áreas com maior probabilidade de transmissão da doença, e desta forma, há recomendação de vacinação contra a febre amarela nestas regiões (MS, 2017).

2.3 Monitoramento e Controle do *Aedes aegypti* e do *Aedes albopictus*

No Brasil, o programa de prevenção das arboviroses causadas pelo *Aedes* spp. baseia-se em campanhas educativas, no monitoramento e no controle.

O monitoramento ocorre através das seguintes atividades (FUNASA, 2001):

- Levantamento de Índice (LI): realizado por meio de pesquisa larvária para conhecer o grau de infestação, dispersão e densidade do *Aedes* spp. nas localidades. No geral, o LI é realizado a cada dois meses nas localidades infestadas e a cada quatro meses nas localidades não infestadas pelo mosquito;
- Pesquisa em Pontos Estratégicos (PE): realizada quinzenalmente em local com grande potencial de criadouros para oviposição das fêmeas do *Aedes* spp., como cemitérios, borracharias, depósitos de sucata, etc.;
- Pesquisa em Armadilhas (PAR): realizada semanalmente por meio de armadilhas de oviposição (ovitrapas e larvitrapas), distribuídas em áreas não infestadas do *Aedes* spp., visando atrair as fêmeas para a postura de seus ovos;
- Pesquisa Vetorial Especial: realizada quando houver denúncia da sua presença em áreas não infestadas ou quando tem-se interesse de alguma pesquisa entomológica

diferenciada;

- Serviços Complementares: realizados quando se dificulta ou impossibilita a inspeção dos agentes de rotina, por exemplo, criadouros de difícil acesso (calhas, caixas d'água, bromélias, etc.), edifícios em construção, terrenos baldios, etc. Estes serviços deverão ser feitos por agentes especializados, de preferência, motorizados e equipados com escadas, cordas, facões, luvas, botas de cano longo, além do material de rotina do agente.

O controle vetorial ocorre principalmente através dos seguintes métodos:

- Método mecânico consiste da remoção, destruição e vedação de potenciais criadouros da fase imatura, visando modificar o ambiente de modo a reduzir a densidade populacional da fase alada dos vetores (FUNASA, 2001; PAIXÃO, 2007);
- Método químico consiste do uso de larvicidas em potenciais criadouros de larvas e adulticidas na fase alada, a fim de eliminá-las ou controlá-las. Este controle apresenta como vantagens, a rapidez e a facilidade com que atuam (PAIXÃO, 2007). E como desvantagem de seu uso intensivo, danos ambientais e a possibilidade do desenvolvimento da resistência ao mesmo (THOMÉ, 2007);
- Método biológico consiste na redução natural da população destes vetores através da predação (peixes larvófagos, etc.), do parasitismo, da competição e de agentes patógenos (protozoários, fungos, vírus, etc.). A vantagem deste controle é de não causar danos ambientais como a forma química (FUNASA, 2001), ser específico ao organismo a ser controlado e a dispersão em locais de difícil acesso (PAIXÃO, 2007).

Entretanto, em muitos municípios brasileiros estes programas apresentam baixa eficácia devido a problemas de gerenciamento, interrupções e limitações técnico-científica (SILVA; SILVA, 1999). Após os surtos de zika vírus em 2015 no Brasil, as ações governamentais passaram a incluir o uso de novas tecnologias de monitoramento e controle do mosquito juntamente com as técnicas tradicionais. Dentre as novas tecnologias, destacam-se a abordagem eco-bio-social, mapeamento de risco, disseminação de inseticida por mosquitos utilizando ovitrampas impregnadas, uso de telas impregnadas ou não com inseticidas, uso de repelentes e aplicação de inseticida em pontos específicos dentro dos domicílios com surto de doenças. Além disso, priorizou-se pesquisas com inseticidas mais seguros, introdução de mosquitos estéreis, introdução de mosquitos transgênicos, introdução de mosquitos infectados pela bactéria *wolbachia*, introdução de mosquitos estéreis e infectados pela bactéria *wolbachia* (MS, 2016; ZARA et al., 2016).

Capítulo 3

Metodologia e Material

Neste trabalho realizou-se um estudo teórico e numérico de três modelos matemáticos compartimentais que descreveram o ciclo de vida do *Aedes* spp. com dependência de parâmetros meteorológicos, por meio de sistema determinístico não autônomo de equações diferenciais não lineares. Estudos como de equilíbrio, de estabilidade e de sensibilidade foram realizados sobre os modelos. O número de descendentes basal do mosquito foi determinado pela matriz de próxima geração associada a cada um dos três modelos matemáticos compartimentais.

A simulação da dinâmica de cada modelo foi resolvida numericamente através do algoritmo de Runge-Kutta de quarta ordem, com passo $h = 0.01$. Este método é amplamente utilizado dentro da classe de métodos numéricos para resolver uma equação diferencial e encontra-se detalhado em (FILHO, 2007). A simulação foi realizada utilizando o *software* MATLAB® (R2017a).

Nos modelos matemáticos com quatro compartimentos e sem intervenção de controle utilizou-se dados amostrais de temperatura média compensada (°C) e/ou de precipitação acumulada (mm) por semana epidemiológica (SE) oriundos do Banco de Dados Meteorológicos para Ensino e Pesquisa - BDMEP, do Instituto Nacional de Meteorologia - INMET. Os dados amostrais utilizados de temperatura média compensada e de precipitação acumulada foram referentes a SE (23 - 52) de 2009 a SE (1 - 51) de 2010 da cidade de Caratinga, Minas Gerais, Brasil; a SE (9 - 52) de 2009 a SE (1 - 52) de 2010 da cidade de Lavras, Minas Gerais, Brasil; e a SE (12 - 52) de 2009 a SE (1 - 52) de 2010 da cidade de Sete Lagoas, Minas Gerais, Brasil. A justificativa da escolha deste horizonte de estudo se deu pelo fato de que neste período há dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* - IMFA coletados pelo sistema de Monitoramento Inteligente do *Aedes* (MI-*Aedes*) por meio da armadilha MosquiTRAPs®. Este índice corresponde à razão entre o número de fêmeas de *Aedes* grávidas capturadas pela armadilha MosquiTRAP® e o número total de armadilhas inspecionadas na região de estudo (EIRAS; RESENDE, 2009). O número de armadilhas utilizadas

no monitoramento da área urbana destas cidades foi 162 em Caratinga, 245 em Lavras e 497 em Sete Lagoas. Em todos os casos, uma armadilha MosquiTRAP[®] foi instalada no peridomicílio de uma residência, respeitando a distância mínima padrão de 250 metros entre as armadilhas e vistoriadas semanalmente. Como a maioria das fêmeas capturadas pela armadilha MosquiTRAPs[®] estão em fase de oviposição, a validação foi restrita à comparação entre a evolução da população de fêmeas em fase de oviposição simulada no respectivo modelo matemático com quatro compartimentos e os dados amostrais de *IMFA* no horizonte de estudo das três cidades mineiras.

Os critérios utilizados para verificar a intensidade M das correlações entre duas séries de dados foram os seguintes: não há ou insignificante correlação se $0.01 \leq |M| < 0.19$; fraca correlação se $0.20 \leq |M| < 0.29$; moderada correlação se $0.30 \leq |M| < 0.39$; forte correlação se $0.40 \leq |M| < 0.69$; e muito forte correlação se $|M| \geq 0.70$ (DANCEY; REIDY, 2004).

As Figuras 4-6 ilustram as séries temporais de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de *IMFA* no respectivo horizonte de estudo das cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas no estado de Minas Gerais, Brasil. A precipitação acumulada variou de zero a 143.3 mm em Caratinga, de zero a 147.0 mm em Lavras e de zero a 236.3 mm em Sete Lagoas. O *IMFA* variou de 0.01875 a 0.30921 em Caratinga, de zero a 0.90638 em Lavras e de 0.03219 a 0.61893 em Sete Lagoas. A temperatura média compensada variou de 15.02 a 26.17 °C em Caratinga, de 14.75 a 24.80 °C em Lavras e de 16.08 a 25.33 °C em Sete Lagoas. Ao longo de todo horizonte de estudo, a evolução dos dados amostrais de *IMFA* seguiu a tendência de evolução dos índices pluviométricos e da temperatura média compensada em cada uma das três cidades mineiras. As cidades de Caratinga e de Sete Lagoas apresentam clima *Aw* (tropical com inverno seco) e a cidade de Lavras apresenta clima *Cwa* (temperado úmido com inverno seco e verão quente), de acordo com a classificação climática de Koppen's.

Figura 4 – Séries temporais de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* referente a SE (23 - 52) de 2009 e a SE (1 - 51) de 2010 da cidade de Caratinga, no estado de Minas Gerais, Brasil.

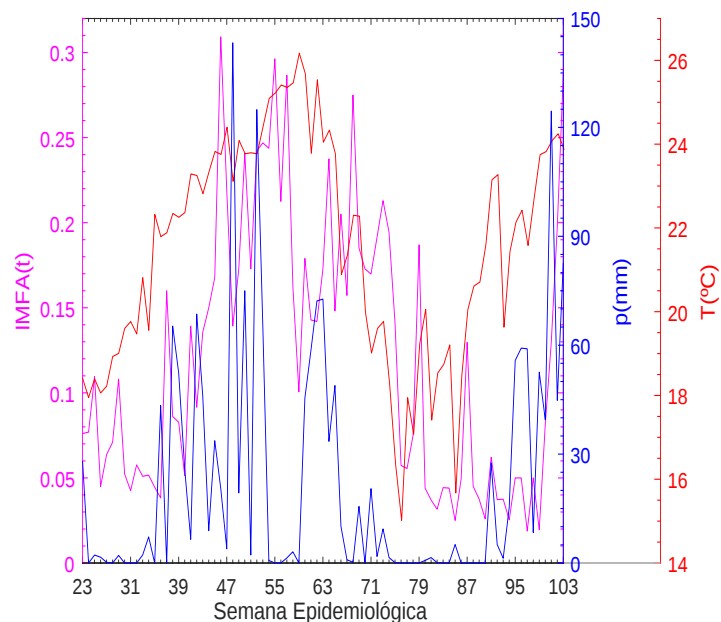


Figura 5 – Séries temporais de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* referente a SE (9 - 52) de 2009 e a SE (1 - 52) de 2010 da cidade de Lavras, no estado de Minas Gerais, Brasil.

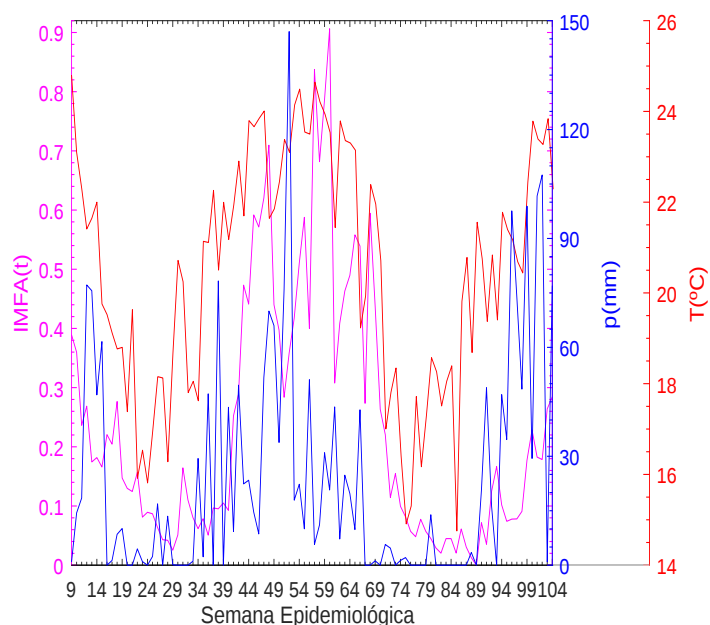
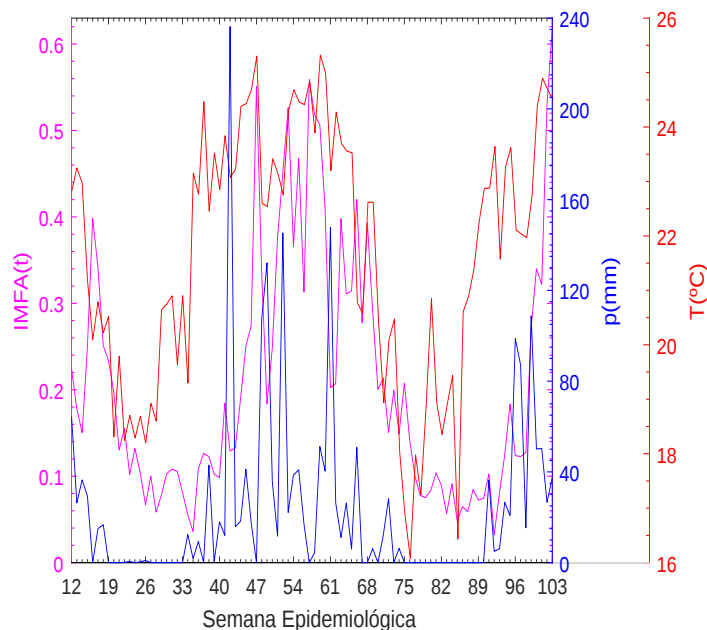


Figura 6 – Séries temporais de temperatura média compensada, de precipitação acumulada e de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* referente a SE (12 - 52) de 2009 a SE (1 - 52) de 2010 da cidade de Sete Lagoas, no estado de Minas Gerais, Brasil.



Na avaliação da dinâmica do modelo determinístico com dois compartimentos e com intervenção de controle, foram utilizados dados diários de um ano (364 dias) de precipitação acumulada diariamente na cidade de Lavras, Minas Gerais, Brasil. Estes dados foram oriundos do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE e correspondem à média diária de 15 anos de chuva da cidade, correspondendo aos anos de 2002 a 2016. Nesta configuração, o mês de fevereiro apresentou 28 dias e foi excluído o dado de pluviosidade do dia 31 de dezembro. Desta forma, cada estação do ano foi composta por 91 dias. A validação deste modelo foi feita utilizando-se dados amostrais de *IMFA* no horizonte da SE (9 - 52) de 2009 a SE (1 - 52) de 2010 da cidade de Lavras.

Na avaliação da dinâmica do modelo determinístico de quatro compartimentos e com intervenção de controle, cada estação do ano foi considerada com duração de 90 dias, resultando no horizonte de 360 dias. Neste modelo, parte dos parâmetros entomológicos do mosquito dependeram de padrões meteorológicos fixos por estação do ano, dados por: (i) Favorável (Verão) que se caracteriza por alta temperatura e umidade; (ii) Intermediário (Primavera e Outono) que se caracterizam por temperatura e umidade medianas; e (iii) Desfavorável (Inverno) que se caracteriza pela baixa temperatura e umidade.

Nos modelos com intervenção de controle, buscou-se otimizar a intensidade e o tempo inicial de aplicação do respectivo controle em relação aos custos de controle e aos custos relacionados à infestação do mosquito. A busca por soluções deste problema de otimização foi realizada por meio de um algoritmo baseado em inteligência computacional, o Algoritmo

Genético Real Polarizado - AGRP ([TAKAHASHI et al., 2003](#); [TAKAHASHI, 2007](#)). O AGRP foi implementado na linguagem de programação C e executado no *Cluster* do Laboratório de Computação de Alto Desempenho do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. Nos experimentos foram realizadas 30 execuções do algoritmo para cada uma das intervenções de controle, sendo que cada execução demorou em média 60 segundos.

Capítulo 4

Modelo com quatro compartimentos sob influência de precipitação

Neste capítulo foi proposto e analisado um modelo matemático determinístico com quatro compartimentos para descrever o ciclo de vida do *Aedes* spp. sob influência de precipitação acumulada em cada unidade de tempo de uma determinada área geográfica. A fase imatura foi representada por dois compartimentos, população de ovos e população aquática que reúne larvas e pupas no mesmo compartimento. A fase alada foi representada pela população de fêmeas, mas subdividida em duas categorias: fêmeas pré-repasto sanguíneo e fêmeas pós-repasto sanguíneo. Neste modelo foi adotada para as mortalidades aquática e de fêmeas uma dependência linear decrescente com a precipitação. Além disso, considerou-se que a fêmea pós-repasto sanguíneo tem a tendência de evitar a postura de ovos em criadouros com alta densidade de ovos, larvas e pupas.

4.1 Modelagem Matemática

O modelo descreve a dinâmica do ciclo de vida do *Aedes* spp., de modo que parte dos parâmetros entomológicos do mosquito sejam dependentes de precipitação acumulada em cada unidade de tempo $p(t)$ de uma determinada área geográfica. Este modelo é representado por um sistema com quatro compartimentos: ovos $E(t)$, aquática (larvas e pupas) $A(t)$, fêmeas pré-repasto sanguíneo $F_1(t)$ e fêmeas pós-repasto sanguíneo $F_2(t)$.

As taxas entomológicas e de controle adicional foram dadas por:

- ϕ representa a taxa de oviposição por unidade de fêmea pós-repasto sanguíneo em potenciais criadouros do mosquito;
- C representa a capacidade ambiental associada à abundância de nutrientes, espaço, potenciais criadouros, dentre outros;
- α_1 representa a taxa de desenvolvimento da população de ovos para a população

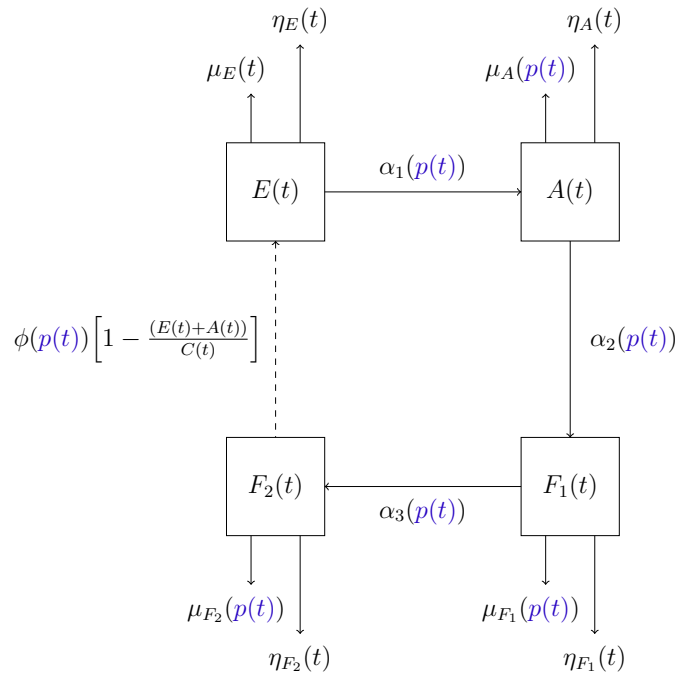
aquática;

- α_2 representa a taxa de desenvolvimento da população aquática para a população de fêmeas pré-repasto sanguíneo;
- α_3 representa a taxa de desenvolvimento da população de fêmeas pré-repasto sanguíneo para a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo;
- μ representa a taxa de mortalidade natural específica de cada compartimento;
- η representa a taxa de mortalidade adicional específica de cada compartimento.

Supomos que população de fêmeas pós-repasto sanguíneo $F_2(t)$ contribui depositando seus ovos viáveis a uma taxa de oviposição por unidade de indivíduo dada por $\phi \left[1 - \frac{(E(t) + A(t))}{C} \right]$. A expressão dentro dos colchetes constitui um fator do tipo logístico que promove uma redução da taxa de oviposição por unidade de fêmea pós-repasto sanguíneo em potenciais criadouros com densidades de mosquitos nas fases imaturas altas se comparadas com C (MONTTOYA; LOAIZA; MUÑOZ, 2015).

A Figura 7 ilustra o diagrama compartimental do modelo (1) com dependência de precipitação acumulada.

Figura 7 – Diagrama da dinâmica populacional do *Aedes* spp. com dependência de precipitação acumulada do modelo (1).



O sistema de equações diferenciais não lineares que representa a dinâmica das populações do *Aedes* spp. com dependência de precipitação acumulada é descrito por:

$$\begin{cases} \frac{dE(t)}{dt} = \phi(p(t)) \left[1 - \frac{(E(t) + A(t))}{C(t)} \right] F_2(t) - [\alpha_1(p(t)) + \mu_E(t) + \eta_E(t)] E(t), \\ \frac{dA(t)}{dt} = \alpha_1(p(t)) E(t) - [\alpha_2(p(t)) + \mu_A(p(t)) + \eta_A(t)] A(t), \\ \frac{dF_1(t)}{dt} = \alpha_2(p(t)) A(t) - [\alpha_3(p(t)) + \mu_{F_1}(p(t)) + \eta_{F_1}(t)] F_1(t), \\ \frac{dF_2(t)}{dt} = \alpha_3(p(t)) F_1(t) - [\mu_{F_2}(p(t)) + \eta_{F_2}(t)] F_2(t). \end{cases} \quad (1)$$

A região do espaço de estados deste sistema é definida por:

$$\Gamma = \{(E, A, F_1, F_2) \in \mathbb{R}^4 | E \geq 0, A \geq 0, F_1 \geq 0, F_2 \geq 0 \text{ e } 0 \leq (E + A) \leq C\}.$$

Assim, todas as populações são não negativas e a população da fase imatura não excede a capacidade do meio.

4.2 Parametrização

O ciclo de vida do *Aedes* spp. apresenta uma forte sensibilidade à presença de precipitação, produzindo relativamente muitos indivíduos. Contudo, para maiores volumes de precipitação, a população não guarda a mesma sensibilidade (CORDEIRO, 2015). Por este motivo, uma lei de potência foi atribuída à dependência da taxa de oviposição da fêmea pós-repasto sanguíneo (ϕ) e das taxas de desenvolvimento ($\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$) do *Aedes* spp. com a precipitação, sendo descrita por:

$$\pi(p) = \pi_{min} + (\pi_{max} - \pi_{min}) \left(\frac{p - p_{min}}{p_{max} - p_{min}} \right)^r, \quad (2)$$

em que π representa genericamente o parâmetro entomológico de interesse; π_{min} e π_{max} representam, respectivamente, o valor máximo e o valor mínimo do parâmetro entomológico de interesse; p_{min} e p_{max} representam, respectivamente, o valor máximo e o valor mínimo de precipitação no horizonte de estudo; p representa a precipitação acumulada em cada unidade de tempo e $r \in \mathbb{R}_+$.

Por simplicidade, consideramos o mesmo valor r para a potência dos parâmetros entomológicos ϕ, α_1, α_2 e α_3 . Este valor foi estimado pelo erro quadrático médio s^2 existente entre os

dados simulados de fêmeas pós-repasto sanguíneo e dados amostrais de *IMFA* referente ao horizonte de estudo de uma determinada área geográfica. O erro quadrático médio é descrito por:

$$s^2 = \frac{1}{2N} \sum_{t=1}^N (I(t) - \lambda F(t-d))^2, \quad (3)$$

em que N é o número total de semanas epidemiológicas do horizonte de estudo; I corresponde aos dados amostrais de *IMFA*; F corresponde aos dados simulados de fêmeas pós-repasto sanguíneo; d é a defasagem positiva correspondente à máxima correlação cruzada entre os dados; e λ é um fator escala que ajusta a população de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo com dados amostrais de *IMFA* após a correlação cruzada.

O fator de escala λ é obtido pela condição $\left(\frac{\partial s^2}{\partial \lambda} = 0\right)$ com o seguinte resultado:

$$\lambda = \frac{\sum_{t=1}^N (F(t-d)I(t))}{\sum_{t=1}^N (F(t-d))^2}. \quad (4)$$

Adotamos uma dependência linear decrescente entre as taxas de mortalidade natural das populações aquática, fêmeas pré-repasto sanguíneo e fêmeas pós-repasto sanguíneo com a precipitação. A faixa dos parâmetros entomológicos do modelo (1) está descrita na [Tabela 1](#).

Tabela 1 – Faixa dos parâmetros entomológicos do *Aedes* spp. adotada no modelo (1).

Parâmetro	Faixa	Referência	Unidade
ϕ	0,5 - 11,2	(THOMÉ, 2007) - (PINHO et al., 2010)	dias ⁻¹
α_1	0,2 - 0,5	(YANG; FERREIRA, 2008)	
α_2	0,0385 - 0,1670		
α_3	0,5 - 1,0	Estimado	
μ_A	0,164 - 0,132	(FERREIRA; YANG, 2003)	
μ_{F_1}	0,0588 - 0,0286		
μ_{F_2}			

Os demais parâmetros do modelo (1) foram considerados constantes ao longo de todo o horizonte de estudo e estão descritos na [Tabela 2](#).

Tabela 2 – Valor dos parâmetros entomológicos do *Aedes* spp. adotado no modelo (1).

Parâmetro	Valor	Referência	Unidade
μ_E	0,01	(FERREIRA; YANG, 2003)	dias ⁻¹
C	1,0	(YANG, 2017)	-

4.3 Pontos de Equilíbrio

As populações do *Aedes* spp. representadas no sistema (1) foram dadas em termos relativos à capacidade do meio C . Observe que este sistema é não autônomo, pois parte de seus coeficientes dependem de precipitação que, por sua vez, depende do tempo. A precipitação acumulada será substituída por valores semanais de uma determinada região geográfica e estas relações são exatas em cada período que os parâmetros permanecem constantes. Portanto, podemos considerar o sistema autônomo a cada semana, sendo possível identificar dois pontos de equilíbrio, obtido pela condição $\left(\frac{d\mathbf{X}}{dt} = 0\right)$, em que $\mathbf{X} = (E \ A \ F_1 \ F_2)^T$ é o conjunto de todas as variáveis de estado do modelo. Desta forma, obtemos o seguinte resultado:

- Equilíbrio livre de infestação do mosquito:

$$P_0 = (E^*, A^*, F_1^*, F_2^*) = (0, 0, 0, 0). \quad (5)$$

- Equilíbrio com infestação do mosquito:

$$P_1 = (E^{**}, A^{**}, F_1^{**}, F_2^{**}), \quad (6)$$

em que,

$$E^{**} = \frac{(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)}{[\alpha_1 + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)]} C \left(1 - \frac{(\alpha_1 + \mu_E + \eta_E)(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})}{\phi \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3} \right),$$

$$A^{**} = \frac{\alpha_1}{(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)} E^{**}, \quad F_1^{**} = \frac{\alpha_2}{(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})} A^{**}, \quad F_2^{**} = \frac{\alpha_3}{(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})} F_1^{**}.$$

4.4 Número de Descendentes Basal

Uma forma de calcular analiticamente o número de descendentes basal é por meio do método de matriz de próxima geração associada ao modelo entomológico. Este método é similar ao utilizado para calcular o número de reprodutibilidade basal em modelos epidemiológicos (DRIESSCHE; WATMOUGH, 2002). Neste caso, novos nascimentos do mosquito

são tratados como novas infecções. O número de descendentes basal do mosquito representa o número médio de fêmeas que uma única fêmea gera ao longo de sua vida (WHITE et al., 2011; LUTAMBI et al., 2013). O modelo (1) pode ser reescrito como:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = V - W; \quad (7)$$

em que $\mathbf{X} = (E \ A \ F_1 \ F_2)^T$ é o conjunto de todas as variáveis de estado do modelo. $V = (V_i)$ é o vetor de nascimento de ovos viáveis do mosquito em cada compartimento i , $i = 1, 2, 3, 4$. $W = (W_i)$ é o vetor de transição entre os compartimentos que, por sua vez, pode ser decomposto como $W_i = W_i^- - W_i^+$ em que W_i^+ corresponde à taxa de transferência de indivíduos de outro compartimento para dentro do compartimento especificado e, analogamente, W_i^- corresponde à transferência para outro compartimento a partir do compartimento especificado. Neste caso, os vetores V e W são definidos por:

$$V = \begin{bmatrix} \phi \left(1 - \frac{(E + A)}{C} \right) F_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad W = \begin{bmatrix} (\alpha_1 + \mu_E + \eta_E)E \\ (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)A - \alpha_1 E \\ (\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})F_1 - \alpha_2 A \\ (\mu_{F_2} + \eta_{F_2})F_2 - \alpha_3 F_1 \end{bmatrix}.$$

O número de descendentes basal é definido como o raio espectral, ou módulo do maior autovalor, da matriz de próxima geração $\mathcal{V}\mathcal{W}^{-1}$ (DRIESSCHE; WATMOUGH, 2002). As matrizes jacobianas de nascimento $\mathcal{V}$ e de transição $\mathcal{W}$ associadas ao sistema (7) e avaliadas no ponto equilíbrio livre de infestação do mosquito, dado pela equação (5), são definidas por:

$$\mathcal{V} = \left. \frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}} \right|_{P_0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \phi \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

e

$$\mathcal{W} = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{P_0} = \begin{bmatrix} (\alpha_1 + \mu_E + \eta_E) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_1 & (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A) & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_2 & (\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1}) & 0 \\ 0 & 0 & -\alpha_3 & (\mu_{F_2} + \eta_{F_2}) \end{bmatrix}.$$

A matriz inversa de $\mathcal{W}$ é dada por:

$$\mathcal{W}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(\alpha_1 + \mu_E + \eta_E)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha_1}{(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)} w_{11}^* & \frac{1}{(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)} & 0 & 0 \\ \frac{\alpha_2}{(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})} w_{12}^* & \frac{\alpha_2}{(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})} w_{22}^* & \frac{1}{(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})} & 0 \\ \frac{\alpha_3}{(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})} w_{13}^* & \frac{\alpha_3}{(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})} w_{23}^* & \frac{\alpha_3}{(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})} w_{33}^* & \frac{1}{(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})} \end{bmatrix}.$$

em que w_{ij}^* representa o elemento da linha i e coluna j da matriz $\mathcal{W}^{-1}$, com $i, j = 1, 2, 3, 4$.

A matriz de próxima geração $\mathcal{V}\mathcal{W}^{-1}$ é dada por:

$$\mathcal{V}\mathcal{W}^{-1} = \begin{bmatrix} \phi w_{4,1}^* & \phi w_{4,2}^* & \phi w_{4,3}^* & \phi w_{4,4}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Os autovalores da matriz (8) são as raízes da equação característica, representado por:

$$p(\rho) = \det(\mathcal{V}\mathcal{W}^{-1} - I\rho) = -\rho^3(\phi w_{4,1}^* - \rho) = 0,$$

em que I é a matriz identidade de ordem 4 e

$$\rho_1 = 0,$$

$$\rho_2 = \frac{\phi \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}{(\alpha_1 + \mu_E + \eta_E)(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})}.$$

O raio espectral da matriz de próxima geração, denotado por $\rho(\mathcal{VW}^{-1})$ é descrito por:

$$\rho(\mathcal{VW}^{-1}) = \frac{\phi \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}{(\alpha_1 + \mu_E + \eta_E)(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})}.$$

Portanto, o número de descendentes basal, denotado por Q_0 é dado por

$$Q_0 = \rho(\mathcal{VW}^{-1}) = \frac{\phi \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}{(\alpha_1 + \mu_E + \eta_E)(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})}. \quad (9)$$

Note que Q_0 , dado pela equação (9), não depende da capacidade do meio C e $Q_0 \geq 0$, pois todos os parâmetros do sistema são positivos. Biologicamente, Q_0 pode ser interpretado como o produto da fração da população de ovos viáveis que sobrevivem e eclodem para a população aquática $\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \mu_E + \eta_E}\right)$; da fração da população aquática que sobrevivem e emergem para fase adulta como fêmea pré-repasto sanguíneo $\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_2 + \mu_A + \eta_A}\right)$; da fração da população de fêmeas pré-repasto sanguíneo que sobrevivem e se tornam fêmea pós-repasto sanguíneo $\left(\frac{\alpha_3}{\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1}}\right)$; e da fração de ovos viáveis gerados durante a sobrevida da fêmea pós-repasto sanguíneo $\left(\frac{\phi}{\mu_{F_2} + \eta_{F_2}}\right)$.

O ponto de equilíbrio com infestação do mosquito, dado pela equação (6), pode ser escrito em função de Q_0 . Logo,

$$P_1 = (E^{**}, A^{**}, F_1^{**}, F_2^{**}),$$

em que,

$$E^{**} = C \left(1 - \frac{1}{Q_0}\right) \frac{(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)}{[\alpha_1 + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)]},$$

$$A^{**} = \frac{\alpha_1}{(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)} E^{**}, \quad F_1^{**} = \frac{\alpha_2}{(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})} A^{**}, \quad F_2^{**} = \frac{\alpha_3}{(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})} F_1^{**}.$$

Observe que se $Q_0 = 1$, o ponto de equilíbrio P_1 é biologicamente trivial, pois $P_1 = P_0$. Se $Q_0 \geq 1$, o ponto de equilíbrio P_1 terá significado biológico. A condição $Q_0 > 1$ pode ser reescrita como

$$\phi > \phi^{th} \equiv \frac{(\alpha_1 + \mu_E + \eta_E)(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})}{\alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}.$$

Portanto, $\phi = \phi^{th}$ é o limiar da taxa de oviposição para ocorrer infestação de mosquitos (YANG; FERREIRA, 2008).

4.5 Análise de Estabilidade

O número de descendentes basal é importante no estudo da análise da estabilidade dos pontos de equilíbrio P_0 e P_1 do sistema (1). Este estudo foi realizado por meio do critério de Routh-Hurwitz (KESHET, 1988). Este critério é essencialmente algébrico e envolve o estudo dos coeficientes do polinômio característico da matriz jacobiana encontrada na linearização do modelo e calculada no respectivo ponto sobre o qual se deseja caracterizar a estabilidade. Segundo (BASSANEZI; JÚNIOR, 1988), o enunciado do Teorema de Routh-Hurwitz (1875) é o seguinte:

Seja $p_n(\lambda) = a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + a_2\lambda^{n-2} + \dots + a_{n-1}\lambda + a_n$ um polinômio de coeficientes reais. Considere a matriz H_n construída do seguinte modo:

- Na primeira linha, escrevem-se os coeficientes a_j com índices ímpares, com j crescente;
- Na segunda linha escrevem-se os coeficientes a_j com índices pares, com j crescente;
- As duas linhas seguintes são obtidas deslocando-se as duas primeiras linhas uma coluna para direita, e colocando zeros nas posições que ficaram vazias;
- Repete-se o processo anterior para se construir as demais linhas, até que a_n ocupe o canto inferior direito.

ou seja,

$$H_n = \begin{pmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \cdots & 0 \\ 1 & a_2 & a_4 & \cdots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_n \end{pmatrix}$$

Então o polinômio $p_n(\lambda)$ será estável se e somente se todos os determinantes menores principais da matriz H_k , $k = 1, \dots, n$ forem positivos.

$$H_1 = a_1 > 0, H_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ 1 & a_2 \end{vmatrix} > 0, H_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 \\ 1 & a_2 & a_4 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix} > 0, \dots$$

Por meio dos Teoremas (1) e (2) foi possível verificar a estabilidade dos pontos de equilíbrio P_0 e P_1 do sistema (1).

Teorema 1 *O ponto de equilíbrio livre de infestação de mosquito P_0 é instável se $Q_0 > 1$ e localmente e assintoticamente estável se $0 < Q_0 < 1$.*

Demonstração 1 *A matriz jacobiana associada ao ponto de equilíbrio P_0 é descrita por:*

$$J_{P_0} = \begin{bmatrix} -(\alpha_1 + \mu_E + \eta_E) & 0 & 0 & \phi \\ \alpha_1 & -(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & -(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1}) & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 & -(\mu_F + \eta_{F_2}) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Os autovalores da matriz (10) são as raízes do polinômio característico, representado por:

$$p(\lambda) = \det(J_{P_0} - I\lambda) = a_0^* \lambda^4 + a_1^* \lambda^3 + a_2^* \lambda^2 + a_3^* \lambda + a_4^*, \quad (11)$$

em que I é a matriz identidade de ordem 4, e:

$$a_0^* = 1,$$

$$a_1^* = (\alpha_1 + \mu_E + \eta_E) + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A) + (\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1}) + (\mu_F + \eta_{F_2}),$$

$$a_2^* = (\alpha_1 + \mu_E + \eta_E)[(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A) + (\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1}) + (\mu_F + \eta_{F_2})] +$$

$$(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)[(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1}) + (\mu_{F_2} + \eta_{F_2})] + (\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})(\mu_{F_2} + \eta_{F_2}),$$

$$a_3^* = (\alpha_1 + \mu_E + \eta_E)(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)[(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1}) + (\mu_{F_2} + \eta_{F_2})] +$$

$$(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})[(\alpha_1 + \mu_E + \eta_E) + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)],$$

$$a_4^* = (\alpha_1 + \mu_E + \eta_E)(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})(1 - Q_0).$$

Segundo o critério de Routh-Hurwitz, as condições necessárias e suficientes para estabilidade local do ponto de equilíbrio P_0 são $a_i > 0$, com $i = 1, 2, 3, 4$; $a_1 a_2 > a_3$ e $(a_1 a_2 - a_3) a_3 \geq a_3^2 a_1$. Observe que os coeficientes a_0, a_1, a_2 e a_3 do polinômio (11) são positivos e o coeficiente a_4 será positivo se $0 < Q_0 < 1$ e negativo se $Q_0 > 1$. É fácil verificar que, se $0 < Q_0 < 1$, as duas últimas condições do critério de Routh-Hurwitz ($a_1 a_2 > a_3$ e $(a_1 a_2 - a_3) a_3 \geq a_3^2 a_1$) são satisfeitas e as raízes do polinômio têm parte real negativa. Logo, o ponto de equilíbrio P_0 será localmente e assintoticamente estável se $0 < Q_0 < 1$ e instável se $Q_0 > 1$.

Teorema 2 O ponto de equilíbrio com infestação de mosquito P_1 é instável se $0 < Q_0 < 1$ e assintoticamente estável se $Q_0 > 1$.

Demonstração 2 A matriz jacobiana associada ao ponto de equilíbrio P_1 é descrita por:

$$J_{P_1} = \begin{bmatrix} j_{11} & j_{12} & 0 & j_{14} \\ \alpha_1 & -(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & -(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1}) & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_3 & -(\mu_F + \eta_{F_2}) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

em que,

$$j_{11} = - \left[\frac{\phi \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}{[\alpha_1 + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)](\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})} \left(1 - \frac{1}{Q_0} \right) + (\alpha_1 + \mu_E + \eta_E) \right],$$

$$j_{12} = - \left[\frac{\phi \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3}{[\alpha_1 + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)](\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})} \left(1 - \frac{1}{Q_0} \right) \right],$$

$$j_{14} = \phi - \left[\frac{\phi(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)}{[\alpha_1 + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)]} \left(1 - \frac{1}{Q_0}\right) - \frac{\phi\alpha_1}{[\alpha_1 + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)]} \left(1 - \frac{1}{Q_0}\right) \right].$$

Os autovalores da matriz (12) são as raízes do polinômio característico, representado por:

$$p(\lambda) = \det(J_{P_1} - I\lambda) = a_0^{**}\lambda^4 + a_1^{**}\lambda^3 + a_2^{**}\lambda^2 + a_3^{**}\lambda + a_4^{**}, \quad (13)$$

em que I é a matriz identidade de ordem 4, e:

$$a_0^{**} = 1,$$

$$a_1^{**} = (\alpha_1 + \mu_E + \eta_E) + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A) + (\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1}) + (\mu_{F_2} + \eta_{F_2}) + \frac{\phi\alpha_1\alpha_2\alpha_3}{[\alpha_1 + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)](\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})} \left(1 - \frac{1}{Q_0}\right),$$

$$a_2^{**} = (\alpha_1 + \mu_E + \eta_E)[(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A) + (\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1}) + (\mu_{F_2} + \eta_{F_2})] + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)[(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1}) + (\mu_{F_2} + \eta_{F_2})] + (\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})(\mu_{F_2} + \eta_{F_2}) + \frac{\phi\alpha_1\alpha_2\alpha_3[\alpha_1 + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)]}{[\alpha_1 + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)](\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})} \left(1 - \frac{1}{Q_0}\right) + \frac{\phi\alpha_1\alpha_2\alpha_3}{[\alpha_1 + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)]} \left(1 - \frac{1}{Q_0}\right) \left[\frac{1}{(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})} + \frac{1}{(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})} \right],$$

$$a_3^{**} = (\alpha_1 + \mu_E + \eta_E)(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)[(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1}) + (\mu_{F_2} + \eta_{F_2})] + (\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})[(\alpha_1 + \mu_E + \eta_E) + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)] + \phi\alpha_1\alpha_2\alpha_3 \left(1 - \frac{1}{Q_0}\right) \left[\frac{1}{[\alpha_1 + (\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)]} + \frac{1}{(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})} + \frac{1}{(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})} \right],$$

$$a_4^{**} = (\alpha_1 + \mu_E + \eta_E)(\alpha_2 + \mu_A + \eta_A)(\alpha_3 + \mu_{F_1} + \eta_{F_1})(\mu_{F_2} + \eta_{F_2})(Q_0 - 1).$$

Observe que os coeficientes a_0 , a_1 , a_2 e a_3 do polinômio (13) são positivos e o coeficiente a_4 será positivo se $Q_0 > 1$ e negativo se $0 < Q_0 < 1$. É fácil verificar que, se $Q_0 > 1$, as duas últimas condições do critério de Routh-Hurwitz são satisfeitas e as raízes do polinômio têm parte real negativa. Logo, o ponto de equilíbrio P_1 será localmente e assintoticamente estável se $Q_0 > 1$ e instável se $0 < Q_0 < 1$.

O número de descendentes basal determina o limiar de bifurcação em $Q_0 = 1$ (YANG; FERREIRA, 2008). Esta bifurcação é classificada como transcítica, uma vez que existe o valor de parâmetro $Q_0 = 1$ que une os pontos de equilíbrios P_0 e P_1 na origem e, para valores do parâmetro acima do valor crítico ($Q_0 > 1$), o ponto de equilíbrio trivial (origem) se torna instável, transferindo sua estabilidade para o ponto de equilíbrio não trivial.

4.6 Análise de Sensibilidade do Número de Descendentes Basal

O valor do número de descendentes basal também auxilia ações de intervenção vetorial em uma determinada região geográfica. Se $Q_0 > 1$, as fêmeas do *Aedes* spp. conseguem invadir e estabelecer sua população em uma determinada região geográfica, sendo esta área classificada como infestada pelo vetor. Se $0 < Q_0 < 1$, as fêmeas do *Aedes* spp. não conseguem estabelecer sua população em uma determinada região geográfica e, ao longo do tempo, tenderá à extinção, ficando a localidade livre da infestação vetorial. Como Q_0 desempenha um importante papel na determinação das relações de equilíbrio e estabilidade, é importante determinar quais dos parâmetros do modelo que compõem a equação (9) acarretam maior impacto sobre Q_0 . Mais especificamente, no sentido de que uma pequena variação em um parâmetro em relação ao qual Q_0 se mostra altamente sensível, resultará em grandes mudanças quantitativas na estabilidade do sistema (1). Uma forma de quantificar esta influência é por meio do índice de sensibilidade normalizado proposto por (CARIBONI et al., 2007). Este índice mostra o efeito local no número de descendentes basal do mosquito mediante a mudança de cada parâmetro genérico π que compõem a equação (9). Neste cálculo o parâmetro genérico π é considerado variável e os demais parâmetros constantes. O índice de sensibilidade normalizado, denotado por $\Phi_{\pi}^{Q_0}$, é definido por:

$$\Phi_{\pi}^{Q_0} = \frac{\partial Q_0}{\partial \pi} \frac{\pi}{Q_0}, \quad (14)$$

em que π representa genericamente um parâmetro de Q_0 .

A Tabela 3 ilustra a expressão analítica da sensibilidade local de Q_0 em relação aos parâmetros que compõem a equação (9) considerando os cenários sem intervenções de controle nas populações do mosquito ($\eta_E = \eta_A = \eta_{F_1} = \eta_{F_2} = 0$). Verifica-se que as taxas de mortalidade (μ_E, μ_A, μ_{F_1} e μ_{F_2}) estão correlacionadas negativamente a Q_0 , enquanto a taxa de oviposição (ϕ) e as taxas de desenvolvimentos (α_i) com $i = 1, 2, 3$, estão correlacionadas positivamente. Os dois parâmetros que mais afetam a dinâmica do sistema (1) em relação a Q_0 são a taxa de oviposição e a taxa de mortalidade natural de

fêmeas pós-repasto sanguíneo. Por exemplo, se μ_{F_2} é aumentado (ou diminuído) em 1%, então Q_0 diminui (ou aumenta) também em 1%. Impacto oposto sofre Q_0 se variarmos ϕ . Por exemplo, se ϕ é aumentado (ou diminuído) em 1%, então Q_0 aumenta (ou diminui) também em 1%.

Tabela 3 – Índice de sensibilidade normalizada do número de descendentes basal do *Aedes* spp. considerando o cenário sem intervenções de controle nas populações do modelo (1).

Parâmetro	Sensibilidade Sem Controle
ϕ	+1
α_1	$\frac{\mu_E}{\alpha_1 + \mu_E} \in (0,1)$
α_2	$\frac{\mu_A}{\alpha_2 + \mu_A} \in (0,1)$
α_3	$\frac{\mu_{F_1}}{\alpha_3 + \mu_{F_1}} \in (0,1)$
μ_E	$-\frac{\mu_E}{\alpha_1 + \mu_E} \in (-1,0)$
μ_A	$-\frac{\mu_A}{\alpha_2 + \mu_A} \in (-1,0)$
μ_{F_1}	$-\frac{\mu_{F_1}}{\alpha_3 + \mu_{F_1}} \in (-1,0)$
μ_{F_2}	-1

4.7 Experimentos Numéricos

Nos experimentos numéricos do modelo (1) foram adotadas como condição inicial as coordenadas do ponto de equilíbrio não trivial da primeira semana epidemiológica do ano de 2008 e não foram aplicadas ações de controle adicionais nas populações do mosquito.

As Figuras 8-10 ilustram a comparação sem e com deslocamento calculado a partir da correlação cruzada entre os dados amostrais de precipitação acumulada semanalmente e de *IMFA* no horizonte de estudo das cidades mineiras de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas. A defasagem máxima positiva obtida entre duas séries temporais com grau de confiança de 95% foi de 7 semanas para a cidade de Caratinga (valor máximo da correlação foi 0,46905), 8 semanas para a cidade de Lavras (valor máximo da correlação foi 0,45628) e 5 semanas para a cidade de Sete Lagoas (valor máximo da correlação foi 0,61693). Segundo

a classificação de (DANCEY; REIDY, 2004), a intensidade de cada correlação foi forte para as três cidades.

Figura 8 – Correlação cruzada e comparação entre os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* e os dados de precipitação acumulada semanalmente com deslocamento calculado a partir correlação cruzada no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.

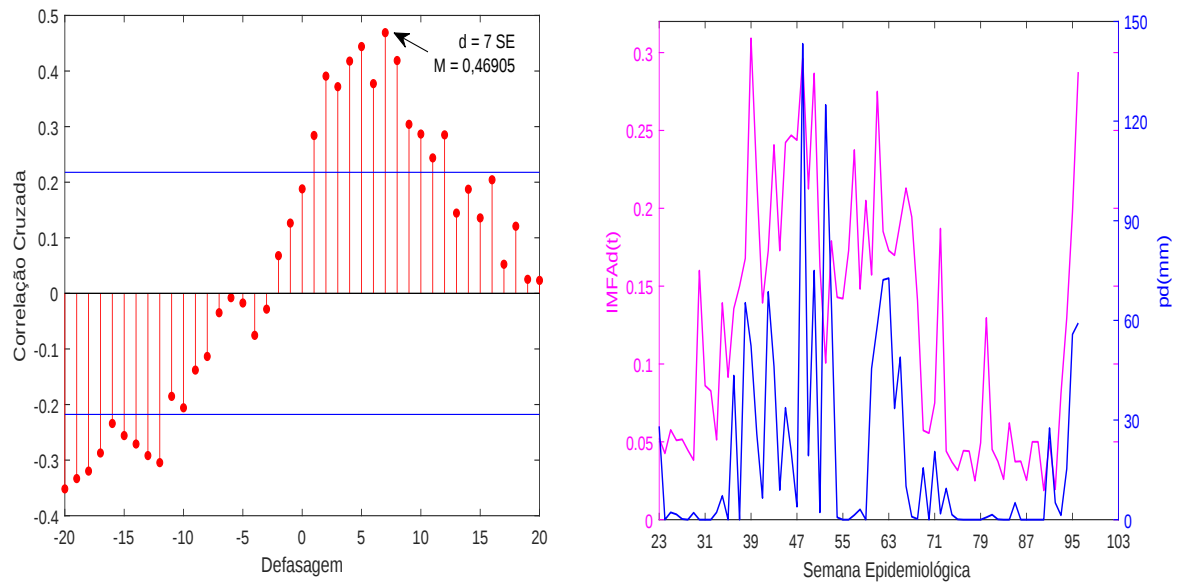


Figura 9 – Correlação cruzada e comparação entre os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* e os dados de precipitação acumulada semanalmente com deslocamento calculado a partir correlação cruzada no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

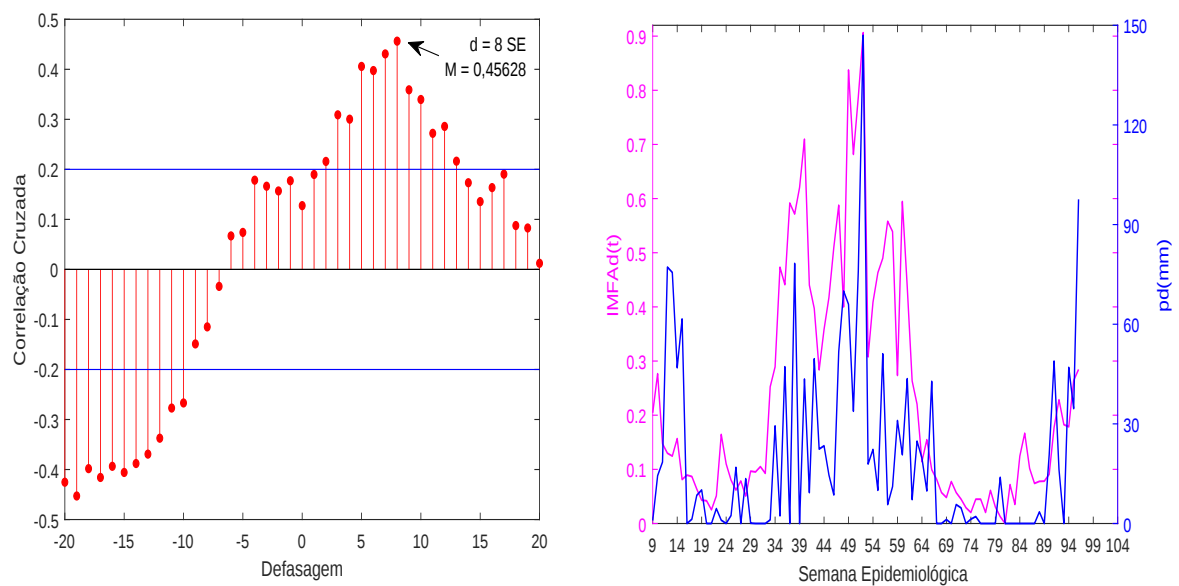
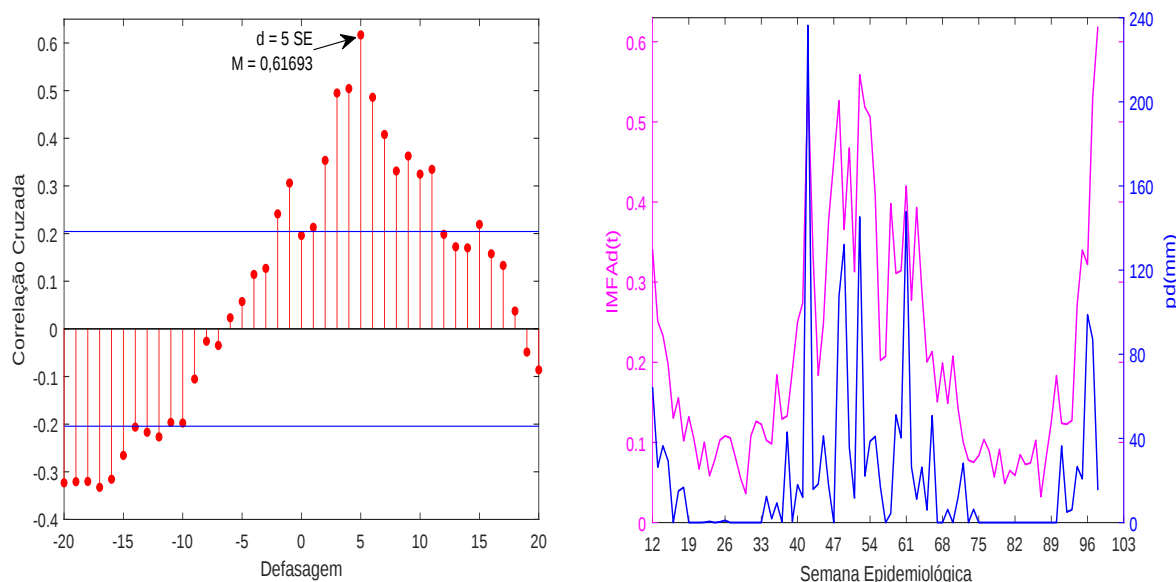


Figura 10 – Correlação cruzada e comparação entre os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* e os dados de precipitação acumulada semanalmente com deslocamento calculado a partir correlação cruzada no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.



O piso e o teto das faixas permitidas para a potência r da equação (2) obedeceram a coexistência das populações do *Aedes app.* durante todo horizonte de estudo em cada cidade.

A Figura 11 ilustra a evolução de s^2 dado pela equação (3) em função da potência r , com $r \in [0, 1 \ 1, 0]$ e passo $h = 0,01$. Neste intervalo os valores da potência r que minimizam o s^2 estão associados às defasagens de duas, três e quatro semanas para a cidade de Caratinga; de três e cinco semanas para a cidade de Lavras; e de três semanas para a cidade de Sete Lagoas.

A potência r juntamente com a intensidade da correlação M e o fator escala λ relativos ao menor valor de s^2 associada a cada defasagem da respectiva cidade estão ilustrados na Tabela 4. Para avaliar a dinâmica da população de fêmeas pós repasto sanguíneo do modelo (1) foi considerado a potência r relativa ao menor valor de s^2 do horizonte de estudo em cada uma das três cidades mineiras.

As Figuras 12-14 ilustram a comparação qualitativa entre os dados simulados de fêmeas pós repasto sanguíneo e os dados amostrais de *IMFA*, sem e com deslocamento calculado a partir da correlação cruzada e do fator escala em cada uma das três cidades mineiras. A evolução de F_2 seguiu a tendência de evolução do *IMFA* com um atraso médio entre os picos e os vales de quatro semanas para a cidade de Caratinga, de cinco semanas para a cidade de Lavras e de três semanas para a cidade de Sete Lagoas.

Figura 11 – Dependência do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d com a potência r do modelo (1), em que $r \in [0, 1]$ e passo $h = 0,01$ para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

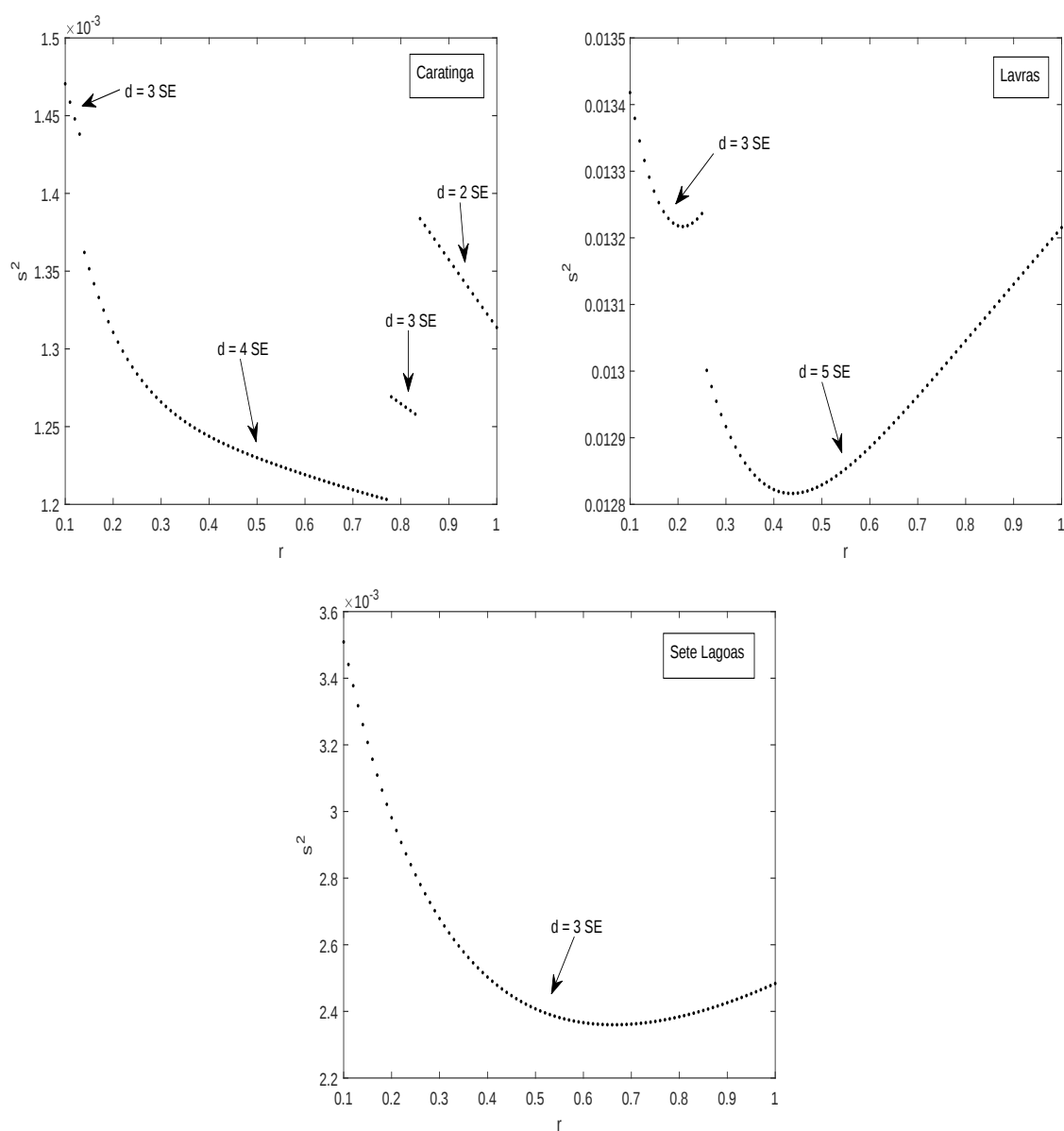


Tabela 4 – Defasagem d , valor máximo da correlação M , fator escala λ , erro quadrático médio s^2 e valor ótimo da potência r resultante da comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo simulados no modelo (1) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

Correlação Cruzada	d	M	λ	s^2	r
Caratinga (Minas Gerais, Brasil)					
$(F_2, IMFA)$	2 SE	0,72065	0,36663	$1,31378 \cdot 10^{-3}$	1,00
$(F_2, IMFA)$	3 SE	0,70863	0,32823	$1,25810 \cdot 10^{-3}$	0,83
$(F_2, IMFA)$	4 SE	0,70695	0,31658	$1,20324 \cdot 10^{-3}$	0,77
Lavras (Minas Gerais, Brasil)					
$(F_2, IMFA)$	3 SE	0,63738	0,27931	$1,32169 \cdot 10^{-2}$	0,21
$(F_2, IMFA)$	5 SE	0,61541	0,38998	$1,28164 \cdot 10^{-2}$	0,44
Sete Lagoas (Minas Gerais, Brasil)					
$(F_2, IMFA)$	3 SE	0,85489	0,49848	$2,35993 \cdot 10^{-3}$	0,66

Figura 12 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.

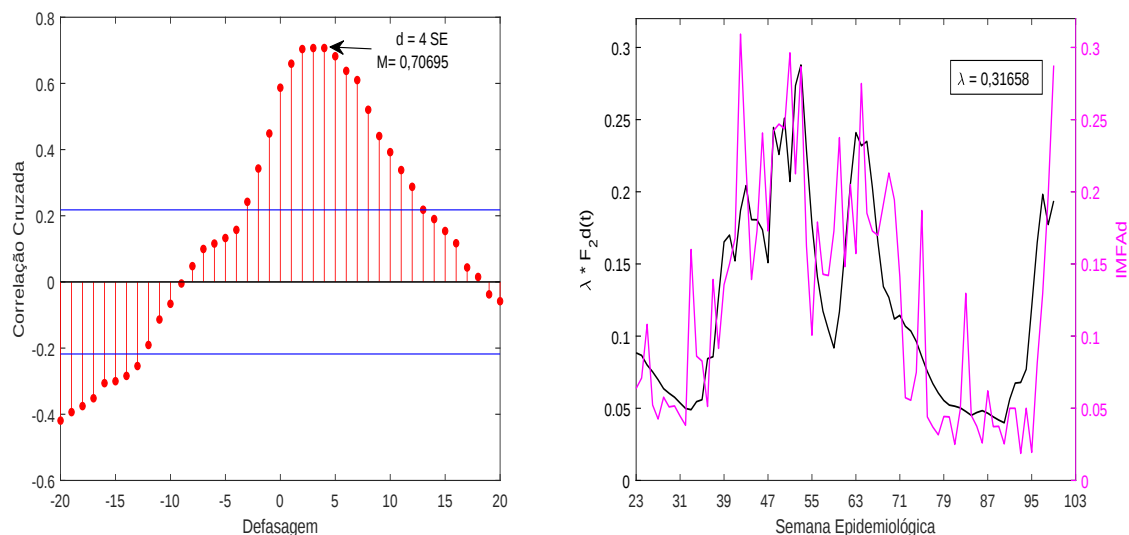


Figura 13 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

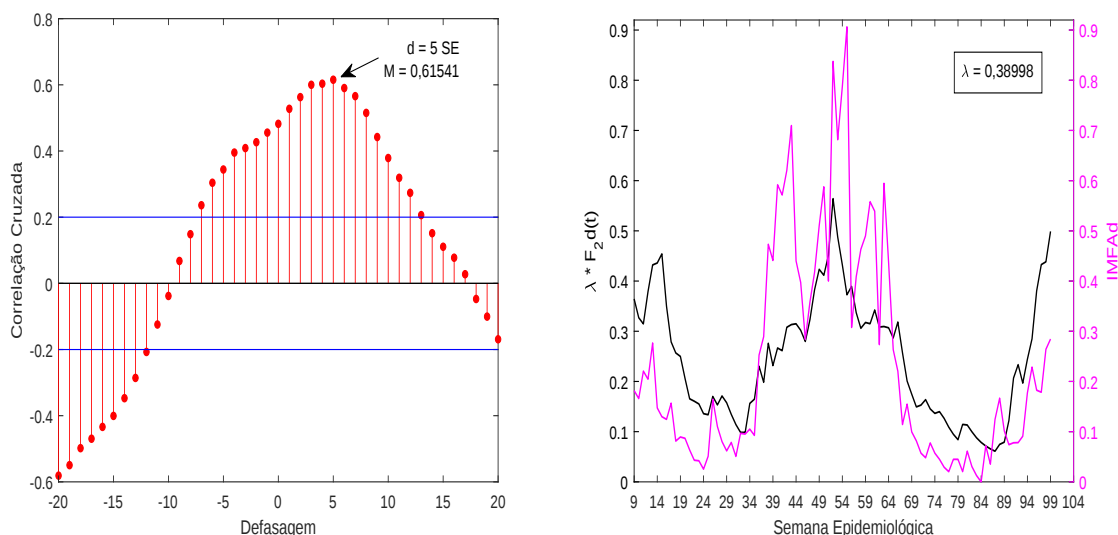
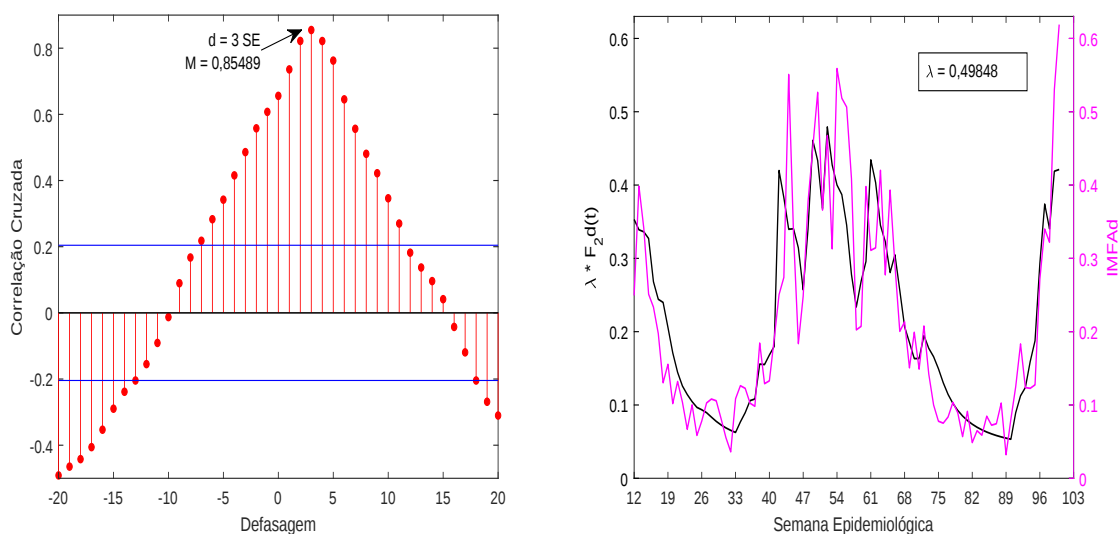


Figura 14 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo (1) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.



Capítulo 5

Modelo com dois compartimentos sob influência de precipitação

Neste capítulo foi proposto e analisado um modelo matemático determinístico com dois compartimentos para descrever o ciclo de vida do *Aedes* spp. sob influência de precipitação acumulada em cada unidade de tempo de uma determinada área geográfica e de possíveis cenários de intervenções de controle do mosquito. A fase imatura foi representada por uma única população, compreendendo ovos, larvas e pupas. A fase alada foi representada pela população de fêmeas. Optou-se pela redução do número de populações do modelo a fim de se controlar a complexidade da metaheurística utilizada para indicar possíveis cenários de intervenções de controle do mosquito. Contudo, houve o cuidado de tentar recuperar o realismo do comportamento de trabalhos anteriores ([BARSANTE, 2012](#); [BARSANTE et al., 2018](#)).

5.1 Modelagem Matemática

O modelo descreve a dinâmica do ciclo de vida do *Aedes* spp., de modo que parte dos parâmetros entomológicos do mosquito sejam dependentes de precipitação acumulada em cada unidade de tempo $p(t)$ de uma determinada área geográfica. Este modelo é representado por um sistema com dois compartimentos: fase imatura (ovos, larvas e pupas) $I(t)$ e fase alada (fêmeas em fase de oviposição).

As taxas entomológicas e de controle adicional são dadas por:

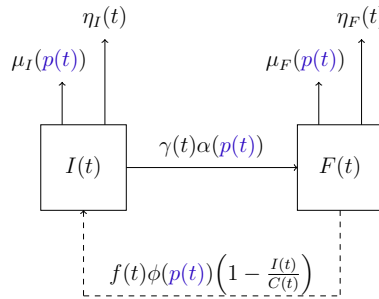
- f representa a fração de ovos viáveis que a fêmea em fase de oviposição deposita em potenciais criadouros do mosquito;
- ϕ representa a taxa de oviposição por unidade de fêmea em potenciais criadouros;
- C representa a capacidade ambiental associada à abundância de nutrientes, espaço, potenciais criadouros, dentre outros;

- α representa a taxa de desenvolvimento da população da fase imatura para a população alada, onde uma fração γ são de fêmeas em fase de oviposição;
- μ representa a taxa de mortalidade natural específica de cada compartimento;
- η representa a taxa de mortalidade adicional específica de cada compartimento.

Supomos que a população de fêmeas em fase de oviposição $F(t)$ contribui depositando seus ovos viáveis a uma taxa de oviposição por unidade de indivíduo dada por $f\phi(p) \left(1 - \frac{I(t)}{C}\right)$. A expressão dentro dos parênteses constitui um fator do tipo logístico que promove uma redução da taxa de oviposição por unidade de fêmea em fase de oviposição $\phi(p)$ em potenciais criadouros com densidades de mosquitos nas fases imaturas altas se comparadas com C (MONTROYA; LOAIZA; MUÑOZ, 2015).

A Figura 15 ilustra o diagrama compartimental do modelo (15) com dependência de precipitação acumulada.

Figura 15 – Diagrama da dinâmica populacional do *Aedes* spp. com dependência de precipitação do modelo (15).



O sistema de equações diferenciais não lineares que representa a dinâmica das populações do *Aedes* spp. com dependência de precipitação acumulada é descrito por:

$$\begin{cases} \frac{dI(t)}{dt} = f(t)\phi(p(t)) \left(1 - \frac{I(t)}{C(t)}\right) F(t) - (\alpha(p(t)) + \mu_I(p(t)) + \eta_I(t))I(t) \\ \frac{dF(t)}{dt} = \gamma(t)\alpha(p(t))I(t) - (\mu_F(p(t)) + \eta_F(t))F(t) . \end{cases} \quad (15)$$

A região do espaço de estados deste sistema é definida por:

$$\Gamma = \{(I, F) \in \mathbb{R}^2 | I \geq 0, F \geq 0 \text{ e } 0 \leq I \leq C\}.$$

Assim, todas as populações são não negativas e a população da fase imatura não excede a capacidade do meio.

5.2 Parametrização

A dependência da taxa de oviposição da fêmea em fase de oviposição (ϕ), da taxa de desenvolvimento (α) e das taxas de mortalidade natural (μ_I, μ_F) do *Aedes* spp. com a precipitação é descrita por:

$$\pi(p) = \pi_{min} + (\pi_{max} - \pi_{min}) \left(\frac{p - p_{min}}{p_{max} - p_{min}} \right)^r, \quad (16)$$

em que π representa genericamente o parâmetro entomológico de interesse; π_{min} e π_{max} representam, respectivamente, o valor máximo e o valor mínimo do parâmetro entomológico de interesse; p_{min} e p_{max} representam, respectivamente, o valor máximo e o valor mínimo de precipitação no horizonte de estudo; p representa a precipitação acumulada em cada unidade de tempo e $r = 0,7$.

A faixa dos parâmetros entomológicos com dependência de precipitação utilizada na simulação do modelo (15) está descrita na Tabela 5.

Tabela 5 – Faixa dos parâmetros entomológicos do *Aedes* spp. adotada no modelo (15).

Parâmetro	Faixa	Fonte	Unidade
α	0,02615 - 0,11612	(YANG, 2014)	dias ⁻¹
μ_I	0,01397 - 0,06001		
ϕ	1,060327 - 8,294997	(YANG, 2017)	
μ_F	0,035859 - 0,028773		

Os demais parâmetros do modelo (15) foram considerados constantes ao longo de todo o horizonte de estudo e estão descritos na Tabela 6.

Tabela 6 – Valor dos parâmetros entomológicos do *Aedes* spp. adotado no modelo (15).

Parâmetro	Valor	Referência	Unidade
f	0,5	(YANG et al., 2016)	-
γ			
C	1,0	(YANG, 2017)	

5.3 Pontos de Equilíbrio

As populações do *Aedes* spp. representadas no sistema (15) foram dadas em termos relativos à capacidade do meio, C . Observe que este sistema é não autônomo, pois parte de seus coeficientes dependem de precipitação que, por sua vez, depende do tempo. De forma análoga ao modelo (1), a precipitação acumulada será substituída por valores diários e estas relações são exatas em cada período que as taxas permaneçam constantes. Desta forma, podemos considerar o sistema (15) autônomo a cada dia, sendo possível identificar dois pontos de equilíbrio, dados por:

- Equilíbrio livre de infestação do mosquito:

$$P_0 = (I^*, F^*) = (0, 0). \quad (17)$$

- Equilíbrio com infestação do mosquito:

$$P_1 = (I^{**}, F^{**}) = \left(C \left(1 - \frac{(\alpha + \mu_I + \eta_I)(\mu_F + \eta_F)}{f\phi\gamma\alpha} \right), \frac{\gamma\alpha}{(\mu_F + \eta_F)} I^{**} \right). \quad (18)$$

5.4 Número de Descendentes Basal

O sistema (15) pode ser reescrito como:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = V - W; \quad (19)$$

em que

$$V = \begin{bmatrix} f\phi \left(1 - \frac{I}{C} \right) F \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } W = \begin{bmatrix} (\alpha + \mu_I + \eta_I) I \\ (\mu_F + \eta_F) F - \gamma\alpha I \end{bmatrix}.$$

As matrizes jacobianas de nascimento $\mathcal{V}$ e de transição $\mathcal{W}$ associadas ao sistema (19) e avaliadas no ponto equilíbrio livre de infestação do mosquito, dado pela equação (17), são definidas por:

$$\mathcal{V} = \frac{\partial V}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{P_0} = \begin{bmatrix} 0 & f\phi \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } \mathcal{W} = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{X}} \Big|_{P_0} = \begin{bmatrix} (\alpha + \mu_I + \eta_I) & 0 \\ -\gamma\alpha & (\mu_F + \eta_F) \end{bmatrix}.$$

A matriz inversa de $\mathcal{W}$ é dada por:

$$\mathcal{W}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(\alpha + \mu_I + \eta_I)} & 0 \\ \frac{\gamma\alpha}{(\alpha + \mu_I + \eta_I)(\mu_F + \eta_F)} & \frac{1}{(\mu_F + \eta_F)} \end{bmatrix}.$$

A matriz de próxima geração $\mathcal{V}\mathcal{W}^{-1}$ é dada por:

$$\mathcal{V}\mathcal{W}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{f\phi\gamma\alpha}{(\alpha + \mu_I + \eta_I)(\mu_F + \eta_F)} & \frac{f\phi}{(\mu_F + \eta_F)} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Os autovalores da matriz (20) são as raízes da equação característica, representado por:

$$p(\rho) = -\rho \left(\frac{f\phi\gamma\alpha}{(\alpha + \mu_I + \eta_I)(\mu_F + \eta_F)} - \rho \right) = 0,$$

em que I é a matriz identidade de ordem 2 e

$$\rho_1 = 0,$$

$$\rho_2 = \frac{f\phi\gamma\alpha}{(\alpha + \mu_I + \eta_I)(\mu_F + \eta_F)}.$$

O raio espectral da matriz de próxima geração, denotado por $\rho(\mathcal{V}\mathcal{W}^{-1})$ é descrito por:

$$\rho(\mathcal{V}\mathcal{W}^{-1}) = \frac{f\phi\gamma\alpha}{(\alpha + \mu_I + \eta_I)(\mu_F + \eta_F)}.$$

Portanto, o número de descendentes basal é dado por

$$Q_0 = \rho(\mathcal{V}\mathcal{W}^{-1}) = \frac{f\phi\gamma\alpha}{(\alpha + \mu_I + \eta_I)(\mu_F + \eta_F)}. \quad (21)$$

Note que Q_0 não depende da capacidade do meio C e $Q_0 \geq 0$, pois todos os parâmetros do sistema são positivos. Biologicamente, Q_0 pode ser interpretado como o produto da fração da população imatura que sobrevive e emerge para a fase adulta como fêmea $\left(\frac{\gamma\alpha}{\alpha + \mu_I + \eta_I} \right)$ e da fração de ovos viáveis gerados durante a sobrevivência da fêmea $\left(\frac{f\phi}{\mu_F + \eta_F} \right)$.

O ponto de equilíbrio com infestação do mosquito, dado pela equação (18), pode ser escrito em função de Q_0 . Logo,

$$P_1 = (I^{**}, F^{**}) = \left(C \left(1 - \frac{1}{Q_0} \right), \frac{\gamma\alpha}{(\mu_F + \eta_F)} I^{**} \right).$$

Observe que se $Q_0 = 1$, o ponto de equilíbrio P_1 é biologicamente trivial, pois $P_1 = P_0$. Se $Q_0 \geq 1$, o ponto de equilíbrio P_1 terá significado biológico. A condição $Q_0 > 1$ pode ser reescrita como

$$\phi > \phi^{th} \equiv \frac{(\alpha + \mu_I + \eta_I)(\mu_F + \eta_F)}{f\gamma\alpha}.$$

Portanto, $\phi = \phi^{th}$ é o limiar da taxa de oviposição para ocorrer infestação de mosquitos.

5.5 Análise de Estabilidade

O estudo da análise da estabilidade dos pontos de equilíbrio P_0 e P_1 do sistema (15) foi realizado a partir do traço (T) e do determinante (D) da matriz jacobiana (J) associada ao sistema. Por meio dos Teoremas (3) e (4) foi possível verificar esta estabilidade.

Teorema 3 *O ponto de equilíbrio livre de infestação de mosquito P_0 é uma sela instável se $Q_0 > 1$ e nó assintoticamente estável se $0 < Q_0 < 1$.*

Demonstração 3 *A matriz jacobiana associada ao ponto de equilíbrio P_0 é descrita por:*

$$J_{P_0} = \begin{bmatrix} -(\alpha + \mu_I + \eta_I) & f\phi \\ \gamma\alpha & -(\mu_F + \eta_F) \end{bmatrix}. \quad (22)$$

Os autovalores da matriz (22) são raízes do polinômio característico, representado por:

$$p(\lambda) = \det(J_{P_0} - I\lambda) = \lambda^2 + T_{J_{P_0}}\lambda + D_{J_{P_0}},$$

em que I é a matriz identidade de ordem 2, $T_{J_{P_0}}$ e $D_{J_{P_0}}$ são, respectivamente, o traço e o determinante da matriz (22), dados por:

$$T_{J_{P_0}} = -[(\alpha + \mu_I + \eta_I) + (\mu_F + \eta_F)] < 0 \text{ e } D_{J_{P_0}} = (\alpha + \mu_I + \eta_I)(\mu_F + \eta_F)(1 - Q_0).$$

Se $Q_0 > 1$, o determinante de J_{P_0} é negativo ($D_{J_{P_0}} < 0$), o que implica que existem dois autovalores reais de J_{P_0} com sinais opostos. Portanto, o ponto de equilíbrio P_0 é uma sela instável.

Se $0 < Q_0 < 1$, então o determinante de J_{P_0} é positivo. Como o traço de J_{P_0} é negativo e $T_{J_{P_0}}^2 - 4D_{J_{P_0}} = [(\alpha + \mu_I + \eta_I) - (\mu_F + \eta_F)]^2 + 4f\phi\gamma\alpha > 0$, temos que os autovalores de J_{P_0} são reais e negativos, e o ponto de equilíbrio P_0 é um nó assintoticamente estável.

Teorema 4 O ponto de equilíbrio com infestação de mosquito P_1 é uma sela instável se $0 < Q_0 < 1$ e nó assintoticamente estável se $Q_0 > 1$.

Demonstração 4 A matriz jacobiana associada ao ponto de equilíbrio P_1 é descrita por:

$$J_{P_1} = \begin{bmatrix} \frac{-f\phi\gamma\alpha}{(\mu_F + \eta_F)} & \frac{f\phi}{Q_0} \\ \gamma\alpha & -(\mu_F + \eta_F) \end{bmatrix}. \quad (23)$$

Os autovalores da matriz (23) são raízes do polinômio característico, representado por:

$$p(\lambda) = \det(J_{P_1} - I\lambda) = \lambda^2 + T_{J_{P_1}}\lambda + D_{J_{P_1}},$$

em que I é a matriz identidade de ordem 2, $T_{J_{P_1}}$ e $D_{J_{P_1}}$ são, respectivamente, o traço e o determinante da matriz (23), dados por:

$$T_{J_{P_1}} = - \left[\frac{f\phi\gamma\alpha}{(\mu_F + \eta_F)} + (\mu_F + \eta_F) \right] < 0 \text{ e } D_{J_{P_1}} = f\phi\gamma\alpha \left(1 - \frac{1}{Q_0} \right).$$

Se $0 < Q_0 < 1$, o determinante de J_{P_1} é negativo, o que implica que existem dois autovalores reais de J_{P_1} com sinais opostos. Portanto, o ponto de equilíbrio P_1 é uma sela instável.

Se $Q_0 > 1$, então o determinante de J_{P_1} é positivo. Como o traço de J_{P_1} é negativo e $T(J_{P_1})^2 - 4D(J_{P_1}) = \left[\frac{f\phi\gamma\alpha}{(\mu_F + \eta_F)} - (\mu_F + \eta_F) \right]^2 + 4(\alpha + \mu_I + \eta_I)(\mu_F + \eta_F) > 0$, temos que os autovalores de J_{P_1} são reais e negativos, e o ponto de equilíbrio P_1 é um nó assintoticamente estável.

Além disso, em $Q_0 = 1$ há uma bifurcação sela-nó.

5.6 Análise de Sensibilidade do Número de Descendentes Basal

De forma análoga ao estudo realizado no modelo (1), avaliamos o índice de sensibilidade normalizada do número de descendentes basal em relação a cada parâmetro da equação (21). A Tabela 7 ilustra a expressão analítica da sensibilidade local de Q_0 em relação aos parâmetros que compõem a equação (21) considerando os cenários sem e com intervenções de controle nas populações do mosquito. A taxa de oviposição da fêmea (ϕ), a taxa de desenvolvimento (α), a fração de imaturos que transformaram em fêmeas (γ) e a fração de ovos viáveis (f) estão correlacionadas positivamente a Q_0 , enquanto que as taxas de mortalidade natural (μ_I , μ_F) e adicional (η_I , η_F) estão correlacionadas negativamente a Q_0 . Observe que o efeito dos parâmetros f , γ e ϕ são invariantes nos cenários sem e com intervenção de controle. No cenário sem intervenção de controle, os parâmetros que mais afetam Q_0 são a taxa de oviposição da fêmea (ϕ), a fração de imaturos que transformaram em fêmeas (γ), a fração de ovos viáveis (f) e a taxa de mortalidade natural de fêmeas (μ_F). Por exemplo, se μ_F é aumentado (ou diminuído) em 10%, então Q_0 diminui (ou aumenta) também em 10%. Impacto oposto sofre Q_0 , se variarmos f e ϕ . Por exemplo, se ϕ é aumentado (ou diminuído) em 10%, então Q_0 aumenta (ou diminui) também em 10%. Com a implantação de intervenções de controle, ocorre um aumento da sensibilidade de α (correlacionada positivamente), u_I (correlacionada negativamente) e u_F (correlacionada negativamente) com Q_0 e uma redução da sensibilidade de μ_I (correlacionada negativamente) e μ_F (correlacionada negativamente) com Q_0 . Portanto, intervenções de controle que reduzem a oviposição de ovos viáveis a se tornarem fêmeas adultas e que aumentem a mortalidade adicional dos mosquitos, poderão minimizar a infestação do mosquito de uma determinada região geográfica.

5.7 Controle

Buscando investigar a taxa de mortalidade adicional e o horizonte mais adequado para realizar controle mecânico na população imatura e controle químico na população de fêmeas em fase de oviposição do *Aedes* spp., foram consideradas três aplicações do respectivo controle nas intervenções primavera, verão, outono, primavera-verão e verão-outono em uma determinada área geográfica. Segundo (JÚNIOR, 2009) a estação verão é composta pelos meses de janeiro, fevereiro e março; a estação outono contempla os meses de abril, maio e junho; a estação inverno contempla os meses de julho, agosto e setembro; e a estação primavera contempla os meses de outubro, novembro e dezembro. As estações do ano foram consideradas de três formas e na seguinte ordem: (i) primavera (estação 1) - verão (estação 2) - outono (estação 3) - inverno (estação 4); (ii) verão (estação 1) - outono (estação 2) - inverno (estação 3) - primavera (estação 4); e (iii) outono (estação 1) - inverno

Tabela 7 – Índice de sensibilidade normalizada do número de descendentes basal do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenções de controle do modelo (15).

Parâmetro	Sensibilidade Sem Controle	Sensibilidade Com Controle
f	+1	+1
ϕ		
γ		
α	$\frac{\mu_I}{(\alpha + \mu_I)} \in (0,1)$	$\frac{(\mu_I + u_I)}{(\alpha + \mu_I + u_I)} \in (0,1)$
μ_I	$-\frac{\mu_I}{(\alpha + \mu_I)} \in (-1,0)$	$-\frac{\mu_I}{(\alpha + \mu_I + u_I)} \in (-1,0)$
μ_F	-1	$-\frac{\mu_F}{(\mu_F + u_F)} \in (-1,0)$
u_I	0	$-\frac{u_I}{(\alpha + \mu_I + u_I)} \in (-1,0)$
u_F		$-\frac{u_F}{(\mu_F + u_F)} \in (-1,0)$

(estação 2) - primavera (estação 3) - verão (estação 4). Neste contexto, os primeiros 91 de dias do ano correspondem a estação 1, os 91 de dias seguintes correspondem a estação 2, e assim até a estação 4. Optou-se por não aplicar controle no último dia de cada estação. As intervenções foram realizadas das seguintes formas:

- Intervenções realizadas exclusivamente dentro de uma única estação do ano (primavera P, verão V e outono O): a primeira aplicação de controle foi realizada dentro dos primeiros 30 dias da estação; a segunda aplicação de controle foi realizada entre os dias 31 e 60 da estação; e a terceira aplicação foi realizada entre os dias 61 e 90 da estação;
- Intervenções realizadas em duas estações do ano:
 - Na intervenção primavera-verão (Tipo I) P-V(I), duas aplicações de controle ocorreram na primavera e uma no verão: a primeira aplicação foi realizada dentro dos primeiros 45 dias da estação primavera; a segunda aplicação foi realizada dentro dos últimos 45 dias da estação primavera; e a terceira aplicação foi realizada dentro dos primeiros 45 dias da estação verão;
 - Na intervenção primavera-verão (Tipo II) P-V(II), uma aplicação de controle ocorreu na primavera e duas no verão: a primeira aplicação foi realizada dentro dos últimos 45 dias da estação primavera; a segunda aplicação foi realizada

dentro dos primeiros 45 dias da estação verão; e a terceira aplicação dentro dos últimos 45 dias da estação verão;

- Na intervenção verão-outono (Tipo I) V-O(I), duas aplicações de controle ocorreram no verão e uma no outono: a primeira aplicação foi realizada dentro dos primeiros 45 dias da estação verão; a segunda aplicação foi realizada dentro dos últimos 45 dias da estação verão; e a terceira aplicação foi realizada dentro dos primeiros 45 dias da estação outono;
- Na intervenção verão-outono (Tipo II) V-O(II), uma aplicação de controle ocorreu no verão e duas no outono: a primeira aplicação foi realizada dentro dos últimos 45 dias da estação verão; a segunda aplicação foi realizada dentro dos primeiros 45 dias da estação outono; e a terceira aplicação dentro dos últimos 45 dias da estação outono.

Nestas intervenções, uma quantidade constante de controle será aplicada em cada população do *Aedes spp.* por um tempo fixo. A quantidade η_I^i será aplicada durante 14 dias na fase imatura, a partir do dia t_I^i e dura até o dia $(t_I^i + 13)$ em cada uma das três aplicações da específica intervenção. Analogamente, uma quantidade η_F^i será aplicada durante 7 dias na fase alada, a partir do dia t_F^i e dura até o dia $(t_F^i + 6)$ em cada uma das três aplicações da específica intervenção, em que $i = 1, 2, 3$.

A função objetivo J do problema de otimização é dada pela equação (24) e apresenta a restrição (25) para a intervenção nas estações primavera, verão e outono; a restrição (26) para as intervenções primavera-verão (tipo I) e verão-outono (tipo I); e a restrição (27) para as intervenções primavera-verão (tipo II) e verão-outono (tipo II). Assume-se que a redução da população imatura desempenha um papel essencial no controle do *A. aegypti*. Assim, J é formada pela combinação linear de integrais sobre o tempo de aplicação de controle de funções quadráticas, cujos coeficientes são os custos relativos de cada modalidade de controle. Portanto, J é composta pela soma ponderada do custo com o controle (mecânico e químico: parcelas 1 e 2) e do custo social de pessoas infectadas (medidas de acordo com o número de mosquitos imaturos e fêmeas fertilizadas em fase de oviposição: parcelas 3 e 4). Neste funcional as parcelas não representam custo financeiro. Cabe destacar que os termos quadráticos são usuais em problemas de otimização dinâmica, atuando como uma ampliação de efeitos de grande variação das variáveis (THOMÉ; YANG; ESTEVA, 2010).

$$\min_{\eta_I^i, t_I^i, \eta_F^i, t_F^i} J(\eta_I^i, t_I^i, \eta_F^i, t_F^i) = \min_{\eta_I^i, t_I^i, \eta_F^i, t_F^i} \frac{1}{2} \left(c_1 \int_{t_I^i}^{t_F^i} (\eta_I^i)^2 dt + c_2 \int_{t_I^i}^{t_F^i} (\eta_F^i)^2 dt + c_3 \int_0^{364} I^2 dt + c_4 \int_0^{364} F^2 dt \right), \quad (24)$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} \text{Modelo (15)} \\ 0 \leq \eta_I^i, \eta_F^i \leq 1; i = 1, 2, 3. \\ 1 \leq t_I^1 \leq 17; 31 \leq t_I^2 \leq 47; 61 \leq t_I^3 \leq 77; \\ 1 \leq t_F^1 \leq 24; 31 \leq t_F^2 \leq 54; 61 \leq t_F^3 \leq 84; \end{cases} \quad (25)$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} \text{Modelo (15)} \\ 0 \leq \eta_I^i, \eta_F^i \leq 1; i = 1, 2, 3. \\ 1 \leq t_I^1 \leq 32; 46 \leq t_I^2 \leq 77; 92 \leq t_I^3 \leq 123; \\ 1 \leq t_F^1 \leq 39; 46 \leq t_F^2 \leq 84; 92 \leq t_F^3 \leq 130; \end{cases} \quad (26)$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} \text{Modelo (15)} \\ 0 \leq \eta_I^i, \eta_F^i \leq 1; i = 1, 2, 3. \\ 46 \leq t_I^1 \leq 77; 92 \leq t_I^2 \leq 123; 137 \leq t_I^3 \leq 168; \\ 46 \leq t_F^1 \leq 84; 92 \leq t_F^2 \leq 130; 137 \leq t_F^3 \leq 175; \end{cases} \quad (27)$$

sendo que c_1 e c_2 representam, respectivamente, o custo relativo à intensidade de controle adicional aplicado na população imatura e na população de fêmeas em fase de oviposição; c_3 e c_4 representam, respectivamente, o custo social associado a população imatura e a população de fêmeas em fase de oviposição. Neste trabalho adotou-se $c_i = 1$, em que $i = 1, 2, 3, 4$.

Observe que a função objetivo do problema de otimização apresenta descontinuidade nas variáveis, cuja restrição apresenta um sistema dinâmico não linear dependente de precipitação de uma determinada área geográfica. Este fato torna difícil a solução analítica ou por métodos determinísticos, o que justifica o uso de heurísticas tais como os algoritmos baseados em inteligência computacional. Tais algoritmos não garantem a otimalidade global da solução, mas as soluções são geralmente de boa qualidade.

Dentre estes algoritmos destacamos os Algoritmos Genéticos, que são caracterizados pela evolução de uma população de possíveis soluções que obedecem regras estocásticas de seleção, cruzamento e mutação ao longo de suas gerações (HOLLAND, 1975), (GOLDBERG; HOLLAND, 1988), (GOLDBERG, 1989). No presente trabalho, a busca de soluções do problema de otimização foi obtida por meio do AGRP. Este algoritmo é de fácil implementação e o seu funcionamento é o seguinte:

- Cada parâmetro de otimização é descrito por uma variável real, sendo o conjunto de parâmetros armazenado em um vetor (indivíduo) com 12 posições reais $[\eta_I^1, t_I^1, \eta_I^2, t_I^2, \eta_I^3, t_I^3, \eta_F^1, t_F^1, \eta_F^2, t_F^2, \eta_F^3, t_F^3]$.

- A faixa admissível para cada coordenada do vetor de parâmetros deve ser respeitada.
- A inicialização do algoritmo se deu pela geração aleatória de uma população com $N = 200$ vetores (indivíduos) com 12 posições dentro das faixas admissíveis.
- A cada geração do AGRP uma nova população com mesmo número de indivíduos foi gerada após a sequência de operações:
 - *Cruzamento Real-Polarizado*: A cada geração divide-se a população corrente em duas metades. Para cada par formado, por exemplo x_1 e x_2 indivíduos (pais) é verificado se ocorre cruzamento ou não, com probabilidade de 0,90. Em caso afirmativo, são gerados dois novos indivíduos (filhos) x_g . Considere $J(x_2) < J(x_1)$. Então:

$$x_g = \alpha x_1 + (1 - \alpha)x_2$$

$$-0,1 < \alpha < 1,1$$

Para a geração de α é verificado se o cruzamento será polarizado ou não-polarizado, com probabilidade de 0,30 para ser polarizado. Em caso afirmativo, para um dos novos indivíduos (filhos) escolhe-se:

$$\alpha = 1,4\beta_1\beta_2 - 0,2$$

sendo β_1 e β_2 escolhidas aleatoriamente e independentemente, com distribuição de probabilidade uniforme no intervalo [0 1]. O outro indivíduo (filho) será sempre escolhido sem polarização. Cada novo indivíduo (filho) estará sobre um mesmo segmento de reta com extremos localizados de forma a ultrapassar em 0,2 os indivíduos (pais). Desta forma, torna-se possível que os novos indivíduos (filhos) estejam fora das faixas admissíveis de parâmetros. Caso isso ocorra, será realizada uma operação de reflexão do indivíduo (filho) para o interior da região admissível. A reflexão no limite inferior x_r^I e no limite superior x_r^S são definidas, respectivamente, como:

$$x_r^I = x_L + |x - x_L|$$

$$x_r^S = x_U + |x_U - x|$$

sendo x o indivíduo (filho) que viola a restrição, x_L o vetor de limite inferior e x_U o vetor de limite superior da variável de decisão. Caso a operação de cruzamento não seja polarizada, adota-se α com distribuição uniforme de probabilidade dentro do intervalo de valores possíveis para ambos os novos indivíduos (filhos) gerados. O operador de cruzamento real-polarizado possui boas características de velocidade de convergência e de robustez.

- *Mutação Gaussiana*: Em cada geração determina-se para cada indivíduo da população se o mesmo sofrerá ou não mutação, com probabilidade 0,05. Em

caso afirmativo, será somado ao indivíduo x um vetor δ cujas componentes são dadas por:

$$\delta_i = 0,05\beta_i(x_R)_i,$$

sendo β_i um número aleatório com distribuição gaussiana, média zero e variância um, e x_R corresponde ao vetor de diferença entre os valores máximos e mínimos dos parâmetros.

- *Avaliação*: Cada indivíduo da população corrente é avaliado na função objetivo J do problema de otimização.
- *Função de Ajuste*: Em cada geração calcula-se para cada indivíduo da população um valor de função de ajuste igual à proposta por (GOLDBERG, 1989). Foi adotado o valor de 1,8 para o fator de dispersão na função de ajuste.
- *Seleção por Roleta*: Em cada geração realiza-se uma seleção de 200 indivíduos dentre os 200 indivíduos existentes da população, sendo que cada indivíduo pode ser selecionado mais de uma vez. A probabilidade de um indivíduo ser selecionado corresponde ao valor da fração de sua função de ajuste em relação à soma das funções de ajuste dos demais indivíduos da população.
- *Elitismo*: Se o melhor indivíduo da população corrente não tenha sido selecionado para compor a nova população, ele será introduzido na mesma, com a exclusão de um indivíduo qualquer, escolhido aleatoriamente.
- O término do algoritmo ocorre quando for extrapolado o número máximo permitido de gerações. Foi adotado o valor de 1500 para o número máximo de gerações.

A eficiência das intervenções de controle realizadas nas populações de fêmeas em fase de oviposição do *Aedes* spp., denotada por Σ , foi calculada de acordo com (YANG; FERREIRA, 2008) e é descrita por:

$$\Sigma = \left(1 - \left(\frac{A_c}{A_s}\right)\right) \times 100, \quad (28)$$

em que A_c é a área abaixo da curva da população do mosquito com intervenção de controle e A_s a área abaixo da curva da população do mosquito sem intervenção de controle.

5.8 Experimentos Numéricos

Na validação do modelo (15) utilizou-se dados amostrais de *IMFA* e de precipitação acumulada (mm) por semana epidemiológica (SE) referentes a SE (9 - 52) de 2009 a SE (1 - 52) de 2010 da cidade de Lavras, Minas Gerais, Brasil. Neste experimento foram adotadas como condição inicial as coordenadas do ponto de equilíbrio não trivial da primeira semana epidemiológica do horizonte de estudo e não foram aplicadas ações de controle adicionais

nas populações do mosquito ($\eta_I = \eta_F = 0$). O piso e o teto das faixas permitidas para a potência r da equação (16) obedeceram a coexistência das populações do *Aedes app.* durante todo horizonte de estudo em cada cidade.

A Figura 16 ilustra a evolução de s^2 em função da potência r , com $r \in [0, 1 - 1, 0]$ e passo $h = 0,01$. Neste intervalo os valores da potência r que minimizam o s^2 estão associados às defasagens de duas e três semanas para as cidades de Caratinga e Sete Lagoas; e de duas, três e cinco semanas para a cidade de Lavras. A potência r juntamente com a intensidade da correlação M e o fator escala λ relativos ao menor valor de s^2 associada a cada defasagem da respectiva cidade estão ilustrados na Tabela 8. Para avaliar a dinâmica da população de fêmeas em fase de oviposição do modelo (15) foi considerado a potência r relativa ao menor valor de s^2 do horizonte de estudo em cada uma das três cidades mineiras.

As Figuras 17-19 ilustram a comparação qualitativa entre os dados simulados de fêmeas em fase de oviposição e os dados amostrais de *IMFA*, sem e com deslocamento calculado a partir da correlação cruzada e do fator escala em cada uma das três cidades mineiras. A evolução de F seguiu a tendência de evolução do *IMFA* com um atraso médio entre os picos e os vales de três semanas nas três cidades.

Tabela 8 – Defasagem d , valor máximo da correlação M , fator escala λ , erro quadrático médio s^2 e valor ótimo da potência r resultante da comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição simulados no modelo (15) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

Correlação Cruzada	d	M	λ	s^2	r
Caratinga (Minas Gerais, Brasil)					
$(F, IMFA)$	2 SE	0,74072	0,25993	$1,52747 \cdot 10^{-3}$	0,73
$(F, IMFA)$	3 SE	0,75051	0,19345	$1,40503 \cdot 10^{-3}$	0,39
Lavras (Minas Gerais, Brasil)					
$(F, IMFA)$	2 SE	0,67106	0,24380	$1,41629 \cdot 10^{-2}$	0,17
$(F, IMFA)$	3 SE	0,66484	0,27851	$1,41393 \cdot 10^{-2}$	0,25
$(F, IMFA)$	5 SE	0,57862	0,47467	$1,55830 \cdot 10^{-2}$	0,76
Sete Lagoas (Minas Gerais, Brasil)					
$(F, IMFA)$	2 SE	0,82632	0,31729	$3,88774 \cdot 10^{-3}$	0,35
$(F, IMFA)$	3 SE	0,83359	0,34940	$3,77695 \cdot 10^{-3}$	0,42

Figura 16 – Dependência do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d com a potência r do modelo (15), em que $r \in [0, 1]$ e passo $h = 0,01$ para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

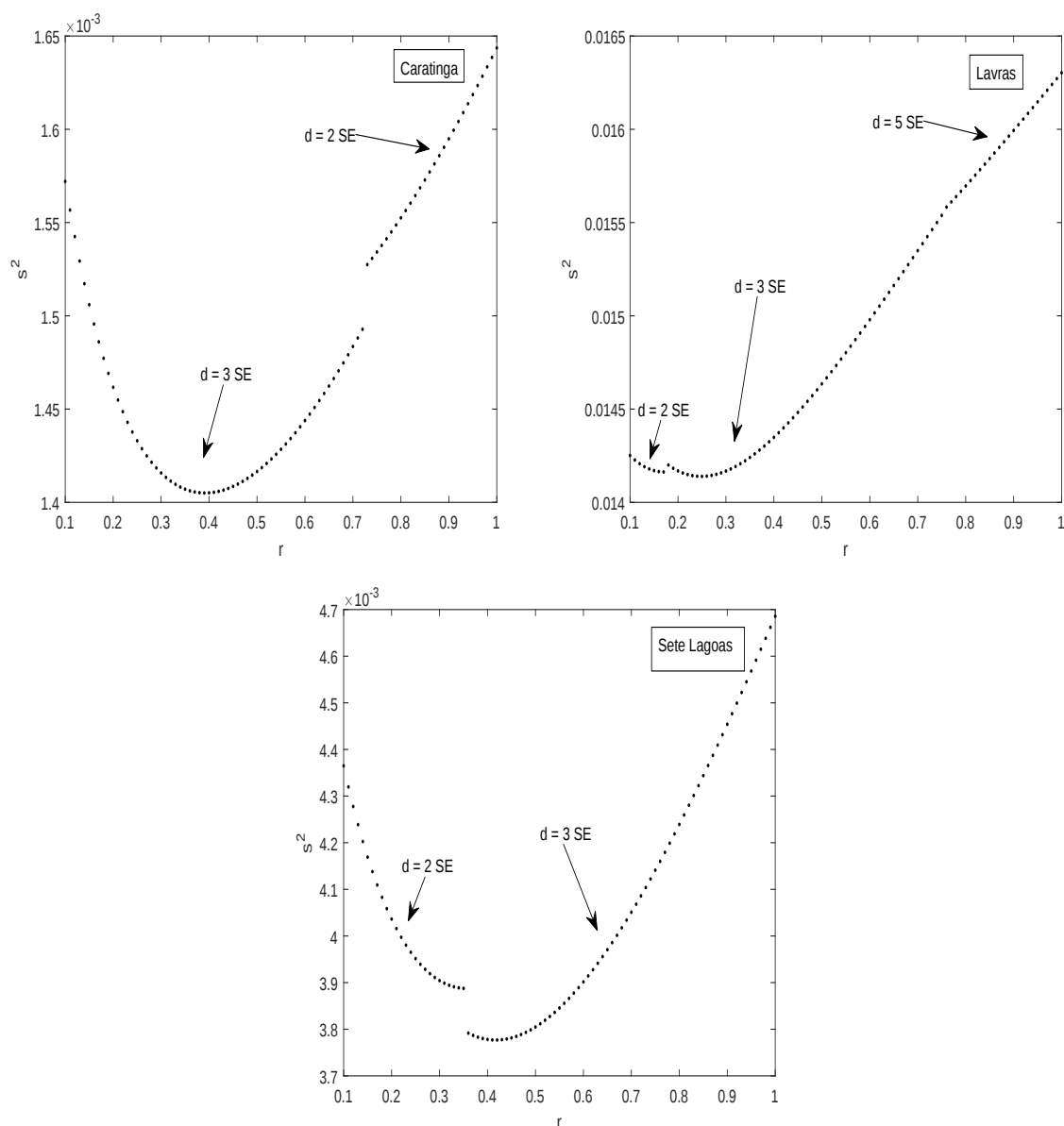


Figura 17 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (15) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.

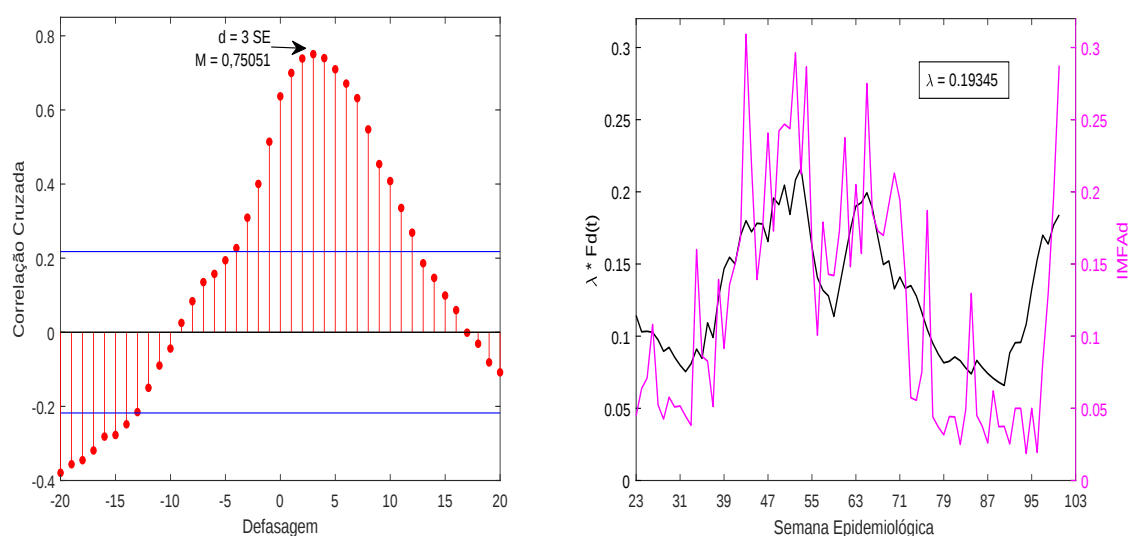


Figura 18 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (15) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

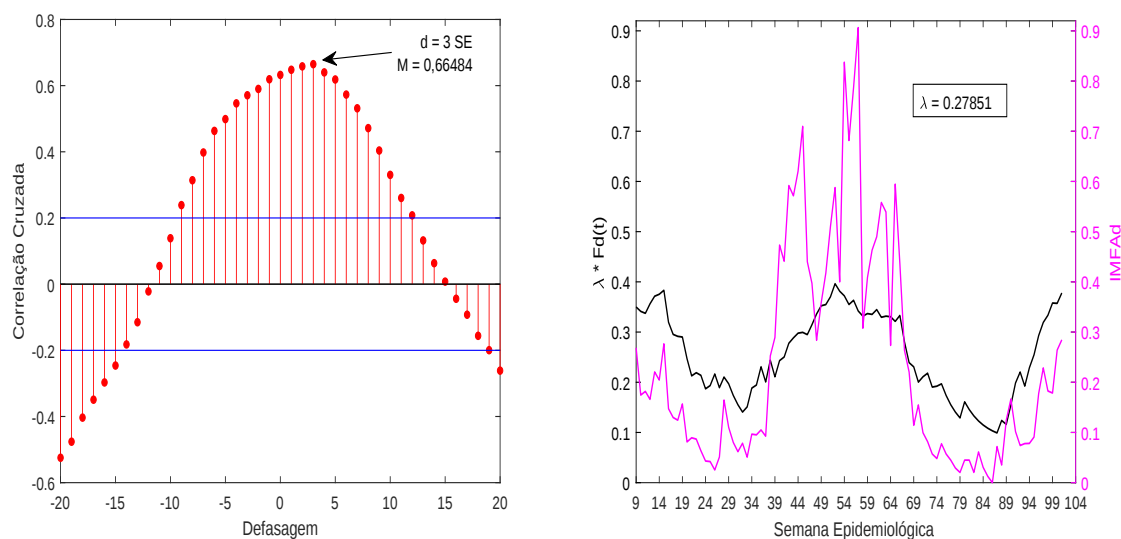
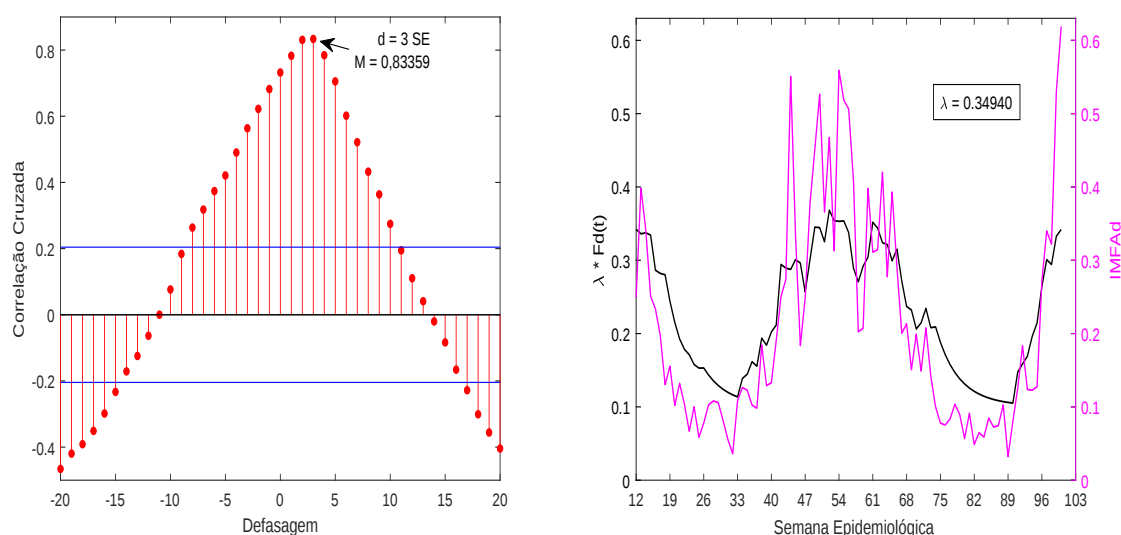


Figura 19 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (15) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.



Os parâmetros utilizados durante a execução do AGRP foram escolhidos empiricamente após a realização de inúmeros testes computacionais. Nas Figuras 20-21 as curvas justificam que esta escolha leva uma convergência do valor do funcional ótimo em todas as intervenções de controle do mosquito.

Figura 20 – Evolução do valor do funcional ótimo ao longo das gerações após as 30 execuções do Algoritmo Genético Real Polarizado considerando a intervenção de controle do *Aedes* spp. do modelo (15) nas estações primavera, verão e outono na cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

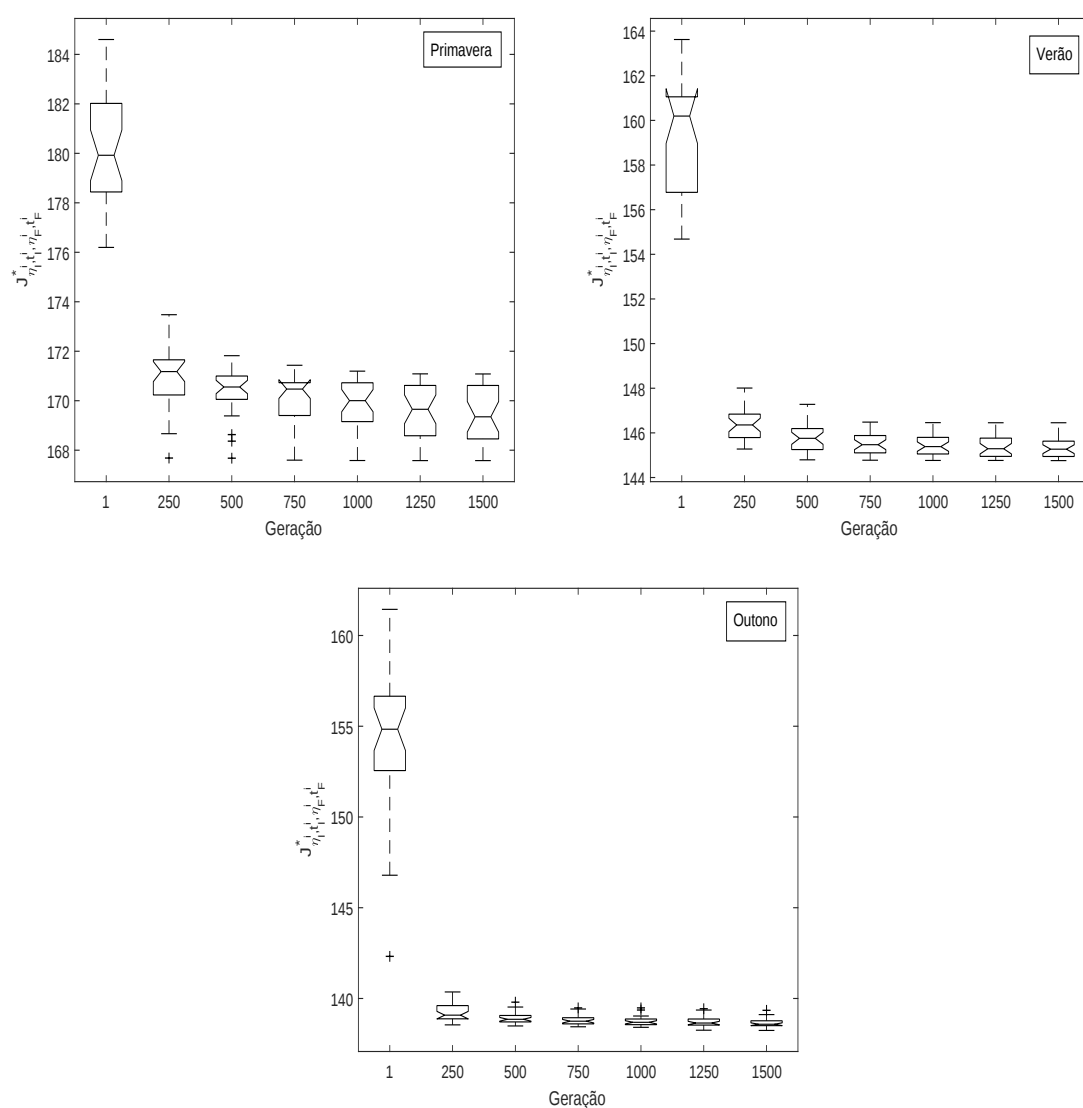
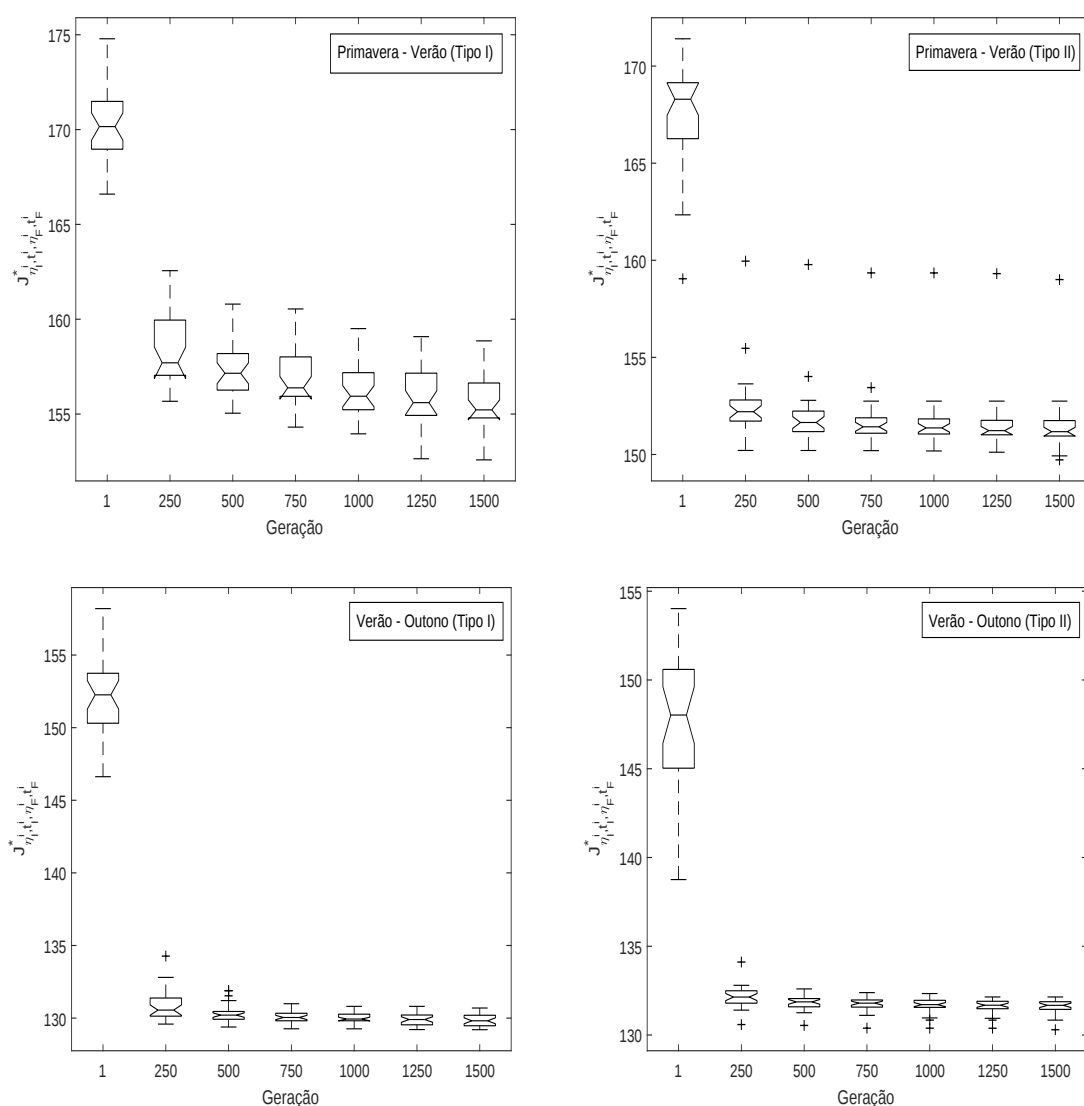


Figura 21 – Evolução do valor do funcional ótimo ao longo das gerações após as 30 execuções do Algoritmo Genético Real Polarizado considerando a intervenção de controle do *Aedes* spp. do modelo (15) nas estações primavera-verão (Tipo I), primavera-verão (Tipo II), verão-outono (Tipo I) e verão-outono (Tipo II) na cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.



O melhor valor obtido das soluções do problema de otimização foi adotado como o menor valor do funcional encontrado dentre as 30 execuções do AGRP em cada uma das intervenções de controle. Este valor foi utilizado para avaliar a dinâmica das populações do sistema (15) com intervenção de controle. A Tabela 9 representa o valor ótimo das variáveis de decisão ($\eta_I^i, t_I^i, \eta_F^i, t_F^i$), o valor do funcional ótimo (J^*), o valor do funcional sem intervenção de controle (J^0) e o valor da eficiência do controle ótimo na população de fêmeas em fase de oviposição (ϵ_F) relativa a cada uma das três intervenções de controle do mosquito nas estações primavera, primavera-verão, verão, verão-outono e outono no horizonte de estudo.

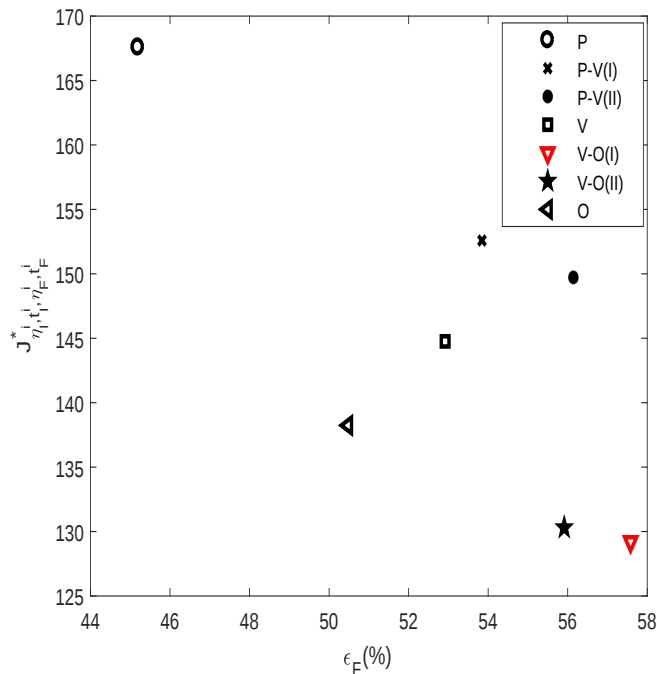
Tabela 9 – Valor ótimo das variáveis de decisão, do funcional ótimo, do funcional sem intervenção de controle e a eficiência do controle ótimo na população de fêmeas em fase de oviposição em cada intervenção de controle nas fases do *Aedes* spp. do modelo (15) para a cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

	primavera	primavera-verão (Tipo I)	primavera-verão (Tipo II)	verão	verão-outono (Tipo I)	verão-outono (Tipo II)	outono
η_I^1	0,65	0,71	0,78	0,76	0,72	0,89	0,74
t_I^1	5	6	6	17	29	61	13
η_I^2	0,75	0,64	0,88	0,85	0,89	0,78	0,85
t_I^2	43	7	121	47	8	104	44
η_I^3	0,90	0,86	0,89	0,97	0,88	0,88	0,82
t_I^3	77	122	166	75	121	162	70
η_F^1	0,99	0,99	0,99	0,99	0,98	0,99	0,99
t_F^1	5	7	6	16	29	6	14
η_F^2	0,99	0,89	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
t_F^2	47	74	121	50	78	106	47
η_F^3	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
t_F^3	80	123	167	79	123	166	74
f_1^*	12,52	11,68	15,23	15,75	14,56	15,36	13,56
f_2^*	10,50	9,76	10,49	10,49	10,41	10,49	10,48
f_3^*	144,56	131,15	124,01	118,52	104,23	104,45	114,20
J^*	167,58	152,59	149,73	144,76	129,20	130,30	138,24
J^0	302,17	302,17	302,17	290,46	290,46	290,46	290,76
$\epsilon_F(\%)$	45,19	53,84	56,14	52,92	57,58	55,91	50,48

Observe que as intervenções de controle realizadas em conjunto com o verão apresentaram eficiência maior que a intervenção realizada apenas no verão. Este fato ressalta a importância de intervenções que combinem horizontes com o verão, afim de aumentar a efetividade das ações de controle na cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil. A quantidade de controle em todas as intervenções realizadas na população de fêmeas foi intensa, aproximadamente 0,99, com exceção da quantidade aplicada na segunda intervenção da primavera-verão (Tipo I), que foi aproximadamente 0,89. Este resultado pode estar ligado ao fato do controle realizado nesta população durar a metade do tempo do controle realizado na população imatura e ambas apresentarem o mesmo custo na função objetivo.

O menor valor do funcional ótimo e a melhor eficiência do controle na população de fêmeas em fase de oviposição do mosquito ocorreu na intervenção verão-outono (Tipo I). Esta solução domina as demais soluções tanto no valor do funcional quanto na eficiência conforme a Figura 22.

Figura 22 – Eficiência do controle ótimo na população de fêmeas em fase de oviposição versus funcional ótimo em cada intervenção de controle nas fases do *Aedes* spp. do modelo (15) para a cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.



As Figuras 23 - 29 ilustram a evolução das populações do sistema (15) considerando o cenário sem e com intervenções de controle nas estações primavera, primavera-verão, verão, verão-outono e outono no horizonte de estudo da cidade mineira de Lavras. No cenário sem intervenção de controle, percebe-se que uma pequena variação na precipitação é o suficiente para manter a população imatura elevada em todos os cenários. A população de fêmeas e a taxa de infestação vetorial seguem a tendência de evolução dos índices pluviométricos. A população de fêmeas atinge seu pico máximo após os maiores registros pluviométricos da estação verão. Nas intervenções de controle utilizamos os valores ótimos das variáveis de decisão gerados no AGRP, onde verificou-se uma redução significativa das populações do mosquito. A taxa de infestação vetorial atingiu em determinado horizonte um valor menor que um ($Q_0 < 1$), possibilitando horizontes livre de infestação de mosquito na cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

Figura 23 – Evolução das populações e do número de descendentes basal do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (15) na estação primavera da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

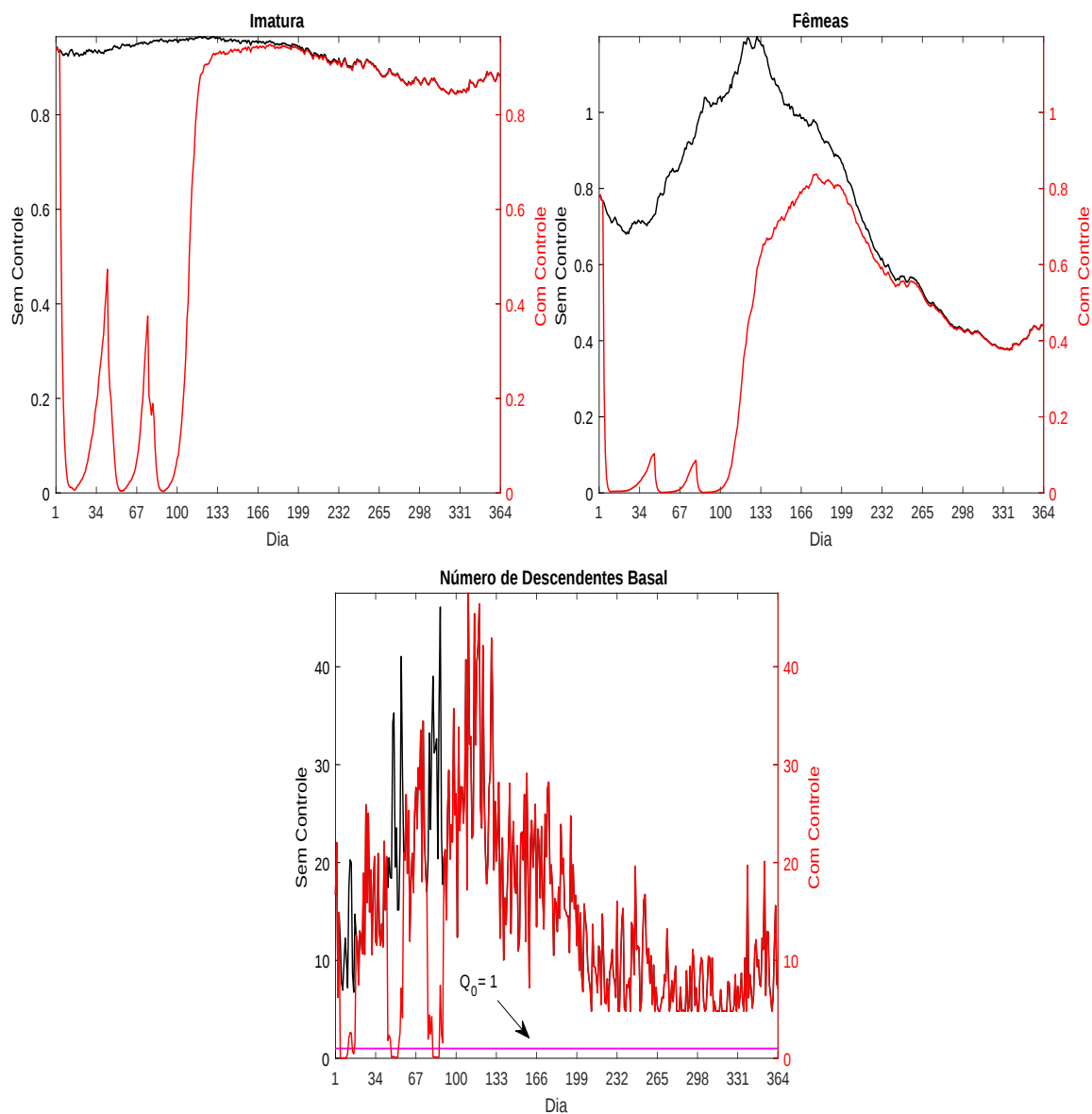


Figura 24 – Evolução das populações e do número de descendentes basal do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (15) na estação primavera-verão (Tipo I) da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

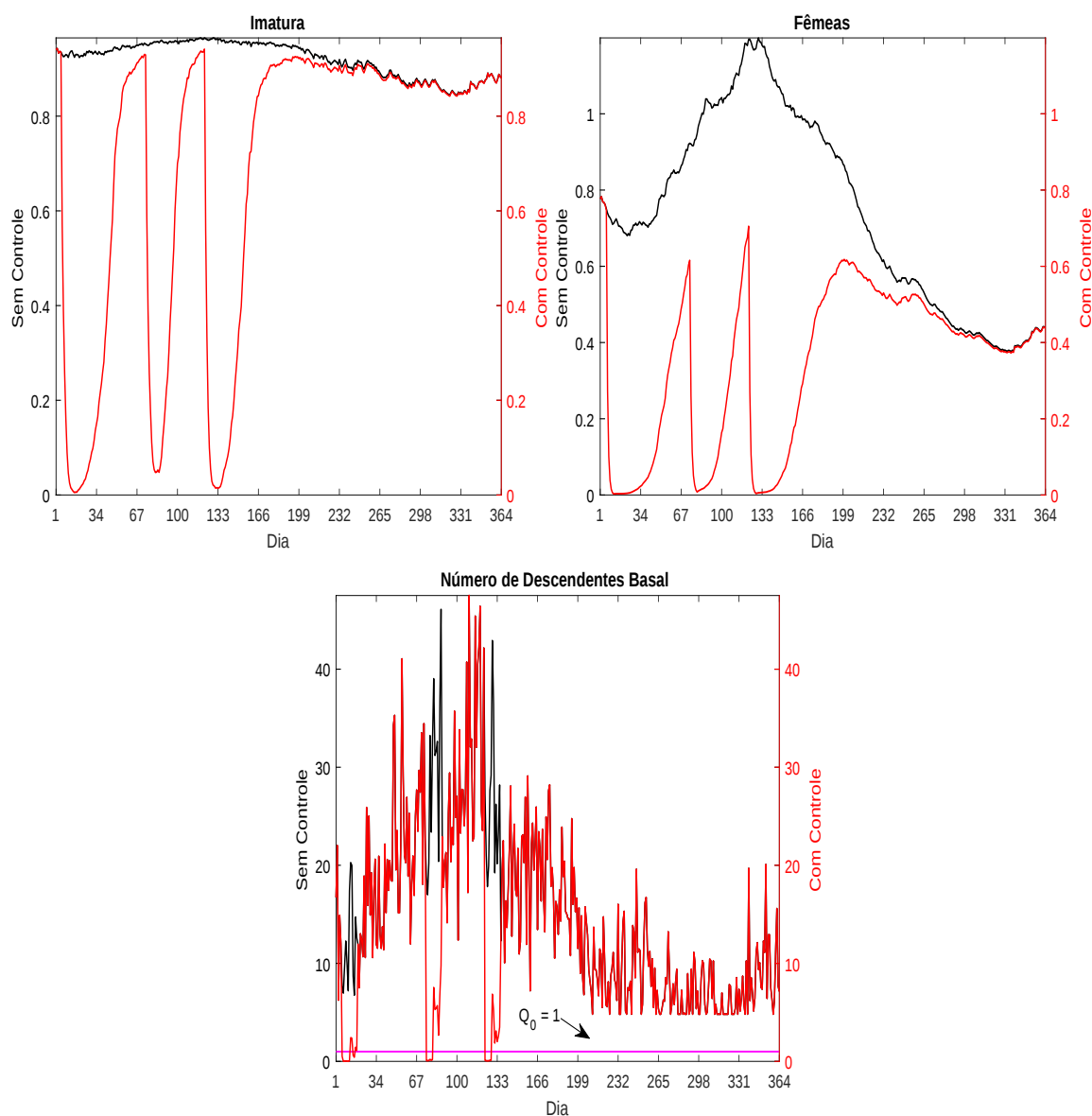


Figura 25 – Evolução das populações e do número de descendentes basal do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (15) na estação primavera-verão (Tipo II) da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

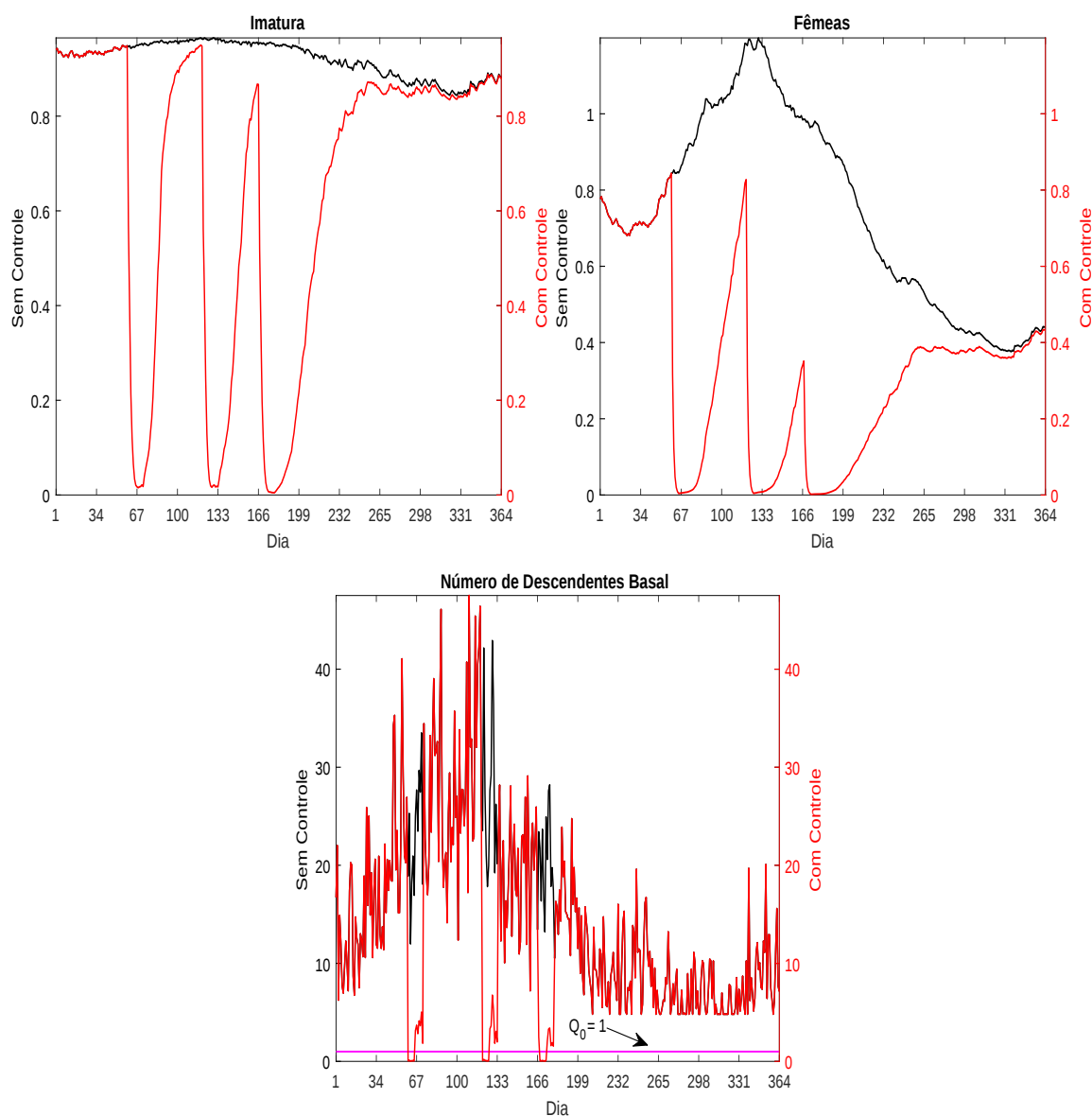


Figura 26 – Evolução das populações e do número de descendentes basal do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (15) na estação verão da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

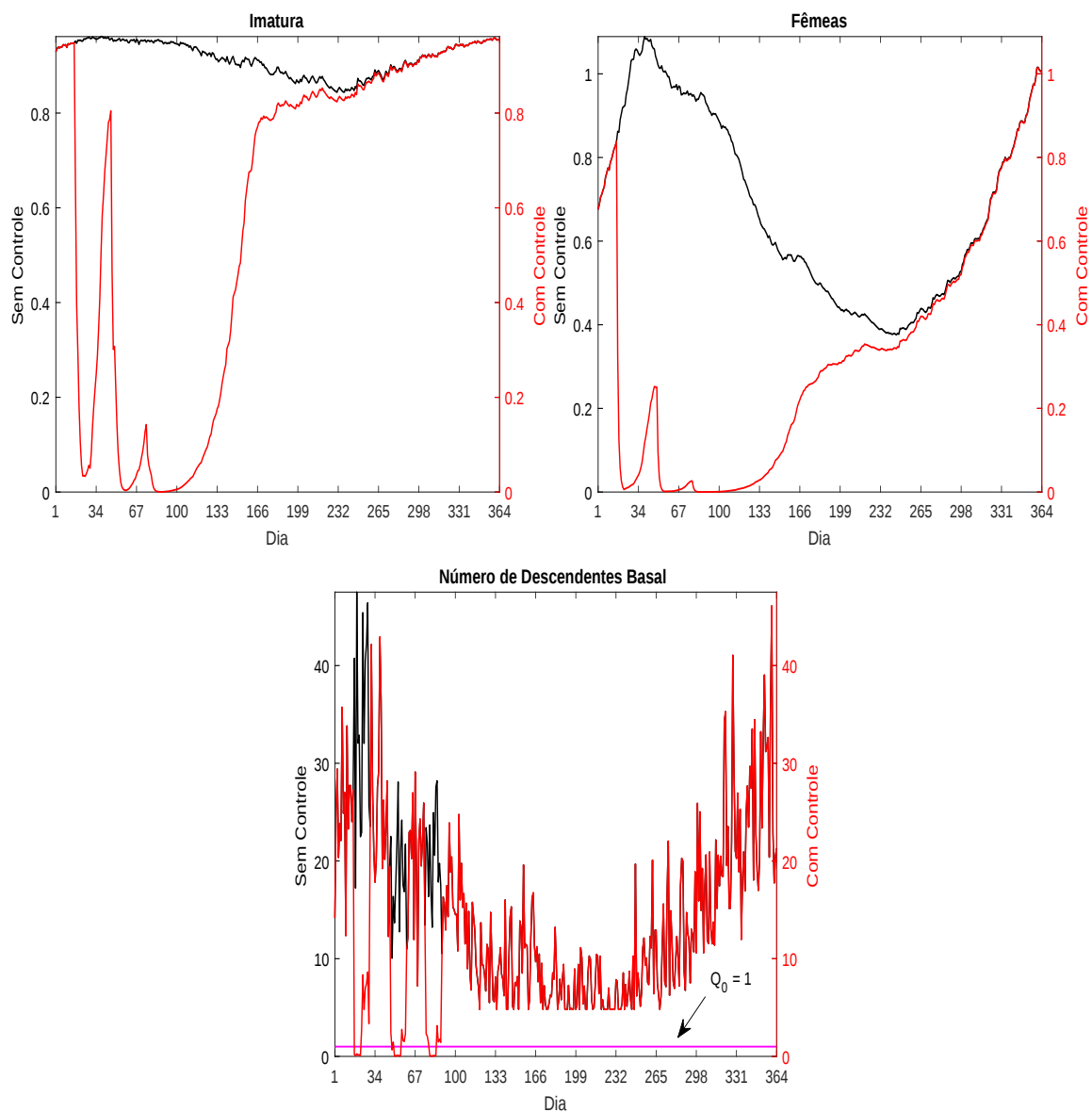


Figura 27 – Evolução das populações e do número de descendentes basal do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (15) na estação verão-outono (Tipo I) da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

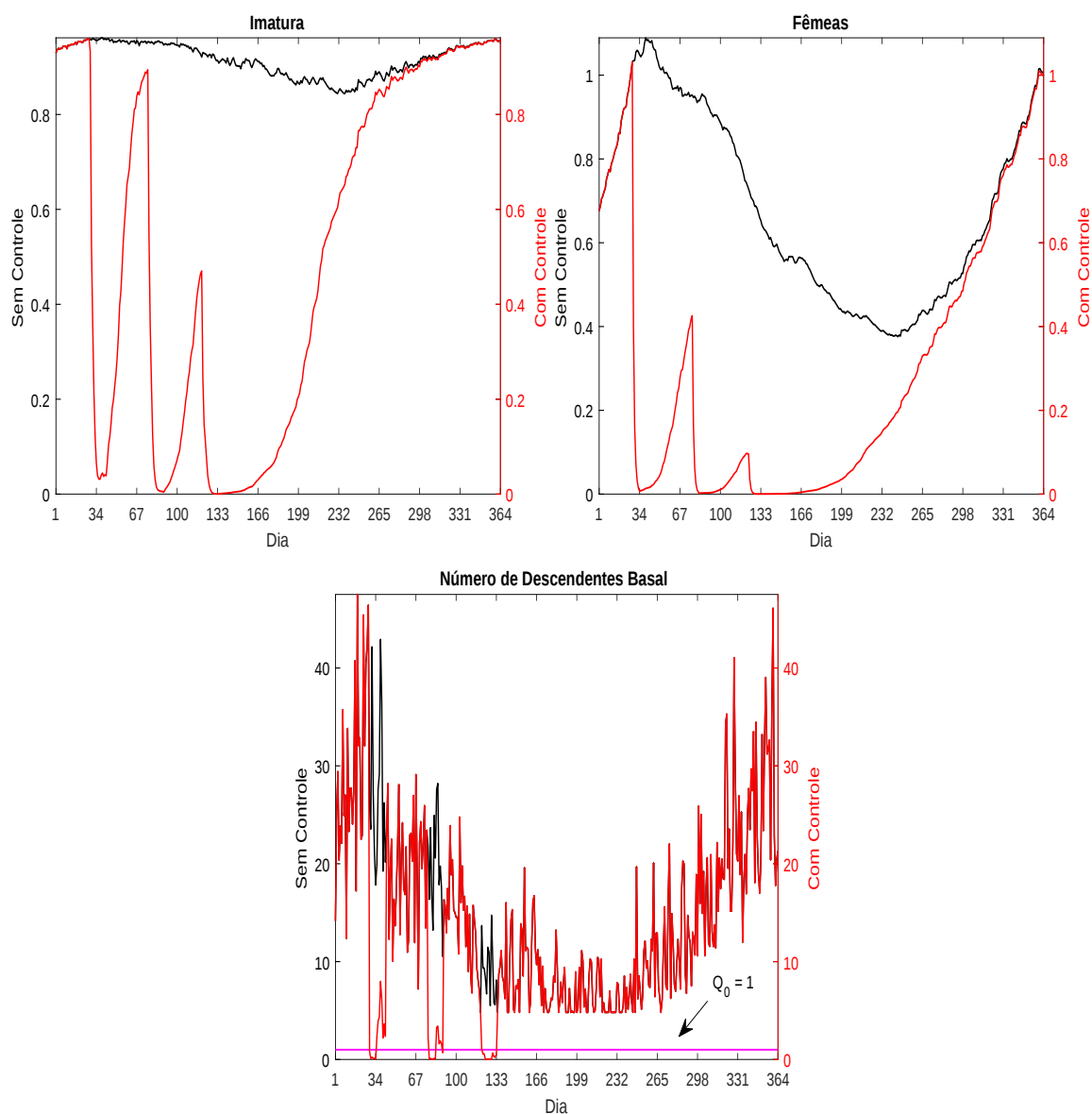


Figura 28 – Evolução das populações e do número de descendentes basal do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (15) na estação verão-outono (Tipo II) da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

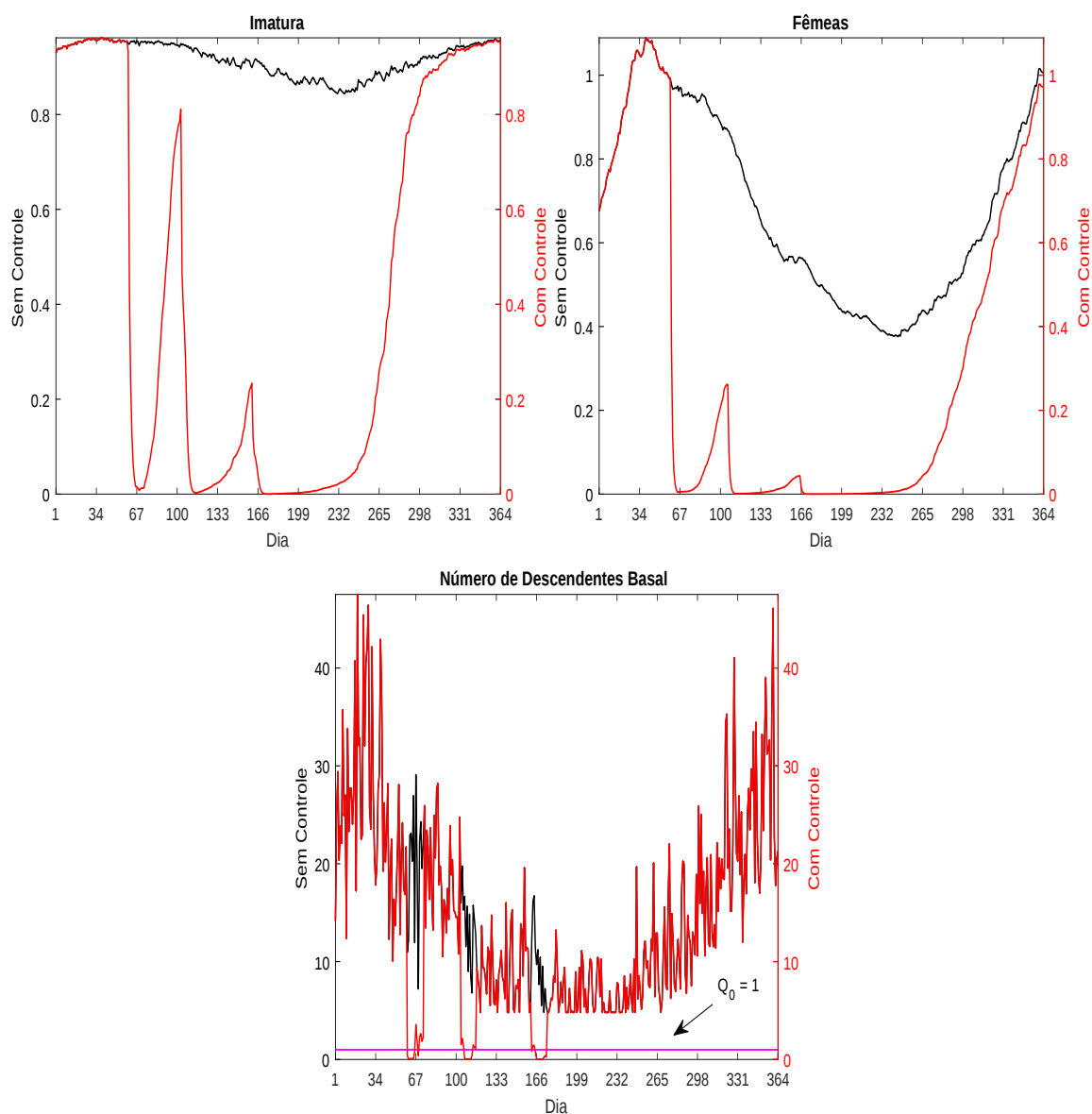
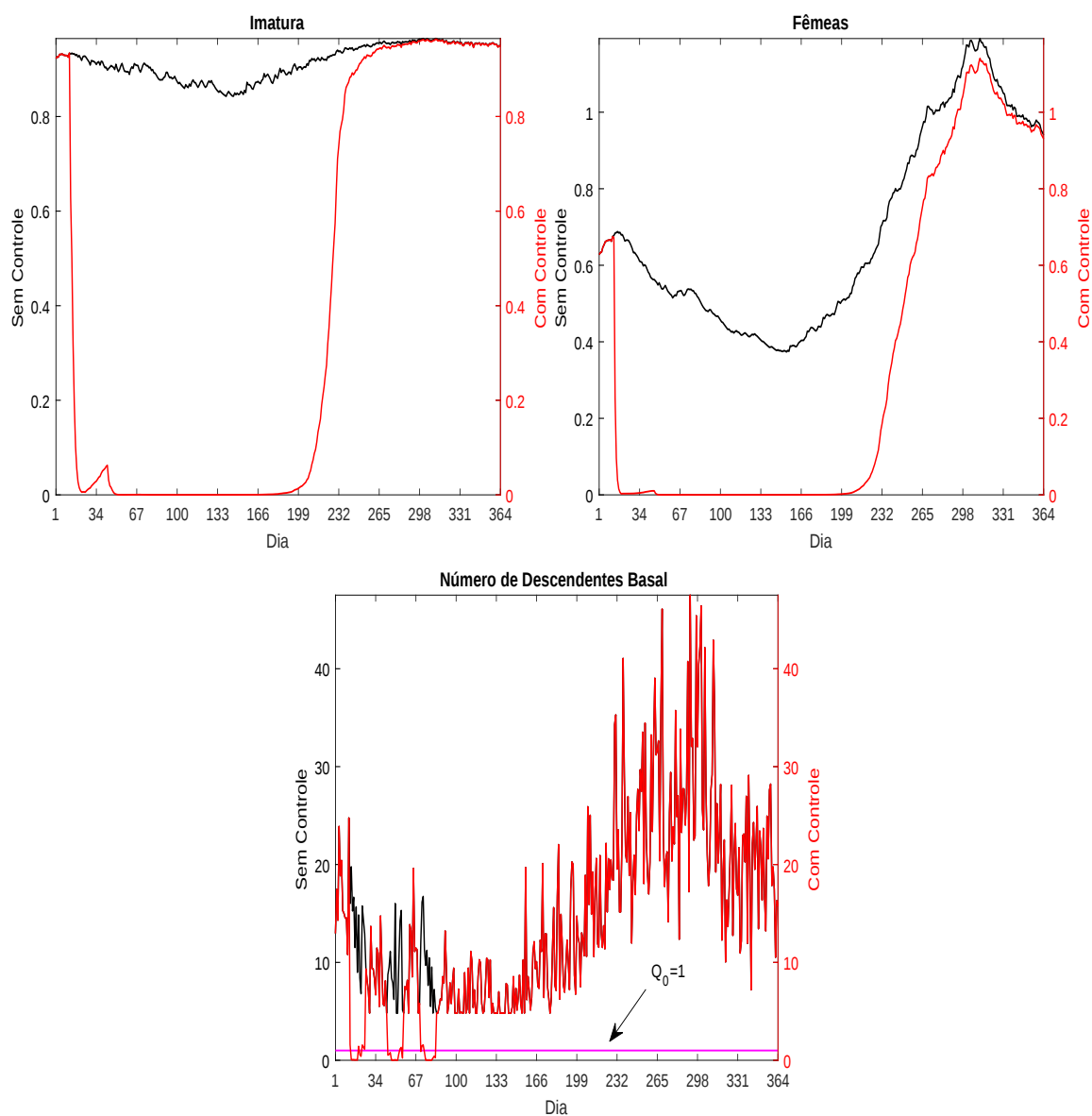


Figura 29 – Evolução das populações e do número de descendentes basal do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (15) na estação outono da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.



Capítulo 6

Modelo com quatro compartimentos sob influência de precipitação e temperatura

Neste capítulo foi proposto e analisado um modelo matemático determinístico com quatro compartimentos para descrever o ciclo de vida do *Aedes* spp. sob influência de variáveis meteorológicas (precipitação e/ou temperatura) em cada unidade de tempo em determinada área geográfica. A fase imatura foi representada em três compartimentos, população de ovos, população de larvas e população de pupas. A fase alada é representada apenas pela população de fêmeas. Inicialmente abordaremos um modelo com influência da precipitação acumulada na taxa de oviposição da fêmea; nas taxas de desenvolvimento de ovos para larvas e de larvas para pupas; e na mortalidade das larvas. A segunda abordagem considera a influência de temperatura média em todo ciclo de vida do mosquito. Na última abordagem considera-se a influência de temperatura média e da precipitação acumulada na taxa de oviposição da fêmea; nas taxas de desenvolvimento de ovos para larvas e de larvas para pupas; e na mortalidade das larvas. Além disso, os demais parâmetros entomológicos do mosquito sofreram influência de temperatura média. Em todas as três abordagens do modelo, considera-se que a eclosão de ovos tem a tendência de reduzir nos criadouros populosos de larvas ([SALLET; MOACYR, 2015](#)).

6.1 Modelagem Matemática

O modelo descreve a dinâmica do ciclo de vida do *Aedes* spp., de modo que parte dos parâmetros entomológicos do mosquito sejam dependentes de variáveis meteorológicas em cada unidade de tempo de uma determinada área geográfica. Este modelo é representado por um sistema com quatro compartimentos: ovos $E(t)$, larvas $L(t)$, pupas $P(t)$ e fêmeas em fase de oviposição $F(t)$.

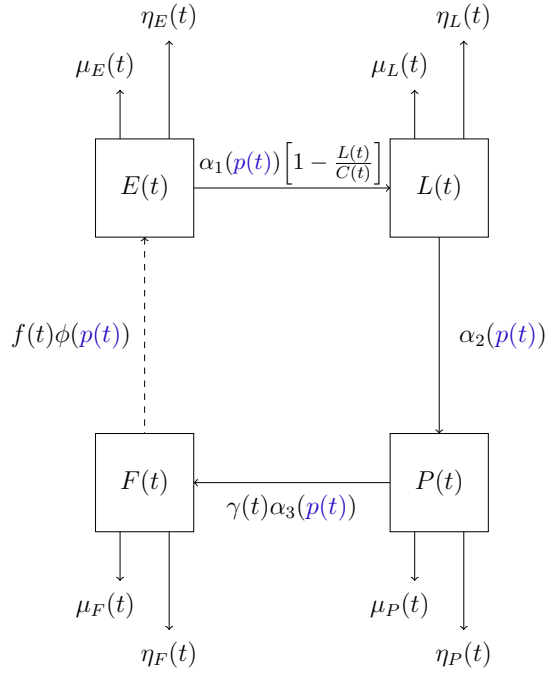
As taxas entomológicas e de controle adicional são dadas por:

- f representa a fração de ovos viáveis que a fêmea em fase de oviposição deposita em potenciais criadouros do mosquito;
- ϕ representa a taxa de oviposição por unidade de fêmea em potenciais criadouros;
- C representa a capacidade ambiental associada à abundância de nutrientes, espaço, potenciais criadouros, dentre outros;
- α_1 representa a taxa de desenvolvimento da população de ovos para a população de larvas;
- α_2 representa a taxa de desenvolvimento da população de larvas para a população de pupas;
- α_3 representa a taxa de desenvolvimento da população de pupas para a população alada, onde uma fração γ são de fêmeas em fase de oviposição;
- μ representa a taxa de mortalidade natural específica de cada compartimento;
- η_L representa a taxa de mortalidade adicional da população de larvas que morre devido à ação de controle;
- η_F representa a taxa de mortalidade adicional da população de fêmeas que morre devido à ação de controle.

Supomos que a população de larvas $L(t)$ apresenta uma taxa de crescimento por unidade de indivíduo dada por $\alpha_1 \left[1 - \frac{L(t)}{C} \right]$. A expressão dentro dos colchetes constitui um fator do tipo logístico que promove uma redução da taxa de eclosão de ovos viáveis em potenciais criadouros com densidade de larvas alta se comparada com C (SALLET; MOACYR, 2015).

O primeiro modelo aborda a influência de precipitação acumulada $p(t)$ no ciclo de vida do mosquito. A [Figura 30](#) ilustra o diagrama compartimental do modelo (29) com dependência de precipitação acumulada.

Figura 30 – Diagrama da dinâmica populacional do *Aedes* spp. com dependência de precipitação acumulada do modelo (29).

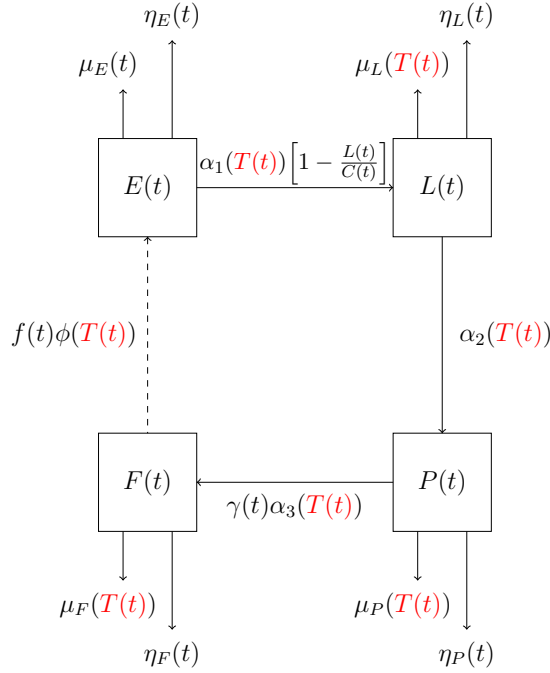


O sistema de equações diferenciais não lineares que representa a dinâmica das populações do *Aedes* spp. com dependência de precipitação acumulada é descrito por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE(t)}{dt} = f(t)\phi(p(t))F(t) - (\alpha_1(p(t)) + \mu_E(t))E(t), \\ \frac{dL(t)}{dt} = \alpha_1(p(t)) \left(1 - \frac{L(t)}{C(t)}\right) E(t) - (\alpha_2(p(t)) + \mu_L(t) + \eta_L(t))L(t), \\ \frac{dP(t)}{dt} = \alpha_2(p(t))L(t) - (\alpha_3(p(t)) + \mu_P(t))P(t), \\ \frac{dF(t)}{dt} = \gamma(t)\alpha_3(p(t))P(t) - (\mu_F(t) + \eta_F(t))F(t). \end{array} \right. \quad (29)$$

O segundo modelo considera a influência de temperatura média $T(t)$ em todo ciclo de vida do mosquito. A Figura 31 ilustra o diagrama compartimental do modelo (30) com dependência de temperatura média.

Figura 31 – Diagrama da dinâmica populacional do *Aedes* spp. com dependência de temperatura média proposto no modelo (30).

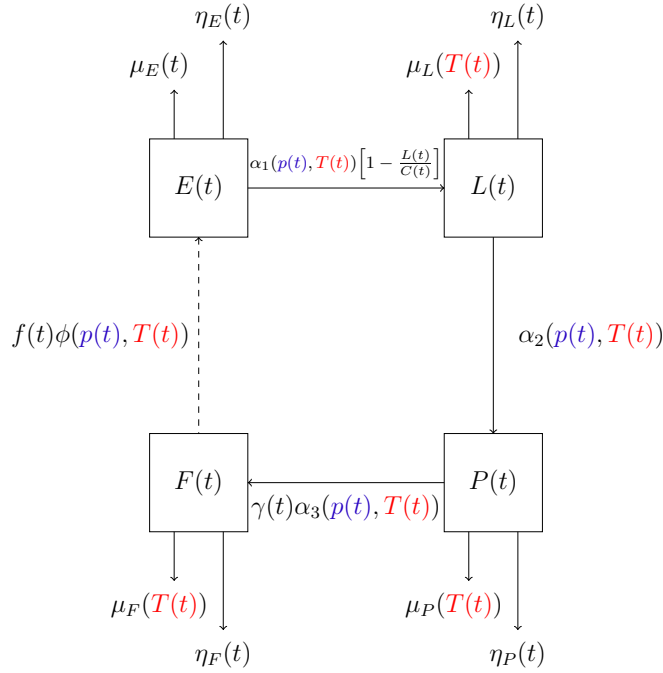


O sistema de equações diferenciais não lineares que representa a dinâmica das populações do *Aedes* spp. com dependência de temperatura média é descrito por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE(t)}{dt} = f(t)\phi(T(t))F(t) - (\alpha_1(T(t)) + \mu_E(t))E(t), \\ \frac{dL(t)}{dt} = \alpha_1(T(t)) \left(1 - \frac{L(t)}{C(t)}\right) E(t) - (\alpha_2(T(t)) + \mu_L(T(t)) + \eta_L(t))L(t), \\ \frac{dP(t)}{dt} = \alpha_2(T(t))L(t) - (\alpha_3(T(t)) + \mu_P(T(t)))P(t), \\ \frac{dF(t)}{dt} = \gamma(t)\alpha_3(T(t))P(t) - (\mu_F(T(t)) + \eta_F(t))F(t). \end{array} \right. \quad (30)$$

O terceiro modelo considera a precipitação acumulada e a temperatura média no ciclo de vida do mosquito. A Figura 32 ilustra o diagrama compartimental do modelo (31) com dependência de precipitação acumulada e temperatura média.

Figura 32 – Diagrama da dinâmica populacional do *Aedes* spp. com dependência de precipitação acumulada e temperatura média proposto no modelo (31).



O sistema de equações diferenciais não lineares que representa a dinâmica das populações do *Aedes* spp. com dependência de precipitação acumulada e temperatura média é descrito por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE(t)}{dt} = f(t) \phi(p(t), T(t)) F(t) - (\alpha_1(p(t), T(t)) + \mu_E(t)) E(t) , \\ \frac{dL(t)}{dt} = \alpha_1(p(t), T(t)) \left(1 - \frac{L(t)}{C(t)}\right) E(t) - (\alpha_2(p(t), T(t)) + \mu_L(T(t)) + \eta_L(t)) L(t) , \\ \frac{dP(t)}{dt} = \alpha_2(p(t), T(t)) L(t) - (\alpha_3(p(t), T(t)) + \mu_P(T(t))) P(t) , \\ \frac{dF(t)}{dt} = \gamma(t) \alpha_3(p(t), T(t)) P(t) - (\mu_F(T(t)) + \eta_F(t)) F(t) . \end{array} \right. \quad (31)$$

A região do espaço de estados dos modelos (29 - 31) é definida por:

$$\Gamma = \{(E, L, P, F) \in \mathbb{R}^4 | E \geq 0, L \geq 0, P \geq 0, F \geq 0 \text{ e } 0 \leq L \leq C\}.$$

Assim, todas as populações são não negativas e a população de larvas não excede a capacidade do meio.

6.2 Parametrização

O impacto da precipitação acumulada na taxa de oviposição da fêmea em fase de oviposição (ϕ) e nas taxas de desenvolvimentos (α_1 , α_2 e α_3) do *Aedes* spp. do modelo (29) é descrito por:

$$\pi(p) = \pi_{min} + (\pi_{max} - \pi_{min}) \left(\frac{p - p_{min}}{p_{max} - p_{min}} \right)^r, \quad (32)$$

em que π representa genericamente o parâmetro entomológico de interesse; π_{min} e π_{max} representam, respectivamente, o valor máximo e o valor mínimo do parâmetro entomológico de interesse; p_{min} e p_{max} representam, respectivamente, às referências de valores de precipitação semanal mínima e máxima $p_2 = 1800/52$. O valor de referência p_2 corresponde à média de precipitação de 1800 mm/ano, que corresponde ao limite inferior de classificação para bioma de florestas tropicais. Espera-se com isso, produzir um modelo adaptado para climas subtropicais, tropicais e tropicais de altitude. Considerou-se um ano com 52 semanas epidemiológicas; p representa a precipitação acumulada em cada unidade de tempo e $r \in \mathbb{R}_+$.

A faixa dos parâmetros entomológicos com dependência de precipitação acumulada está descrita na Tabela 10.

Tabela 10 – Faixa dos parâmetros entomológicos do *Aedes* spp. adotada no modelo (29).

Parâmetro	Faixa	Referência	Unidade
ϕ	0,69714 - 8,295	(YANG, 2014)	dias ⁻¹
α_1	0,2 - 0,5	(YANG; FERREIRA, 2008)	
α_2	(1/15,0) - (1/4,4)		
α_3	(1/11,0) - (1/1,6)		

Os demais parâmetros do modelo (29) foram considerados constantes ao longo de todo o horizonte de estudo e estão descritos na Tabela 11.

Tabela 11 – Valor dos parâmetros entomológicos do *Aedes* spp. adotado no modelo (29).

Parâmetro	Valor	Referência	Unidade
μ_E	0,01	(FERREIRA; YANG, 2003)	dias ⁻¹
μ_L	0,0628	(YANG et al., 2016)	
μ_P	0,0574		
μ_F	0,0373		
γ	0,5		-
f			
C	1,0	(YANG, 2017)	

Os parâmetros entomológicos do *Aedes* spp. com dependência de temperatura média do modelo (30) estão descritos na Tabela 12.

Tabela 12 – Definição dos parâmetros entomológicos do *Aedes* spp. adotada no modelo (30).

Equação	Fonte
$\phi(T) = \max\{0, -5,400 + 1,800T - 0,2124T^2 + 0,01015T^3 - (1,515 \times (10^{-4}))T^4\}$	(YANG et al., 2009)
$\alpha_1(T) = 0,5070 \times \exp(-(((T - 30,85)/12,82)^2))$	(JIA et al., 2016)
$\alpha_2(T) = \max\{0, -1,847 + 0,8291T - 0,1457T^2 + 0,01304T^3 - (6,461 \times (10^{-4}))T^4 + (1,796 \times (10^{-5}))T^5 - (2,617 \times (10^{-7}))T^6 + (1,551 \times (10^{-9}))T^7\}$	(YANG et al., 2011)
$\alpha_3(T) = 0,6020 \times \exp(-(((T - 34,29)/15,07)^2))$	(JIA et al., 2016)
$\mu_L(T) = 2,315 - 0,4191T + 0,02735T^2 - (7,538 \times (10^{-4}))T^3 + (7,503 \times (10^{-6}))T^4$	(YANG et al., 2007)
$\mu_P(T) = 0,4256 - 0,03248T + (7,060 \times (10^{-4}))T^2 + (4,395 \times (10^{-7}))T^3$	(YANG et al., 2011)
$\mu_F(T) = 0,8692 - 0,1590T + 0,01116T^2 - (3,408 \times (10^{-4}))T^3 + (3,809 \times (10^{-6}))T^4$	(YANG et al., 2007)

Assumimos no modelo (31) que a taxa de oviposição da fêmea em fase de oviposição e nas taxas de desenvolvimentos do *Aedes* spp. dependem da temperatura média e da precipitação. Esta parametrização é descrita por:

- a taxa de oviposição da fêmea em fase de oviposição é dada por:

$$\phi(T, p) = \phi(T) + \phi(p), \quad (33)$$

em que $\phi(T)$ obedece a parametrização descrita para o modelo (30); $\phi(p)$ obedece a parametrização descrita para o modelo (29), com $\phi_{min} = 0$.

- as taxas de desenvolvimento são dadas por:

$$\alpha_i(T, p) = \alpha_i(T) + \alpha_i(p), \quad (34)$$

em que $\alpha_i(T)$ obedece a parametrização descrita para o modelo (30); $\alpha_i(p)$ obedece a parametrização descrita para o modelo (29), com $(\alpha_i)_{min} = 0$ e $i = 1, 2, 3$.

Além disso, a mortalidade das larvas, pupas e fêmeas em fase de oviposição do *Aedes* spp. obedeceram a parametrização descrita para o modelo (30). O valor dos parâmetros C , f , γ e μ_E adotados nos modelos (30) e (31) foram os mesmos descritos para o modelo (29).

6.3 Pontos de Equilíbrio

As populações do *Aedes* spp. representadas nos modelos (29-31) foram dadas em termos relativos à capacidade do meio, C . Observe que este sistema é não autônomo, uma vez que parte de seus coeficientes dependem de variáveis climáticas que, por sua vez, depende do tempo. De forma análoga ao modelo (1), as variáveis climáticas destes modelos serão substituídas por valores semanais de uma determinada região geográfica e estas relações são exatas em cada período que as taxas permaneçam constantes. No entanto, podemos considerar cada um dos modelos (29-31) autônomo a cada semana, sendo possível identificar dois pontos de equilíbrio, dados por:

- Equilíbrio livre de infestação do mosquito:

$$P_0 = (E^*, L^*, P^*, F^*) = (0, 0, 0, 0). \quad (35)$$

- Equilíbrio com infestação do mosquito:

$$P_1 = (E^{**}, L^{**}, P^{**}, F^{**}), \quad (36)$$

em que

$$E^{**} = \frac{f\phi}{(\alpha_1 + \mu_E)} F^{**}, L^{**} = C \left(1 - \frac{(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)(\alpha_3 + \mu_P)(\mu_F + \eta_F)}{f\phi\gamma\alpha_1\alpha_2\alpha_3} \right),$$

$$P^{**} = \frac{\alpha_2}{(\alpha_3 + \mu_P)} L^{**}, F^{**} = \frac{\gamma\alpha_3}{(\mu_F + \eta_F)} P^{**}.$$

6.4 Número de descendentes Basal

Os sistemas (29-31) podem ser reescritos como:

$$\frac{d\mathbf{X}}{dt} = \mathbf{V} - \mathbf{W}; \quad (37)$$

em que

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} f\phi F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ e } \mathbf{W} = \begin{bmatrix} (\alpha_1 + \mu_E)E \\ (\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)L - \alpha_1 \left(1 - \frac{L}{C} \right) E \\ (\alpha_3 + \mu_P)P - \alpha_2 L \\ (\mu_F + \eta_F)F - \gamma\alpha_3 P \end{bmatrix}.$$

As matrizes jacobianas de nascimento $\mathcal{V}$ e de transição $\mathcal{W}$ associadas ao sistema (37) e avaliadas no ponto equilíbrio livre de infestação do mosquito, dado pela equação (35), são definidas por:

$$\mathcal{V} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & f\phi \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

e

$$\mathcal{W} = \begin{bmatrix} (\alpha_1 + \mu_E) & 0 & 0 & 0 \\ -\alpha_1 & (\alpha_2 + \mu_L + \eta_L) & 0 & 0 \\ 0 & -\alpha_2 & (\alpha_3 + \mu_P) & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma\alpha_3 & (\mu_F + \eta_F) \end{bmatrix}.$$

A matriz inversa de $\mathcal{W}$ é dada por:

$$\mathcal{W}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{(\alpha_1 + \mu_E)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\alpha_1}{(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)} w_{1,1}^* & \frac{1}{(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)} & 0 & 0 \\ \frac{\alpha_2}{(\alpha_3 + \mu_P)} w_{1,2}^* & \frac{\alpha_2}{(\alpha_3 + \mu_P)} w_{2,2}^* & \frac{1}{(\alpha_3 + \mu_P)} & 0 \\ \frac{\gamma\alpha_3}{(\mu_F + \eta_F)} w_{1,3}^* & \frac{\gamma\alpha_3}{(\mu_F + \eta_F)} w_{2,3}^* & \frac{\gamma\alpha_3}{(\mu_F + \eta_F)} w_{3,2}^* & \frac{1}{(\mu_F + \eta_F)} \end{bmatrix},$$

em que w_{ij}^* representa o elemento da linha i e coluna j da matriz $\mathcal{W}^{-1}$, com $i = 1, 2, 3, 4$ e $j = 1, 2, 3, 4$.

A matriz de próxima geração $\mathcal{V}\mathcal{W}^{-1}$ é dada por:

$$\mathcal{V}\mathcal{W}^{-1} = \begin{bmatrix} f\phi w_{4,1}^* & f\phi w_{4,2}^* & f\phi w_{4,3}^* & f\phi w_{4,4}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

Os autovalores da matriz (38) são as raízes da equação característica, representado por:

$$p(\rho) = -\rho^3(f\phi w_{4,1}^* - \rho) = 0,$$

em que I é a matriz identidade de ordem 4 e

$$\rho_1 = 0,$$

$$\rho_2 = \frac{f\phi\gamma\alpha_1\alpha_2\alpha_3}{(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)(\alpha_3 + \mu_P)(\mu_F + \eta_F)}.$$

O raio espectral da matriz de próxima geração, denotado por $\rho(\mathcal{VW}^{-1})$ é descrito por:

$$\rho(\mathcal{VW}^{-1}) = \frac{f\phi\gamma\alpha_1\alpha_2\alpha_3}{(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)(\alpha_3 + \mu_P)(\mu_F + \eta_F)}.$$

Portanto, o número de descendentes basal é dado por

$$Q_0 = \rho(\mathcal{VW}^{-1}) = \frac{f\phi\gamma\alpha_1\alpha_2\alpha_3}{(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)(\alpha_3 + \mu_P)(\mu_F + \eta_F)}. \quad (39)$$

Note que Q_0 , dado pela equação (39), não depende da capacidade do meio C e $Q_0 \geq 0$, pois todos os parâmetros do sistema são positivos. Biologicamente, Q_0 pode ser interpretado como o produto da fração da população de ovos viáveis que sobrevivem e eclodem para a população de larvas $\left(\frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \mu_E}\right)$, da fração da população de larvas que sobrevivem e desenvolvem em pupas $\left(\frac{\alpha_2}{\alpha_2 + \mu_L + \eta_L}\right)$, da fração da população de pupas que sobrevivem e emergem para fase adulta como fêmea $\left(\frac{\gamma\alpha_3}{\alpha_3 + \mu_P}\right)$ e da fração de ovos viáveis gerados durante a sobrevivência da fêmea $\left(\frac{f\phi}{\mu_F + \eta_F}\right)$.

O ponto de equilíbrio com infestação do mosquito, dado pela equação (36), pode ser escrito em função de Q_0 . Logo,

$$P_1 = (E^{**}, L^{**}, P^{**}, F^{**}),$$

em que,

$$E^{**} = \frac{f\phi}{(\alpha_1 + \mu_E)} F^{**}, \quad L^{**} = C \left(1 - \frac{1}{Q_0}\right), \quad P^{**} = \frac{\alpha_2}{(\alpha_3 + \mu_P)} L^{**}, \quad F^{**} = \frac{\gamma\alpha_3}{(\mu_F + \eta_F)} P^{**}.$$

Observe que se $Q_0 = 1$, o ponto de equilíbrio P_1 é biologicamente trivial, pois $P_1 = P_0$. Se $Q_0 \geq 1$, o ponto de equilíbrio P_1 terá significado biológico. A condição $Q_0 > 1$ pode ser reescrita como

$$\phi > \phi^{th} \equiv \frac{(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)(\alpha_3 + \mu_P)(\mu_F + \eta_F)}{f\gamma\alpha_1\alpha_2\alpha_3}.$$

Portanto, $\phi = \phi^{th}$ é o limiar da taxa de oviposição para ocorrer infestação de mosquitos.

6.5 Análise de Estabilidade

O estudo da estabilidade dos pontos de equilíbrio P_0 e P_1 foram abordados de forma similar ao modelo (1). Por meio dos Teoremas (5) e (6) foi possível verificar esta estabilidade.

Teorema 5 *O ponto de equilíbrio livre de infestação de mosquito P_0 é instável se $Q_0 > 1$ e localmente e assintoticamente estável se $0 < Q_0 < 1$.*

Demonstração 5 *A matriz jacobiana associada ao ponto de equilíbrio P_0 é descrita por:*

$$J_{P_0} = \begin{bmatrix} -(\alpha_1 + \mu_E) & 0 & 0 & f\phi \\ \alpha_1 & -(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L) & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & -(\alpha_3 + \mu_P) & 0 \\ 0 & 0 & \gamma\alpha_3 & -(\mu_F + \eta_F) \end{bmatrix}. \quad (40)$$

Os autovalores da matriz (40) são raízes do polinômio característico, representado por:

$$p(\lambda) = \det(J_{P_0} - I\lambda) = a_0\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4, \quad (41)$$

em que, I é a matriz identidade de ordem 4,

$$a_0 = 1,$$

$$a_1 = (\alpha_1 + \mu_E) + (\alpha_2 + \mu_L + \eta_L) + (\alpha_3 + \mu_P) + (\mu_F + \eta_F),$$

$$a_2 = (\alpha_1 + \mu_E)[(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L) + (\alpha_3 + \mu_P) + (\mu_F + \eta_F)] + (\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)[(\alpha_3 + \mu_P) + (\mu_F + \eta_F)] + (\alpha_3 + \mu_P)(\mu_F + \eta_F),$$

$$a_3 = (\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_L + \eta_I)[(\alpha_3 + \mu_P) + (\mu_F + \eta_F)] + \\ (\alpha_3 + \mu_P)(\mu_F + \eta_F)[(\alpha_1 + \mu_E) + (\alpha_2 + \mu_L + \eta_I)],$$

$$a_4 = (\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_L + \eta_I)(\alpha_3 + \mu_P)(\mu_F + \eta_F)(1 - Q_0).$$

Observe que os coeficientes a_0, a_1, a_2 e a_3 do polinômio (41) são positivos e o coeficiente a_4 será positivo se $0 < Q_0 < 1$ e negativo se $Q_0 > 1$. É fácil verificar que se $0 < Q_0 < 1$ as duas últimas condições do critério de Routh-Hurwitz ($a_1 a_2 > a_3$ e $(a_1 a_2 - a_3) a_3 \geq a_3^2 a_1$) são satisfeitas e as raízes do polinômio tem parte real negativa. Logo, o ponto de equilíbrio P_0 será localmente e assintoticamente estável se $0 < Q_0 < 1$ e instável se $Q_0 > 1$.

Teorema 6 O ponto de equilíbrio com infestação de mosquito P_1 é instável se $0 < Q_0 < 1$ e assintoticamente estável se $Q_0 > 1$.

Demonstração 6 A matriz jacobiana associada ao ponto de equilíbrio P_1 é descrita por:

$$J_{P_1} = \begin{bmatrix} -(\alpha_1 + \mu_E) & 0 & 0 & f\phi \\ \frac{\alpha_1}{Q_0} & -\frac{f\phi\gamma\alpha_1\alpha_2\alpha_3}{(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_3 + \mu_P)(\mu_F + \eta_F)} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 & -(\alpha_3 + \mu_P) & 0 \\ 0 & 0 & \gamma\alpha_3 & -(\mu_F + \eta_F) \end{bmatrix}. \quad (42)$$

Os autovalores da matriz (42) são raízes do polinômio característico, representado por:

$$p(\lambda) = \det(J_{P_1} - I\lambda) = a_0\lambda^4 + a_1\lambda^3 + a_2\lambda^2 + a_3\lambda + a_4, \quad (43)$$

em que, I é a matriz identidade de ordem 4,

$$a_0 = 1,$$

$$a_1 = (\alpha_1 + \mu_E) + (\alpha_3 + \mu_P) + (\mu_F + \eta_F) + \frac{f\phi\gamma\alpha_1\alpha_2\alpha_3}{(\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_3 + \mu_P)(\mu_F + \eta_F)},$$

$$a_2 = (\alpha_1 + \mu_E)[(\alpha_3 + \mu_P) + (\mu_F + \eta_F)] + (\alpha_3 + \mu_P)(\mu_F + \eta_F) \\ \frac{f\phi\gamma\alpha_1\alpha_2\alpha_3}{(\alpha_1 + \mu_E)} \left[\frac{1}{(\alpha_3 + \mu_P)} + \frac{1}{(\mu_F + \eta_F)} \right] + \frac{f\phi\gamma\alpha_1\alpha_2\alpha_3}{(\alpha_3 + \mu_P)(\mu_F + \eta_F)},$$

$$a_3 = (\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_3 + \mu_P)(\mu_F + \eta_F)] + \frac{f\phi\gamma\alpha_1\alpha_2\alpha_3}{(\alpha_1 + \mu_E)} \\ \frac{f\phi\gamma\alpha_1\alpha_2\alpha_3}{(\alpha_3 + \mu_P)} + \frac{f\phi\gamma\alpha_1\alpha_2\alpha_3}{(\mu_F + \eta_F)},$$

$$a_4 = (\alpha_1 + \mu_E)(\alpha_2 + \mu_L + \eta_I)(\alpha_3 + \mu_P)(\mu_F + \eta_F)(Q_0 - 1).$$

Observe que os coeficientes a_0 , a_1 , a_2 e a_3 do polinômio (43) são positivos e o coeficiente a_4 será positivo se $Q_0 > 1$ e negativo se $0 < Q_0 < 1$. É fácil verificar que se $Q_0 > 1$ as duas últimas condições do critério de Routh-Hurwitz são satisfeitas e as raízes do polinômio tem parte real negativa. Logo, o ponto de equilíbrio P_1 será localmente e assintoticamente estável se $Q_0 > 1$ e instável se $0 < Q_0 < 1$.

Além disso, em $Q_0 = 1$ há uma bifurcação transcritical.

6.6 Experimentos Numéricos

As Figuras 33-35 ilustram a comparação sem e com deslocamento calculado a partir correlação cruzada entre os dados amostrais de temperatura condensada média e de *IMFA* no horizonte de estudo das cidades mineiras de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas. A defasagem máxima positiva obtida entre duas séries temporais com grau de confiança de 95% foi de 8 semanas para a cidade de Caratinga (valor máximo da correlação foi 0,65248), 3 semanas para a cidade de Lavras (valor máximo da correlação foi 0,70582) e 8 semanas para a cidade de Sete Lagoas (valor máximo da correlação foi 0,66494). Segundo a classificação de (DANCEY; REIDY, 2004), a intensidade de cada correlação foi forte para as cidades de Caratinga e Sete Lagoas; e muito forte para cidade de Lavras.

Figura 33 – Correlação cruzada e comparação entre os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* e os dados de temperatura condensada média sem e com deslocamento calculado a partir correlação cruzada no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.

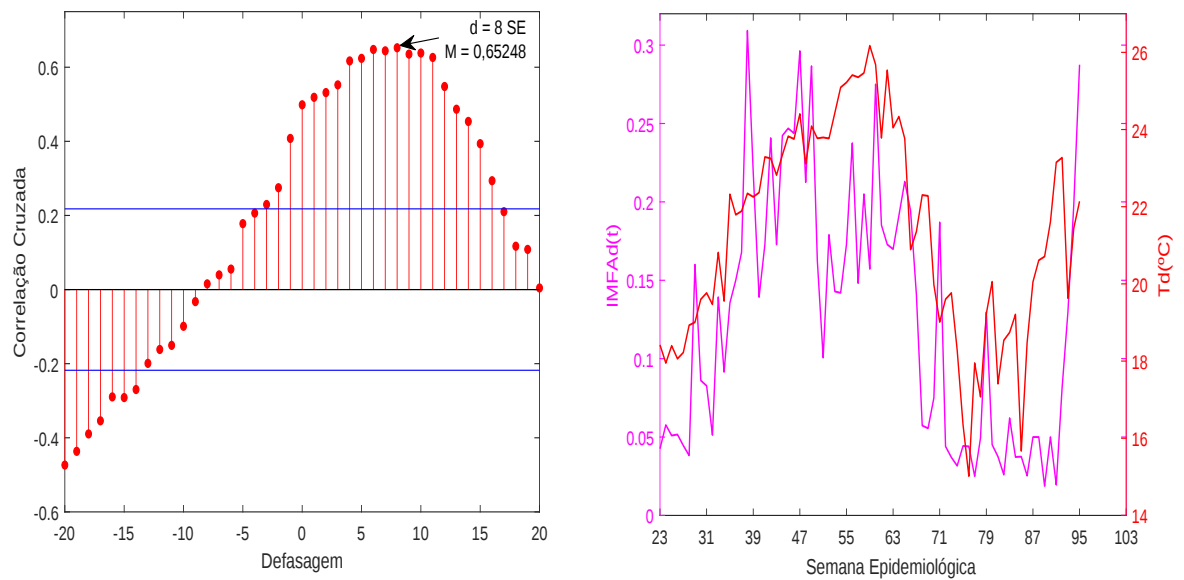


Figura 34 – Correlação cruzada e comparação entre os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* e os dados de temperatura condensada média sem e com deslocamento calculado a partir correlação cruzada no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

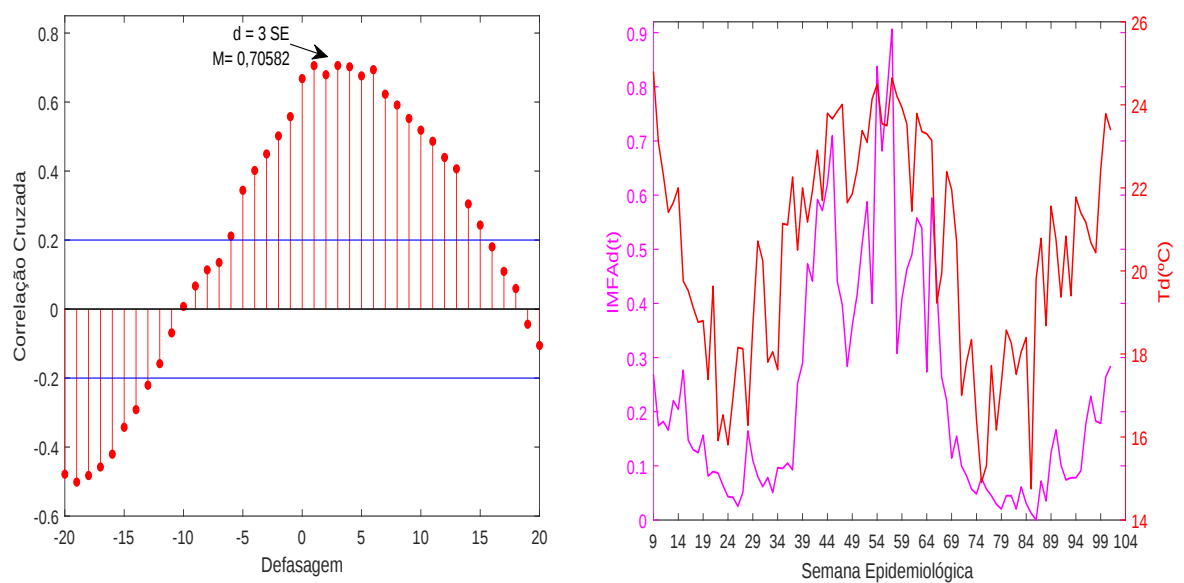
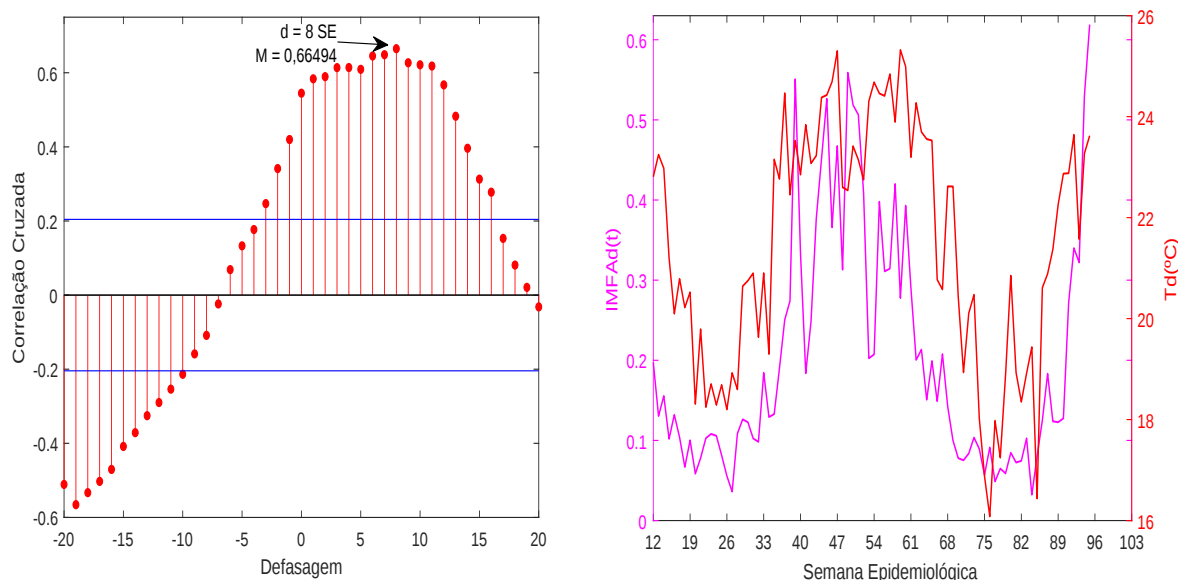


Figura 35 – Correlação cruzada e comparação entre os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* e os dados de temperatura condensada média sem e com deslocamento calculado a partir correlação cruzada no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.



Nos experimentos numéricos ddos modelos (29 - 31) foram adotadas como condição inicial as coordenadas do ponto de equilíbrio não trivial da primeira semana epidemiológica do ano de 2008 e não foram aplicadas ações de controle adicionais ($\eta_L = \eta_F = 0$). O piso e o teto das faixas permitidas para a potência r nos modelos (29) e (31) obedeceram a coexistência das populações do mosquito durante todo horizonte em cada cidade.

A Figura 36 ilustra a evolução de s^2 em função da potência r do modelo (29), com $r \in [0, 1 \ 1, 0]$ e passo $h = 0,01$. Neste intervalo os valores da potência r que minimizam o s^2 estão associados as defasagens de duas e três semanas para as cidades de Caratinga e Sete Lagoas; e de duas, três e cinco semanas para a cidade de Lavras.

A Figura 37 ilustra a evolução de s^2 em função da potência r do modelo (31), com $r \in [0, 1 \ 1, 0]$ e passo $h = 0,01$. Neste intervalo os valores da potência r que minimizam o s^2 estão associados as defasagens de duas e três semanas para a cidade de Caratinga; de zero, uma e três semanas para a cidade de Sete Lagoas; e de zero, uma, duas e três semanas para a cidade de Lavras.

A potência r juntamente com a intensidade da correlação M e o fator escala λ relativos ao menor valor de s^2 associada a cada defasagem dos modelos (29) e (31) da respectiva cidade estão ilustrados, respectivamente, na Tabela 13 e na Tabela 14. Para avaliar a dinâmica da população de fêmeas destes modelos foi considerado a potência r relativa ao menor valor de s^2 do horizonte de estudo em cada uma das três cidades mineiras.

Figura 36 – Dependência do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d com a potência r o modelo (29), em que $r \in [0, 1]$ e passo $h = 0,01$ para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

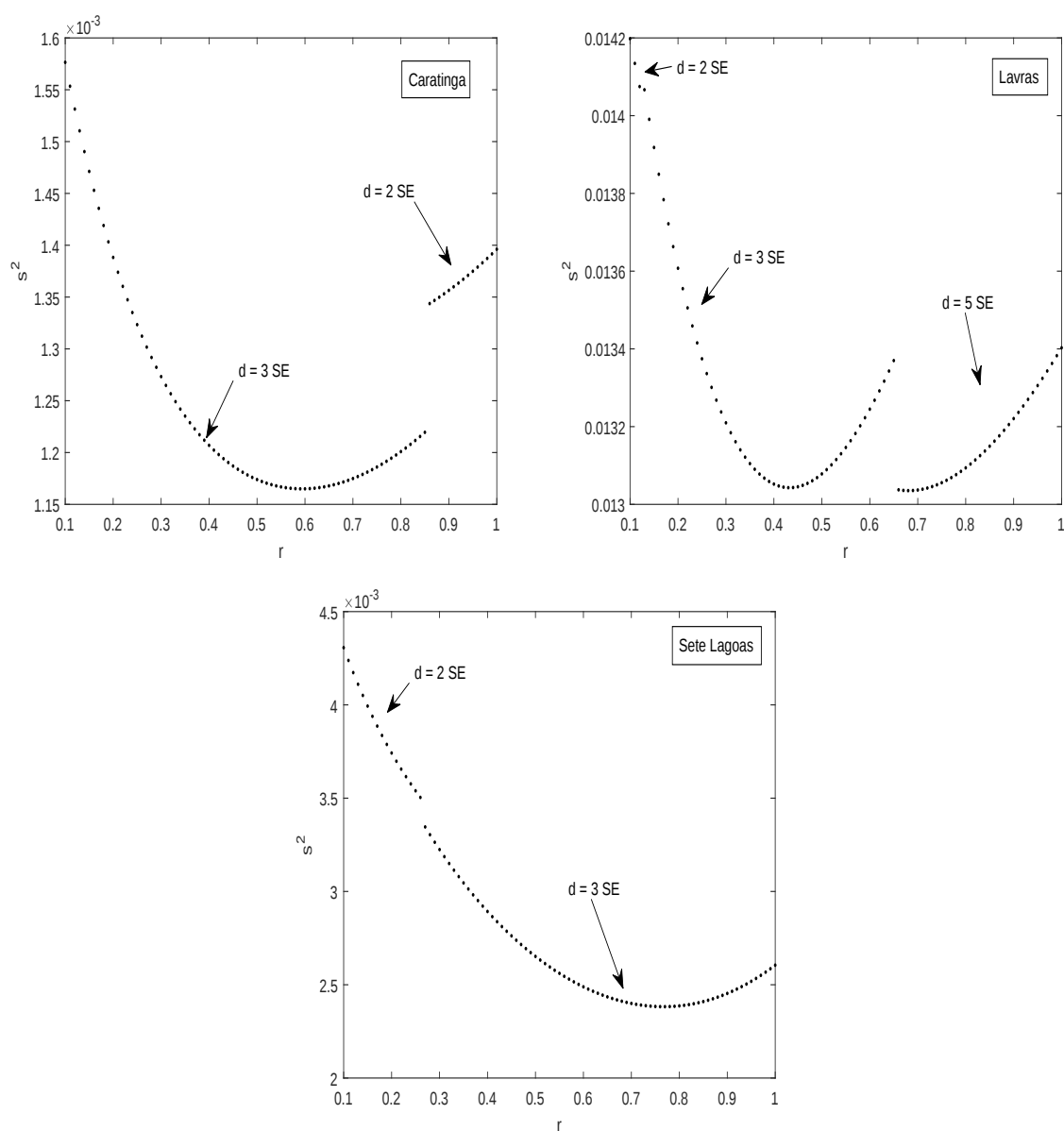


Figura 37 – Dependência do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d com a potência r do modelo (31), em que com $r \in [0, 1]$ e passo $h = 0,01$ para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

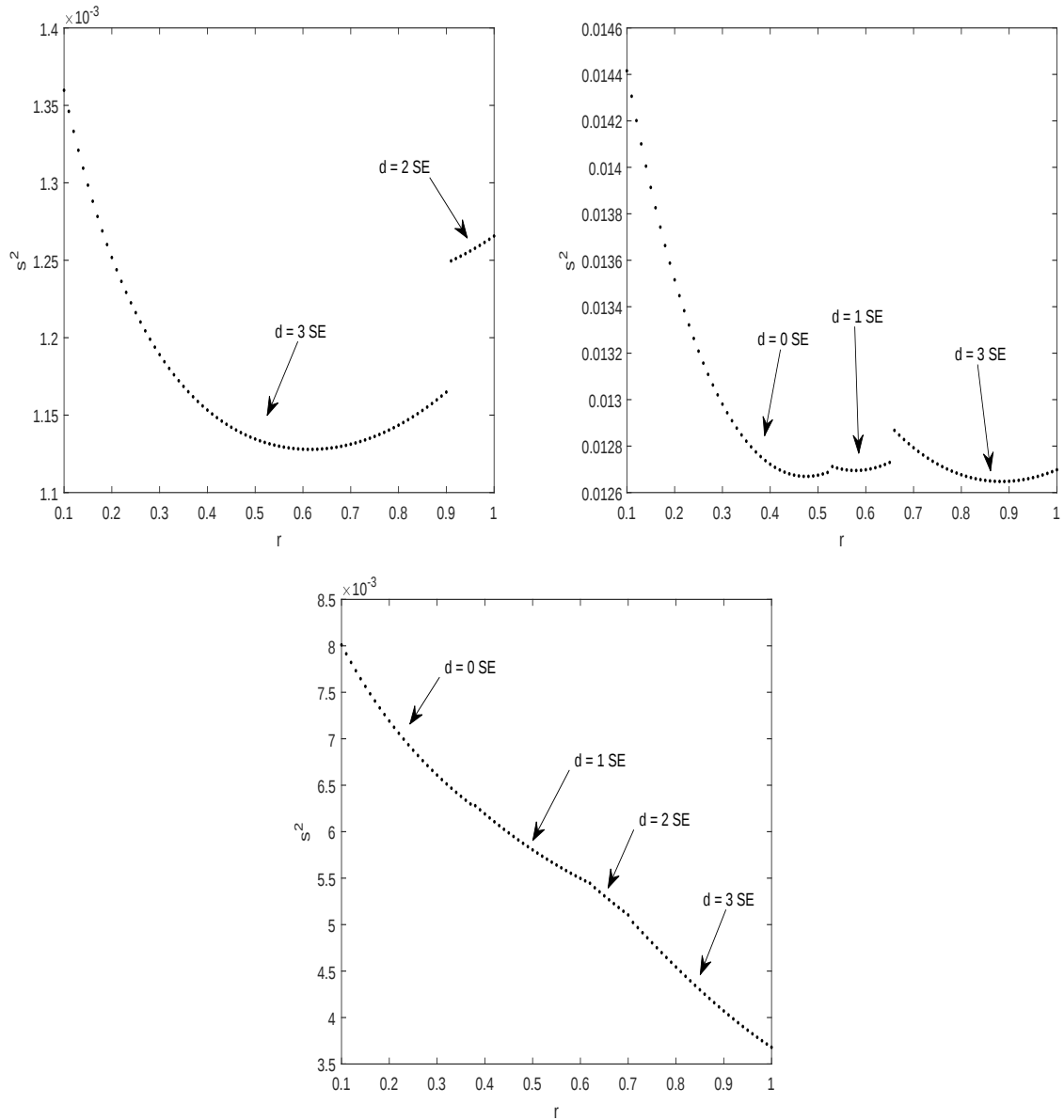


Tabela 13 – Defasagem d , valor máximo da correlação M , fator escala λ , erro quadrático médio s^2 e valor ótimo da potência r resultante da comparação entre os dados de fêmeas simulados no modelo (29) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

Correlação Cruzada	d	M	λ	s^2	r
Caratinga (Minas Gerais, Brasil)					
$(F, IMFA)$	2 SE	0,73068	0,07290	$1,34372 \cdot 10^{-3}$	0,86
$(F, IMFA)$	3 SE	0,73899	0,08007	$1,16499 \cdot 10^{-3}$	0,59
Lavras (Minas Gerais, Brasil)					
$(F, IMFA)$	2 SE	0,67088	0,13089	$1,40749 \cdot 10^{-2}$	0,12
$(F, IMFA)$	3 SE	0,64626	0,13998	$1,30429 \cdot 10^{-2}$	0,43
$(F, IMFA)$	5 SE	0,60509	0,14015	$1,30353 \cdot 10^{-2}$	0,68
Sete Lagoas (Minas Gerais, Brasil)					
$(F, IMFA)$	2 SE	0,81128	0,13138	$3,50409 \cdot 10^{-3}$	0,26
$(F, IMFA)$	3 SE	0,85523	0,12287	$2,38252 \cdot 10^{-3}$	0,77

Tabela 14 – Defasagem d , valor máximo da correlação M , fator escala λ , erro quadrático médio s^2 e valor ótimo da potência r resultante da comparação entre os dados de fêmeas simulados no modelo (31) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

Correlação Cruzada	d	M	λ	s^2	r
Caratinga (Minas Gerais, Brasil)					
$(F, IMFA)$	2 SE	0,74742	0,03842	$1,24960 \cdot 10^{-3}$	0,91
$(F, IMFA)$	3 SE	0,75912	0,04206	$1,12790 \cdot 10^{-3}$	0,61
Lavras (Minas Gerais, Brasil)					
$(F, IMFA)$	0 SE	0,78085	0,13964	$1,26698 \cdot 10^{-2}$	0,48
$(F, IMFA)$	1 SE	0,75911	0,13973	$1,26950 \cdot 10^{-2}$	0,58
$(F, IMFA)$	3 SE	0,70655	0,13731	$1,26479 \cdot 10^{-2}$	0,88
Sete Lagoas (Minas Gerais, Brasil)					
$(F, IMFA)$	0 SE	0,67999	0,11462	$6,29817 \cdot 10^{-3}$	0,37
$(F, IMFA)$	1 SE	0,74910	0,11747	$5,44493 \cdot 10^{-3}$	0,62
$(F, IMFA)$	2 SE	0,77042	0,11814	$5,10370 \cdot 10^{-3}$	0,70
$(F, IMFA)$	3 SE	0,83641	0,11382	$3,68005 \cdot 10^{-3}$	1,00

A intensidade da correlação M e o fator escala λ relativos ao menor valor de s^2 associada a defasagem obtida na simulação do sistema (30) da respectiva cidade estão ilustrados na Tabela 15.

Tabela 15 – Defasagem d , valor máximo da correlação M , fator escala λ e erro quadrático médio s^2 resultante da comparação entre os dados de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* e dados de fêmeas simulados pelo sistema (30) para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

Correlação Cruzada	d	M	λ	s^2
Caratinga (Minas Gerais, Brasil)				
(F, IMFA)	4 SE	0,72391	0,10168	$1,65843 \cdot 10^{-3}$
Lavras (Minas Gerais, Brasil)				
(F, IMFA)	0 SE	0,81413	0,22600	$1,19548 \cdot 10^{-2}$
Sete Lagoas (Minas Gerais, Brasil)				
(F, IMFA)	3 SE	0,75171	0,16554	$6,33154 \cdot 10^{-3}$

As Figuras (38-46) ilustram a comparação qualitativa entre os dados simulados de fêmeas em fase de oviposição dos modelos (29) - (31) e os dados amostrais de *IMFA*, sem e com deslocamento calculado a partir da correlação cruzada e do fator escala em cada uma das três cidades mineiras. A evolução da população de fêmeas em fase de oviposição do (29) seguiu a tendência de evolução do *IMFA* com um atraso médio entre os picos e os vales de três semanas para as cidades de Caratinga e de Sete Lagoas; e de cinco semanas para a cidade de Lavras. A evolução da população de fêmeas em fase de oviposição do (30) seguiu a tendência de evolução do *IMFA* sem atraso entre os picos e os vales para a cidade de Lavras; e com um atraso médio de quatro semanas para a cidade de Caratinga e de três semanas para a cidade de Sete Lagoas. A evolução da população de fêmeas em fase de oviposição (31) seguiu a tendência de evolução do *IMFA* com um atraso médio entre os picos e os vales de três semanas para as três cidades.

Figura 38 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (29) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.

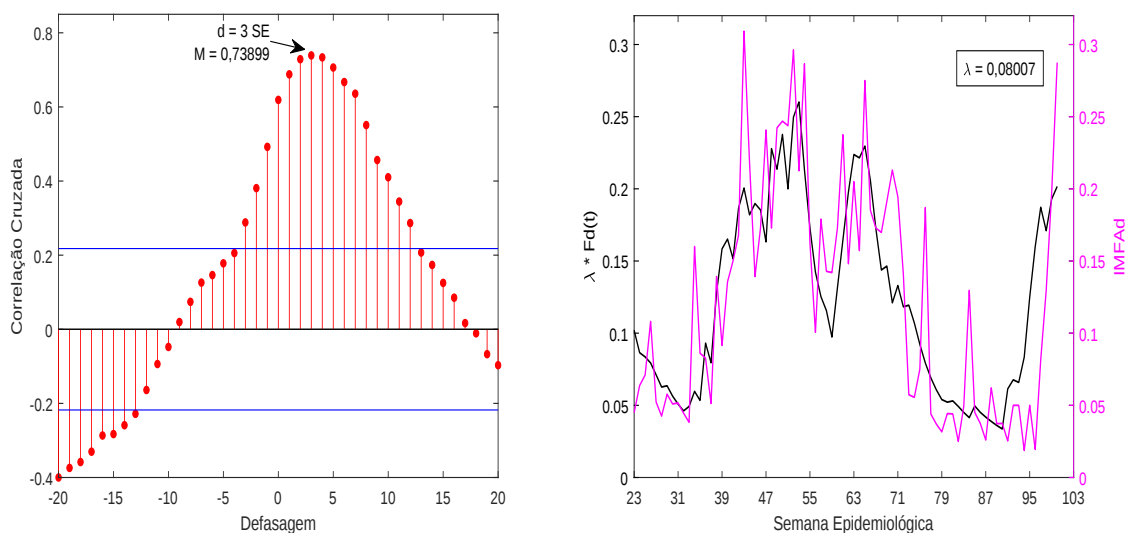


Figura 39 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (29) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

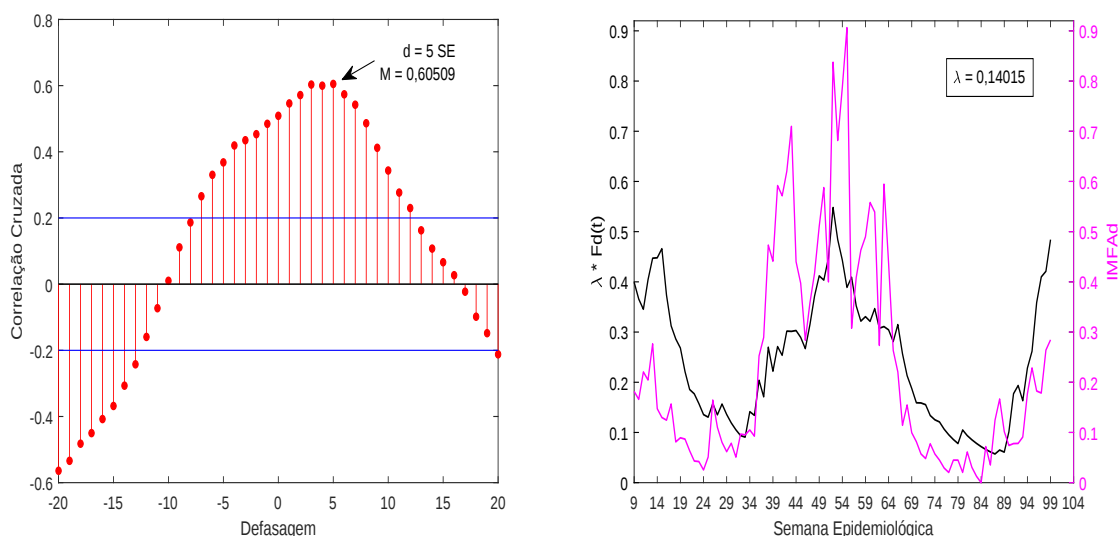


Figura 40 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (29) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

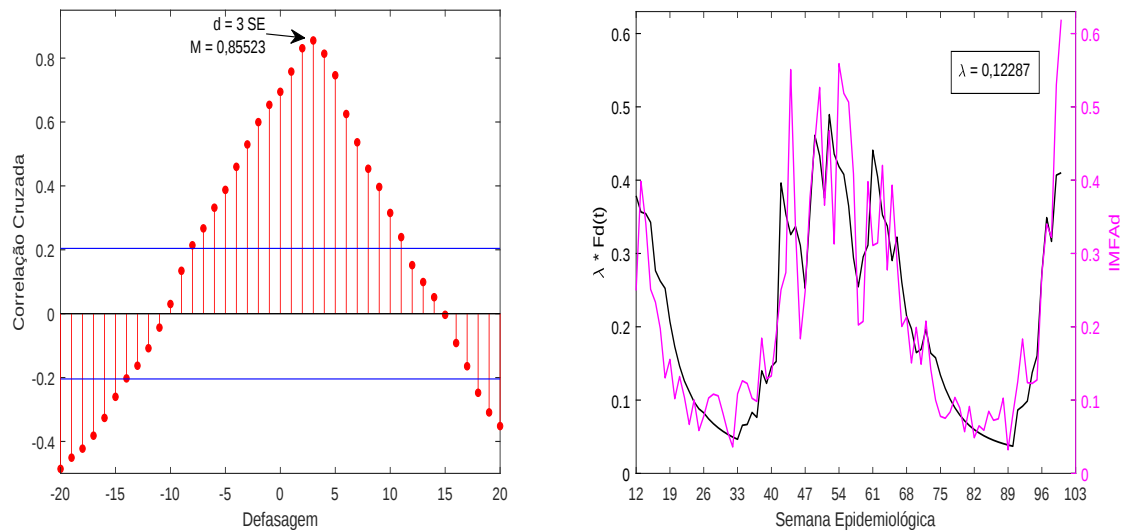


Figura 41 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (30) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.

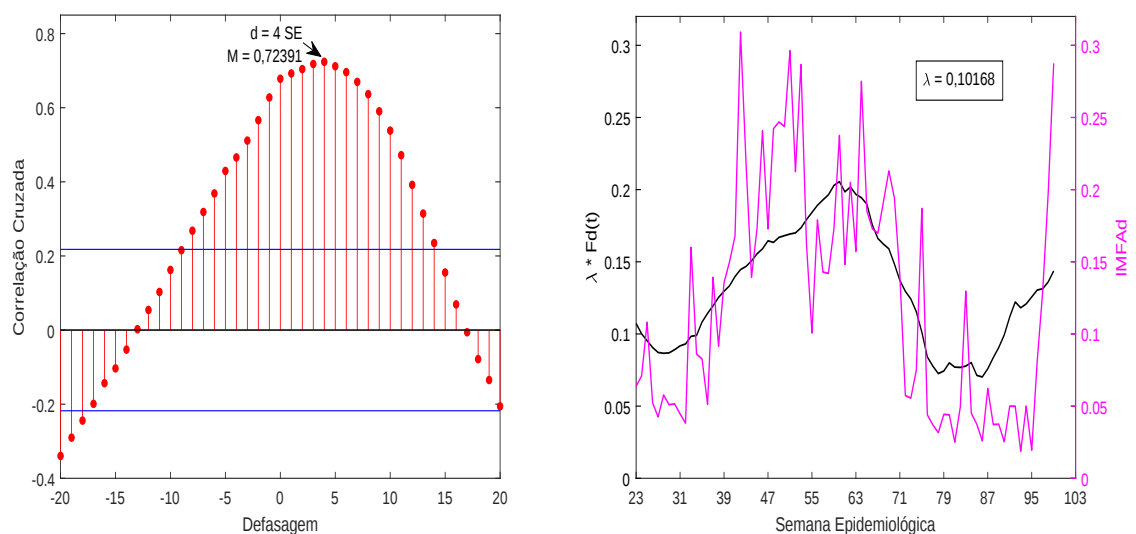


Figura 42 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (30) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

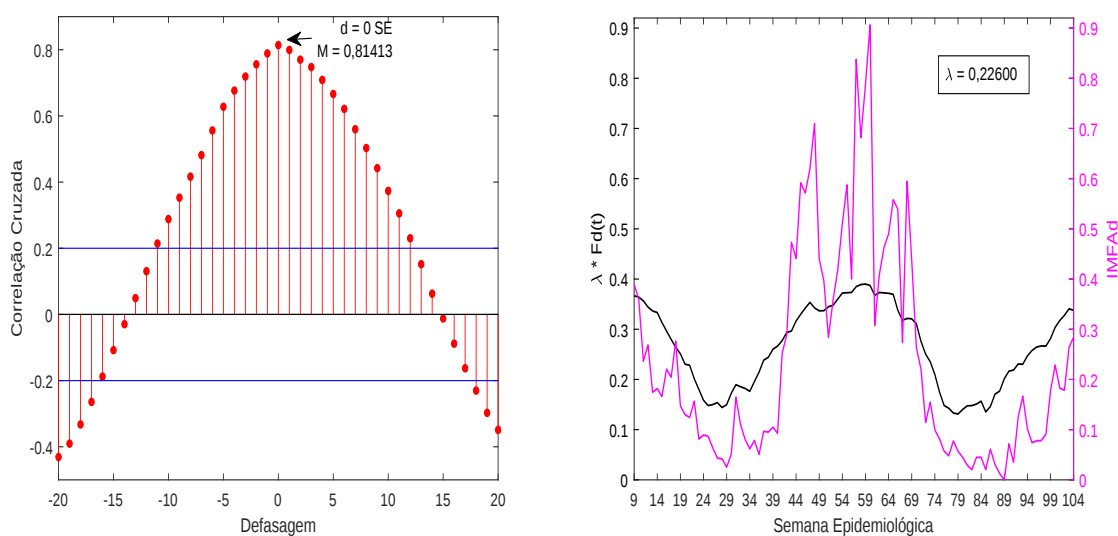


Figura 43 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (30) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

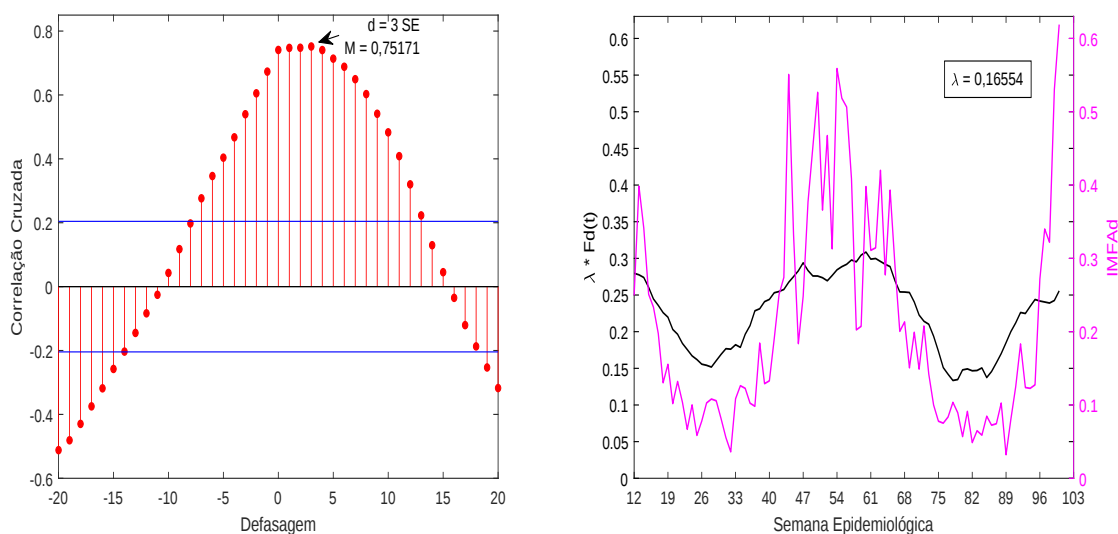


Figura 44 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (31) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.

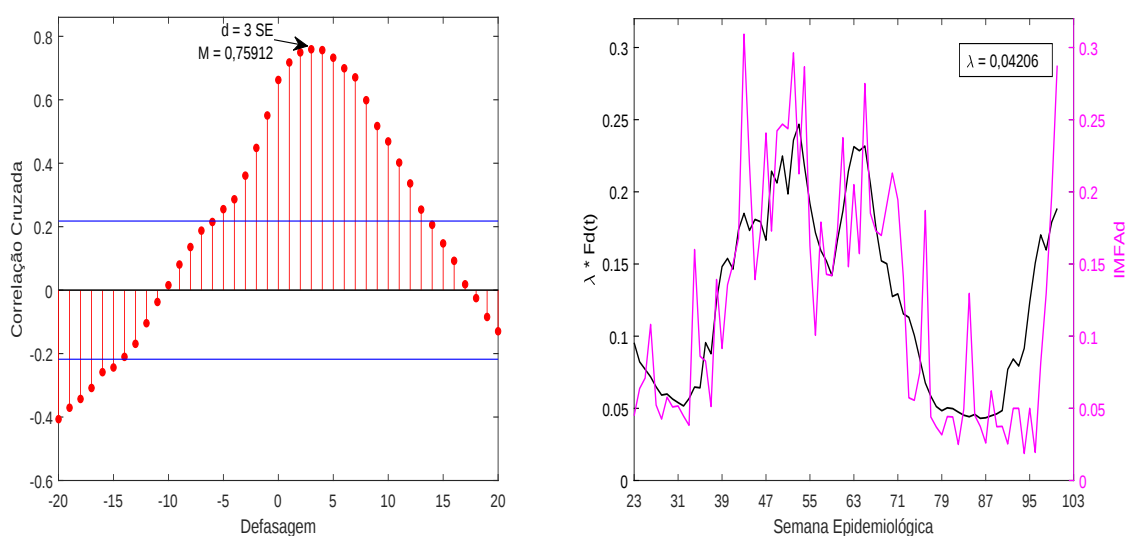


Figura 45 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (31) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

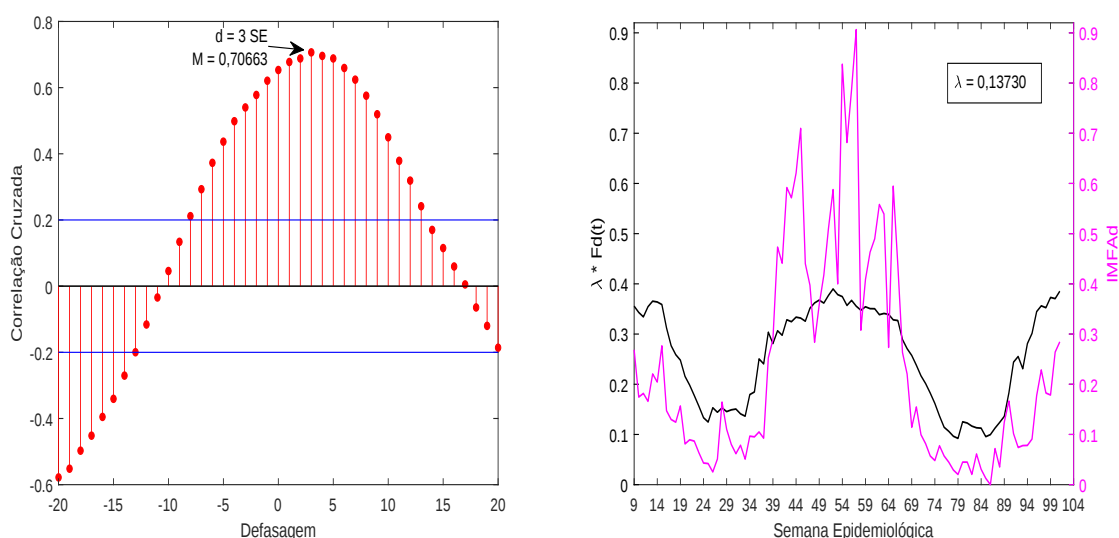
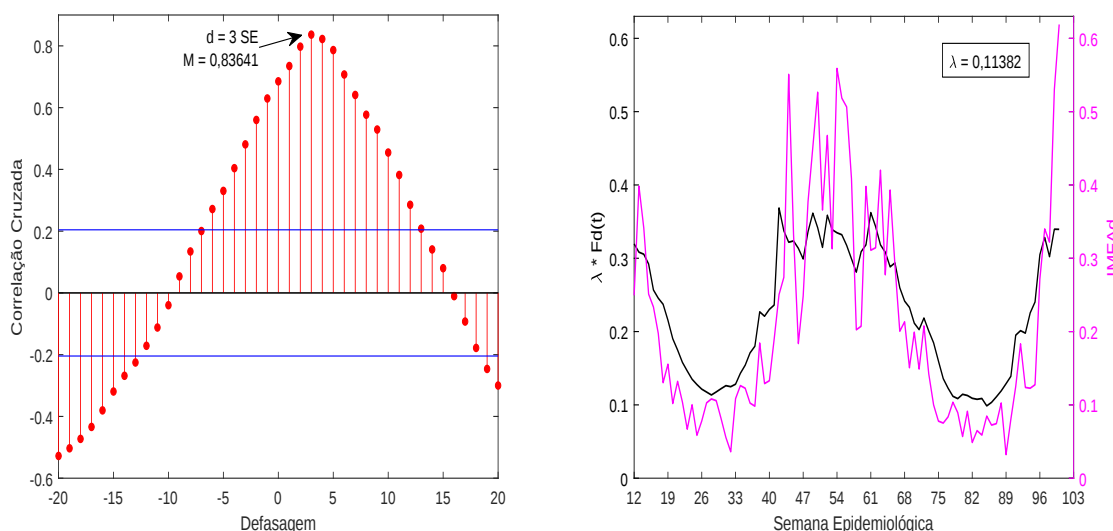


Figura 46 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas em fase de oviposição do modelo (31) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.



6.7 Comparação entre Modelos

Nesta seção iremos confrontar o resultado obtido para o menor valor do erro quadrático médio dos modelos abordados neste trabalho com os trabalhos de (BARSANTE, 2012) e de (CORDEIRO, 2015). Primeiramente, foram realizadas simulações numéricas sem ação de controle adicional nas populações dos modelos entomológicos de (BARSANTE, 2012) e de (CORDEIRO, 2015) considerando os dados climáticos do INMET no horizonte de estudo das cidades mineiras de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas. A Tabela 16 ilustra a defasagem d , o valor máximo da correlação M , o fator escala λ e o erro quadrático médio s^2 da comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo simulados no modelo de (BARSANTE, 2012) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* em cada uma das três cidades mineiras.

As Figuras 47-49 ilustram a comparação qualitativa entre os dados simulados de fêmeas pós repasto sanguíneo do modelo de (BARSANTE, 2012) e os dados amostrais de *IMFA*, sem e com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala em cada uma das três cidades mineiras. A evolução de F_2 seguiu a tendência de evolução do *IMFA* com um atraso médio entre os picos e os vales de uma semana para a cidade de Caratinga, de seis semanas para a cidade de Lavras e de quatro semanas para a cidade de Sete Lagoas. Segundo a classificação de (DANCEY; REIDY, 2004), a intensidade de cada correlação foi forte para as cidades de Caratinga ($M = 0,67838$) e de Lavras ($M = 0,53503$); e muito forte para cidade de Sete Lagoas ($M = 0,72123$).

Tabela 16 – Defasagem d , valor máximo da correlação M , fator escala λ e erro quadrático médio s^2 referente a potência $r = 1$ resultante da comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo simulados no modelo de (BARSANTE, 2012) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

Correlação Cruzada	d	M	λ	s^2	r
Caratinga (Minas Gerais, Brasil)					
$(F_2, IMFA)$	1 SE	0,67838	0,09977	$3,39340 \cdot 10^{-3}$	1
Lavras (Minas Gerais, Brasil)					
$(F_2, IMFA)$	6 SE	0,53503	0,23258	$1,80433 \cdot 10^{-2}$	1
Sete Lagoas (Minas Gerais, Brasil)					
$(F_2, IMFA)$	4 SE	0,72123	0,11933	$11,96658 \cdot 10^{-3}$	1

Figura 47 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo de (BARSANTE, 2012) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.

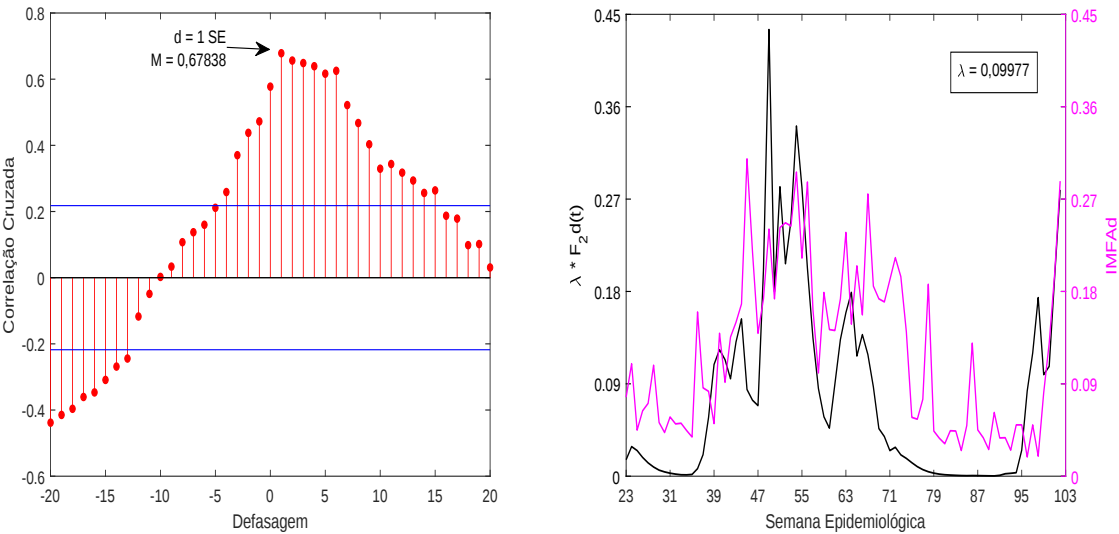


Figura 48 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo de (BARSANTE, 2012) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

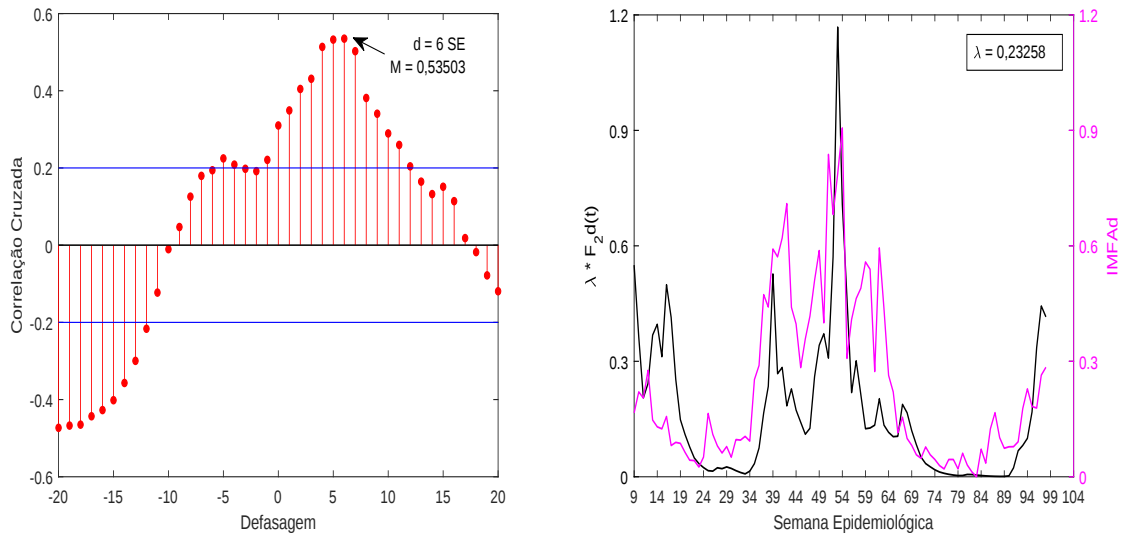
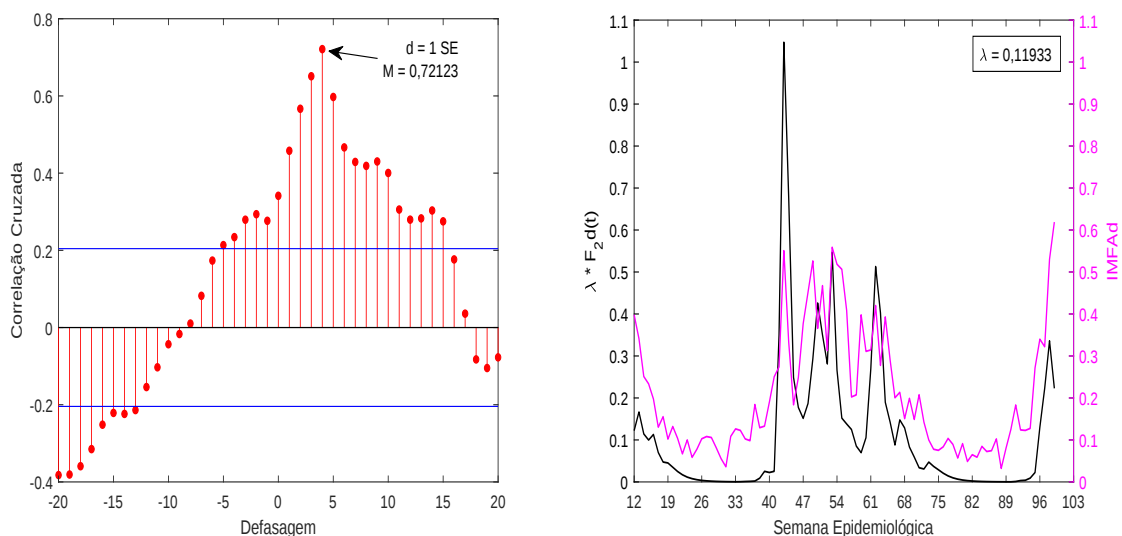


Figura 49 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo de (BARSANTE, 2012) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.



A [Figura 50](#) ilustra a evolução de s^2 em função da potência r do modelo de ([CORDEIRO, 2015](#)), com $r \in [0, 1]$ e passo $h = 0,01$. Neste intervalo os valores da potência r que minimizam o s^2 estão associadas as defasagens de seis semanas para a cidade de Caratinga; de três e quatro semanas para as cidades de Lavras e de Sete Lagoas.

A potência r juntamente com a intensidade da correlação M e o fator escala λ relativos ao menor valor de s^2 associada a cada defasagem do modelo de ([CORDEIRO, 2015](#)) da respectiva cidade estão ilustrados nas [Tabela 17](#). Para avaliar a dinâmica da população de fêmeas pós-repasto sanguíneo deste modelo foi considerado a potência r relativa ao menor valor de s^2 do horizonte de estudo em cada uma das três cidades mineiras.

As Figuras [51-53](#) ilustram a comparação qualitativa entre os dados simulados de fêmeas pós repasto sanguíneo do modelo de ([CORDEIRO, 2015](#)) e os dados amostrais de *IMFA*, sem e com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala das cidades mineiras de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas. A evolução de F_2 seguiu a tendência de evolução do *IMFA* com um atraso médio entre os picos e os vales de seis semanas para a cidade de Caratinga, de duas semanas para a cidade de Lavras e de quatro semanas para a cidade de Sete Lagoas. Segundo a classificação de ([DANCEY; REIDY, 2004](#)), a intensidade de cada correlação foi muito forte para as cidades de Caratinga ($M = 0,75322$), de Lavras ($M = 0,77318$) e de Sete Lagoas ($M = 0,81183$).

Tabela 17 – Defasagem d , valor máximo da correlação M , fator escala λ , erro quadrático médio s^2 e valor ótimo da potência r resultante da comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo simulados no modelo de ([CORDEIRO, 2015](#)) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

Correlação Cruzada	d	M	λ	s^2	r
Caratinga (Minas Gerais, Brasil)					
$(F_2, IMFA)$	6 SE	0,74619	0,10714	$1,19225 \cdot 10^{-3}$	0,70
Lavras (Minas Gerais, Brasil)					
$(F_2, IMFA)$	3 SE	0,72606	0,21630	$1,09878 \cdot 10^{-2}$	0,16
$(F_2, IMFA)$	4 SE	0,71605	0,22121	$1,03332 \cdot 10^{-2}$	0,70
Sete Lagoas (Minas Gerais, Brasil)					
$(F_2, IMFA)$	3 SE	0,77497	0,17666	$3,98836 \cdot 10^{-3}$	0,53
$(F_2, IMFA)$	4 SE	0,81183	0,17572	$3,21361 \cdot 10^{-3}$	1,00

Figura 50 – Dependência do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d com a potência r o modelo de (CORDEIRO, 2015), em que $r \in [0, 1]$ e passo $h = 0,01$ para as cidades de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

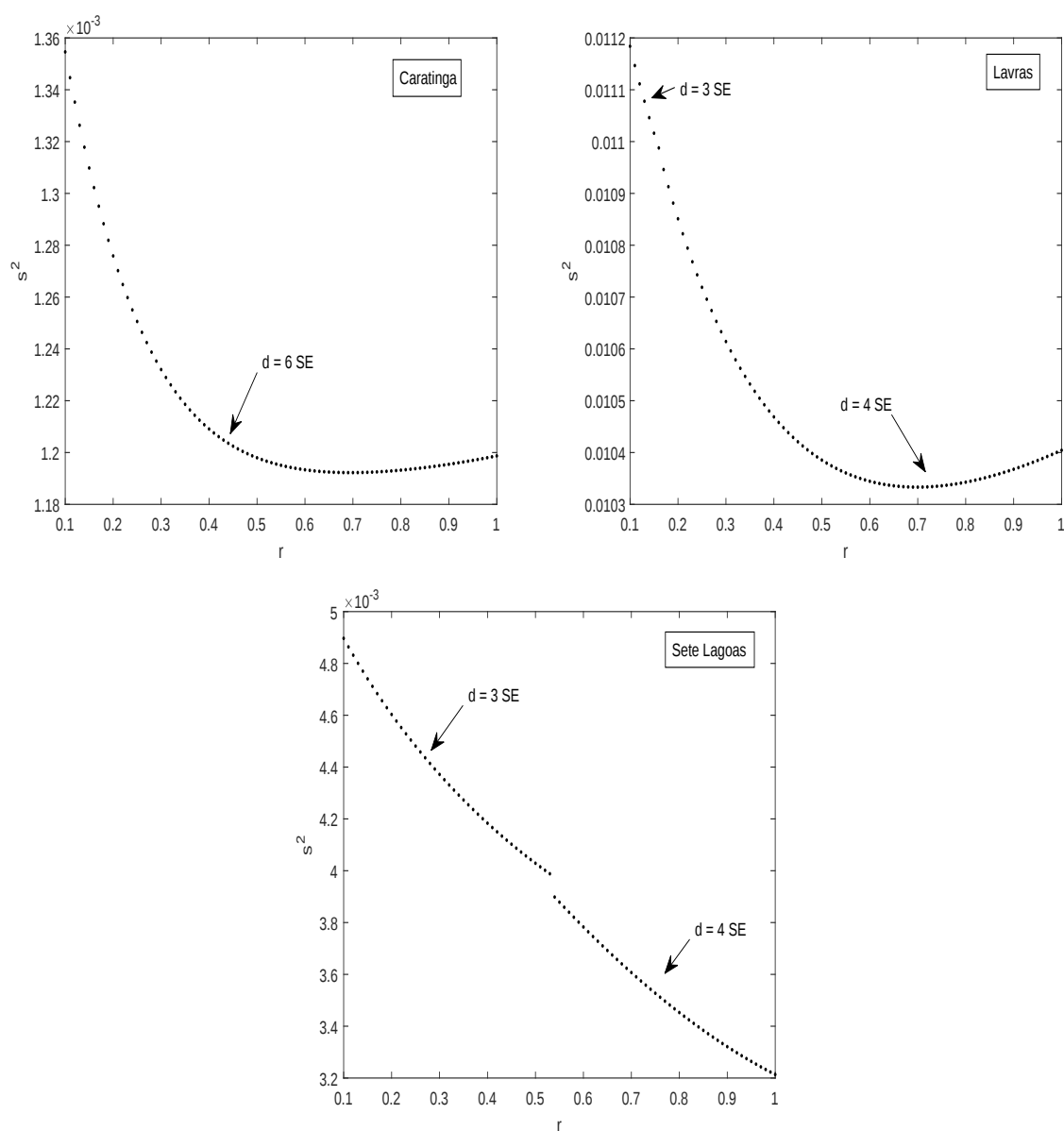


Figura 51 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo de (CORDEIRO, 2015) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.

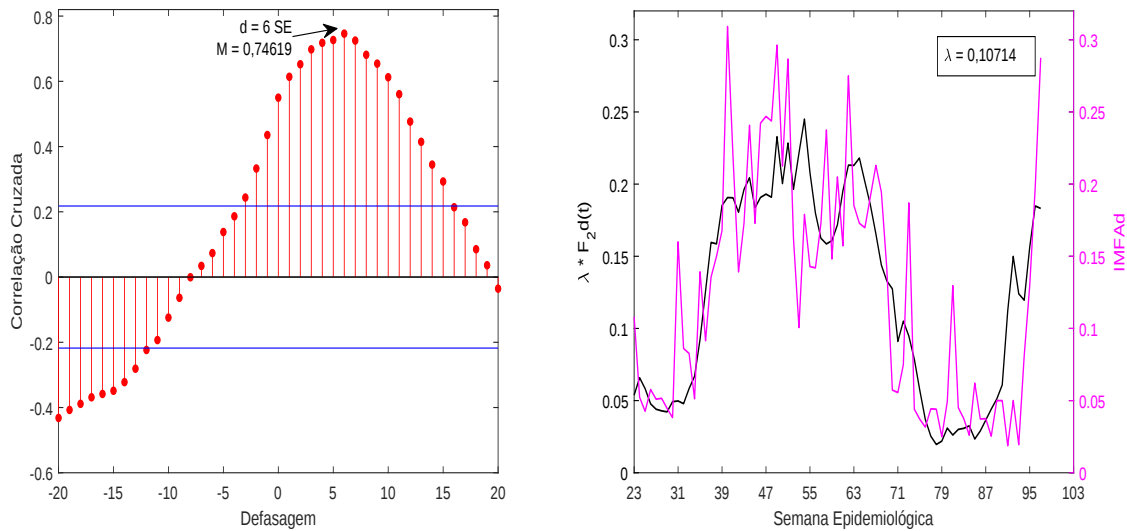


Figura 52 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo de (CORDEIRO, 2015) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

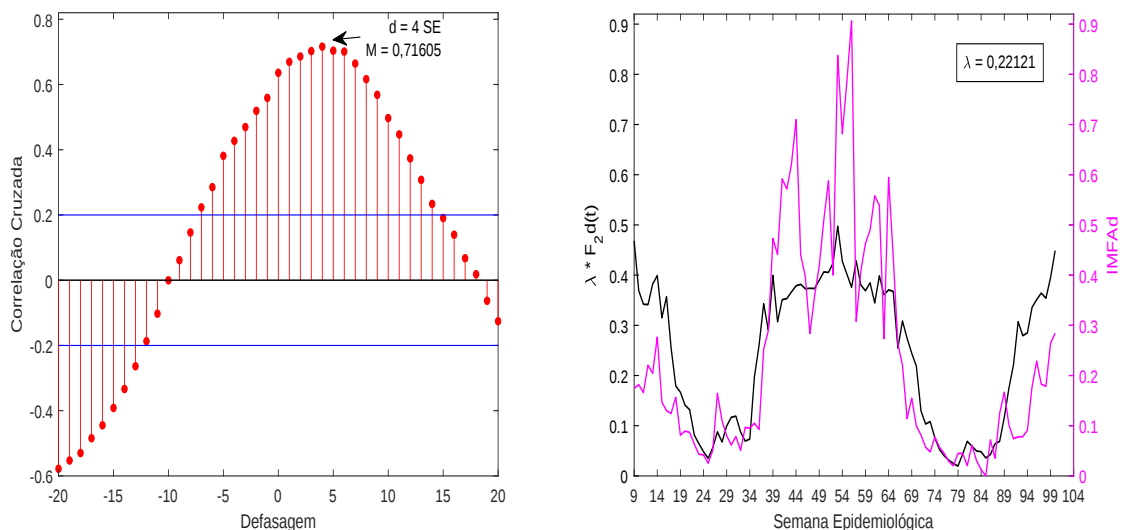
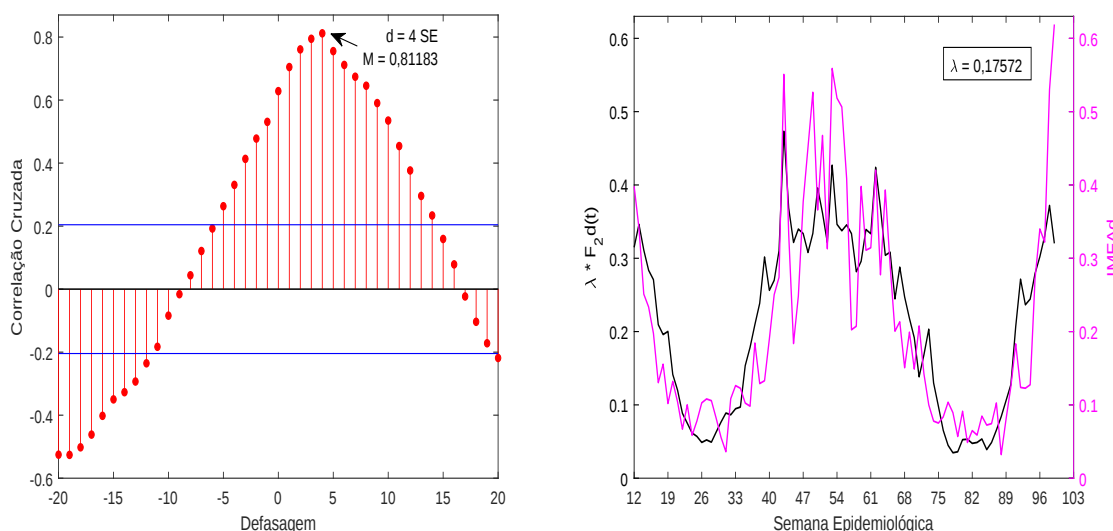


Figura 53 – Correlação cruzada e comparação entre os dados de fêmeas pós-repasto sanguíneo do modelo de (CORDEIRO, 2015) e os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* com deslocamento calculado a partir correlação cruzada e fator escala no horizonte de estudo da cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.



As Tabelas (18 - 20) ilustram a comparação entre o valor do erro quadrático médio e da defasagem obtidos entre os dados de *IMFA* e os dados simulados de fêmeas em fase de oviposição dos modelo entomológicos: (1), (15), (29), (30), (31), (BARSANTE, 2012) e (CORDEIRO, 2015). Para a cidade de Caratinga o menor valor do s^2 (em vermelho) foi obtido na simulação do modelo (31) com um atraso médio entre as curvas de três semanas e o pior valor (200, 86% maior que o menor valor) foi obtido na simulação do modelo de (BARSANTE, 2012) com um atraso médio entre as curvas de uma semana. Para a cidade de Lavras o menor valor do s^2 (em vermelho) foi obtido na simulação do modelo de (CORDEIRO, 2015) com um atraso médio entre as curvas de quatro semanas e o pior valor (74, 6% maior que o menor valor) foi obtido na simulação do modelo de (BARSANTE, 2012) com um atraso médio entre as curvas de quatro semanas. Para a cidade de Sete Lagoas o menor valor do erro quadrático médio foi obtido na simulação do modelo (1) com um atraso médio entre as curvas de três semanas e o pior valor (407, 07% maior que o menor valor) foi obtido na simulação do modelo de (BARSANTE, 2012) com um atraso médio entre as curvas de quatro semanas.

Tabela 18 – Comparação do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d obtidos entre os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* e os dados simulados de fêmeas em fase de oviposição dos modelos (1), (15), (29), (30), (31), (BARSANTE, 2012) e (CORDEIRO, 2015) para a cidade de Caratinga, estado de Minas Gerais, Brasil.

Modelo	Parâmetro	Caratinga
(1)	s^2	$1,20324 \cdot 10^{-3}$ ($\uparrow 6,26\%$)
	d	4 SE
(15)	s^2	$1,40503 \cdot 10^{-3}$ ($\uparrow 24,57\%$)
	d	3 SE
(29)	s^2	$1,16499 \cdot 10^{-3}$ ($\uparrow 3,29\%$)
	d	3 SE
(30)	s^2	$1,65843 \cdot 10^{-3}$ ($\uparrow 47,04\%$)
	d	4 SE
(31)	s^2	$1,12790 \cdot 10^{-3}$ (*)
	d	3 SE
(BARSANTE, 2012)	s^2	$3,39340 \cdot 10^{-3}$ ($\uparrow 200,86\%$)
	d	1 SE
(CORDEIRO, 2015)	s^2	$1,19225 \cdot 10^{-3}$ ($\uparrow 5,71\%$)
	d	6 SE

Tabela 19 – Comparação do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d obtidos entre os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* e os dados simulados de fêmeas em fase de oviposição dos modelos (1), (15), (29), (30), (31), (BARSANTE, 2012) e (CORDEIRO, 2015) para a cidade de Lavras, estado de Minas Gerais, Brasil.

Modelo	Parâmetro	Lavras
(1)	s^2	$1,28164 \cdot 10^{-2}$ ($\uparrow 24,03\%$)
	d	5 SE
(15)	s^2	$1,41393 \cdot 10^{-2}$ ($\uparrow 36,83\%$)
	d	3 SE
(29)	s^2	$1,30353 \cdot 10^{-2}$ ($\uparrow 26,15\%$)
	d	5 SE
(30)	s^2	$1,19548 \cdot 10^{-2}$ ($\uparrow 15,69\%$)
	d	0 SE
(31)	s^2	$1,26479 \cdot 10^{-2}$ ($\uparrow 22,40\%$)
	d	3 SE
(BARSANTE, 2012)	s^2	$1,80433 \cdot 10^{-2}$ ($\uparrow 74,61\%$)
	d	6 SE
(CORDEIRO, 2015)	s^2	$1,03332 \cdot 10^{-2}$ (*)
	d	4 SE

Tabela 20 – Comparação do erro quadrático médio s^2 e da defasagem d obtidos entre os dados amostrais de *Índice Médio de Fêmeas Aedes* e os dados simulados de fêmeas em fase de oviposição dos modelos (1), (15), (29), (30), (31), (BARSANTE, 2012) e (CORDEIRO, 2015) para a cidade de Sete Lagoas, estado de Minas Gerais, Brasil.

Modelo	Parâmetro	Sete Lagoas
(1)	s^2	$2,35993 \cdot 10^{-3}$ (*)
	d	3 SE
(15)	s^2	$3,77695 \cdot 10^{-3}$ (↑ 60,04%)
	d	3 SE
(29)	s^2	$2,38252 \cdot 10^{-3}$ (↑ 0,96%)
	d	3 SE
(30)	s^2	$6,33154 \cdot 10^{-3}$ (↑ 169,29%)
	d	3 SE
(31)	s^2	$3,68005 \cdot 10^{-3}$ (↑ 55,94%)
	d	3 SE
(BARSANTE, 2012)	s^2	$11,96658 \cdot 10^{-3}$ (↑ 407,07%)
	d	1 SE
(CORDEIRO, 2015)	s^2	$3,21361 \cdot 10^{-3}$ (↑ 36,17%)
	d	4SE

Capítulo 7

Modelo com quatro compartimentos sob influência de temperatura e umidade

Neste capítulo foi utilizado um modelo matemático determinístico com quatro compartimentos para descrever o ciclo de vida do *Aedes* spp. sob influência de variáveis meteorológicas (temperatura e umidade) fixas em cada estação do ano para indicar possíveis cenários de intervenções de controle nas populações de larvas e de fêmeas do mosquito.

7.1 Modelagem Matemática

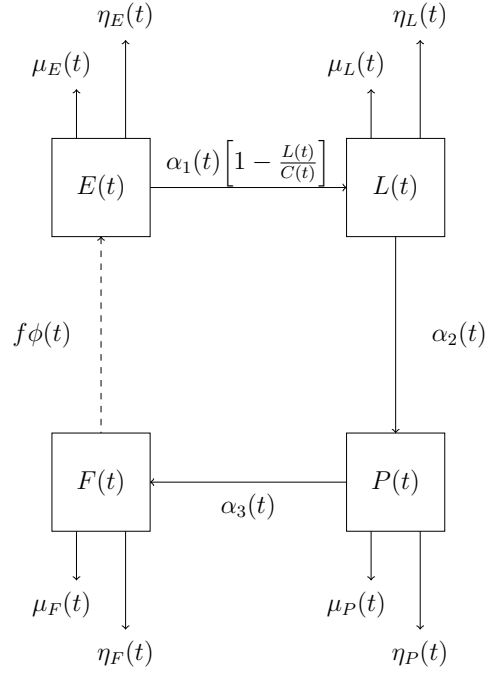
O modelo descreve a dinâmica do ciclo de vida do *Aedes* spp. em quatro compartimentos: ovos $E(t)$, larvas $L(t)$, pupas $P(t)$ e fêmeas em fase de oviposição $F(t)$ de modo que seus parâmetros sejam dependentes de padrões meteorológicos fixos por estação do ano, dados por:

- Favorável: verão que se caracteriza por alta temperatura e umidade.
- Intermediário: primavera e outono que se caracterizam por temperatura e umidade medianas.
- Desfavorável: inverno que se caracteriza pela baixa temperatura e umidade.

A [Figura 54](#) ilustra o diagrama compartimental do modelo (44) com dependência de padrões meteorológicos fixos por estação do ano.

O sistema de equações diferenciais não lineares que representa a dinâmica das populações do *Aedes* spp. com dependência de padrões meteorológicos fixos por estação do ano é

Figura 54 – Diagrama da dinâmica populacional do *Aedes* spp. com dependência de padrões meteorológicos fixos por estação do ano.



descrito por:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dE(t)}{dt} = f(t)\phi(t)F(t) - (\alpha_1(t) + \mu_E(t))E(t), \\ \frac{dL(t)}{dt} = \alpha_1(t) \left(1 - \frac{L(t)}{C(t)}\right) E(t) - (\alpha_2(t) + \mu_L(t) + \eta_L(t))L(t), \\ \frac{dP(t)}{dt} = \alpha_2(t)L(t) - (\alpha_3(t) + \mu_P(t))P(t), \\ \frac{dF(t)}{dt} = \gamma(t)\alpha_3(t)P(t) - (\mu_F(t) + \eta_F(t))F(t). \end{array} \right. \quad (44)$$

As taxas entomológicas, de controle adicional, a região do espaço de estados, os pontos de equilíbrio, a estabilidade dos pontos de equilíbrio e o número de descendentes basal deste modelo são análogas às descritas no [Capítulo 6](#). Ressalta-se que, neste modelo, considera-se o sistema autônomo a cada estação do ano e, desta forma, dois pontos de equilíbrio são determinados nestas estações. Cada estação do ano apresentou duração de 90 dias, resultando no horizonte de 360 dias.

O valor dos parâmetros entomológicos do *Aedes* spp. com dependência de padrões meteorológicos fixos por estação do ano utilizado na simulação do modelo (44) estão descritos na Tabela [Tabela 21](#).

Tabela 21 – Valor dos parâmetros entomológicos do *Aedes* spp. adotado no modelo (44), considerando três períodos para o desenvolvimento do mosquito: favorável, intermediário, desfavorável.

Parâmetro	Favorável	Referência	Unidade
μ_L	1/3,0	(YANG; FERREIRA, 2008)	dias ⁻¹
μ_F	1/35,0		
α_1	1/2,0		
α_2	1/4,4		
α_3	1/1,6		
C	700		-
Parâmetro	Intermediário	Referência	Unidade
μ_L	1/2,3	(YANG; FERREIRA, 2008)	dias ⁻¹
μ_F	1/26,0		
α_1	1/3,3		
α_2	1/8,0		
α_3	1/3,1		
C	500		-
Parâmetro	Desfavorável	Referência	Unidade
μ_L	1/1,5	(YANG; FERREIRA, 2008)	dias ⁻¹
μ_F	1/17,5		
α_1	1/4,5		
α_2	1/11,7		
α_3	1/4,6		
C	300		-

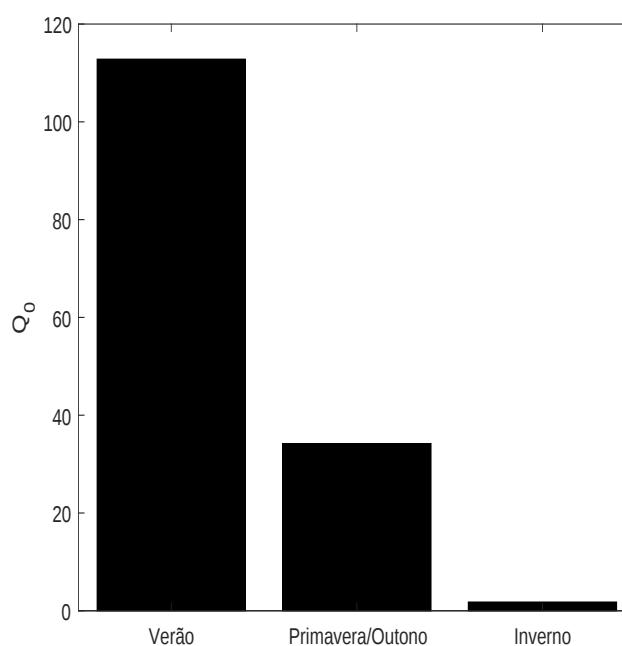
Os demais parâmetros do modelo (44) foram considerados constantes ao longo de todo o horizonte de estudo e estão descritos na Tabela 22.

Tabela 22 – Valor dos parâmetros entomológicos do *Aedes* spp. adotado no modelo (44).

Parâmetro	Valor	Referência	Unidade
f	1/2,0	(YANG et al., 2016)	-
γ			
ϕ	1,0	(YANG; FERREIRA, 2008)	dias ⁻¹
μ_E	1/100,0		
μ_P	1/70,0		

O valor do número de descendentes basal para cada estação do ano do modelo (44), sem considerarmos nenhum tipo de intervenção de controle, é ilustrado na Figura 55. Observa-se que em todas as estações há infestação do vetor. Em média, uma única fêmea no verão produz aproximadamente 112 novas fêmeas. Este valor é mais que o triplo gerado na primavera ou no outono e aproximadamente 63 vezes maior do que é gerado no inverno.

Figura 55 – Valor do número de descendentes basal sem intervenção de controle no ciclo de vida do *Aedes* spp. por estação do ano.



7.2 Análise de Sensibilidade do Número de Descendentes Basal

De forma análoga aos modelos (1) e (15), avaliou-se o índice de sensibilidade normalizada do número de descendentes basal em relação a cada parâmetro da equação (39). A Tabela 23 ilustra a expressão analítica da sensibilidade local de Q_0 em relação aos parâmetros que compõem a equação (39) considerando os cenários sem e com intervenções de controle nas populações do mosquito.

Tabela 23 – Índice de sensibilidade normalizada do número de descendentes basal do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenções de controle do modelo (44).

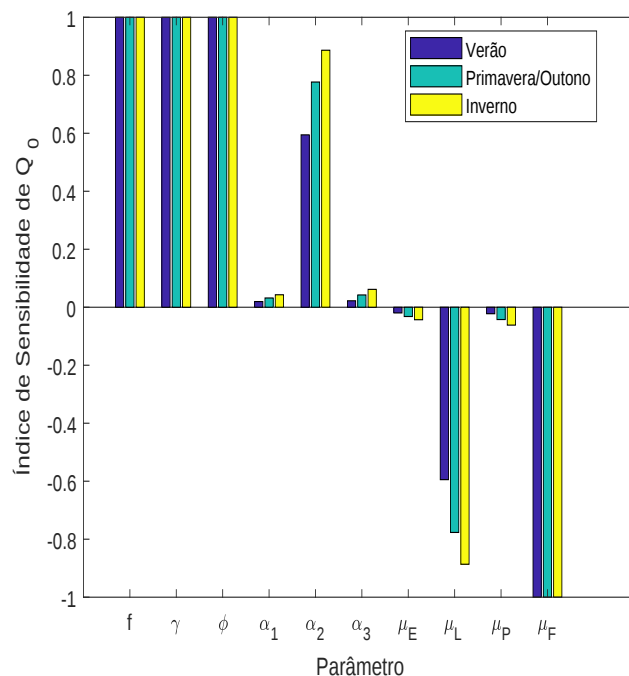
Parâmetro	Sensibilidade Sem Controle	Sensibilidade Com Controle
f	+1	+1
ϕ		
γ		
α_1	$\frac{\mu_E}{(\alpha_1 + \mu_E)} \in (0,1)$	$\frac{\mu_E}{(\alpha_1 + \mu_E)} \in (0,1)$
α_2	$\frac{\mu_L}{(\alpha_2 + \mu_L)} \in (0,1)$	$\frac{(\mu_L + \eta_L)}{(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)} \in (0,1)$
α_3	$\frac{\mu_P}{(\alpha_3 + \mu_P)} \in (0,1)$	$\frac{\mu_P}{(\alpha_3 + \mu_P)} \in (0,1)$
μ_E	$-\frac{\mu_E}{(\alpha_1 + \mu_E)} \in (-1,0)$	$-\frac{\mu_E}{(\alpha_1 + \mu_E)} \in (-1,0)$
μ_L	$-\frac{\mu_L}{(\alpha_2 + \mu_L)} \in (-1,0)$	$-\frac{\mu_L}{(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)} \in (-1,0)$
μ_P	$-\frac{\mu_P}{(\alpha_3 + \mu_P)} \in (-1,0)$	$-\frac{\mu_P}{(\alpha_3 + \mu_P)} \in (-1,0)$
μ_F	-1	$-\frac{\mu_F}{(\mu_F + \eta_F)} \in (-1,0)$
η_I	0	$-\frac{\eta_L}{(\alpha_2 + \mu_L + \eta_L)} \in (-1,0)$
η_F		$-\frac{\eta_F}{(\mu_F + \eta_F)} \in (-1,0)$

Verifica-se que as taxas de mortalidade ($\mu_E, \mu_L, \mu_P, \mu_F$) estão correlacionadas negativamente a Q_0 , enquanto a taxa de oviposição da fêmeas (ϕ), as taxa de desenvolvimento (α_i) com $i = 1, 2, 3$, a fração de pupas que transformaram em fêmeas (γ) e fração de ovos

viáveis (f) estão correlacionadas positivamente a Q_0 . O efeito de cada parâmetro f , ϕ , γ , α_1 , α_3 , μ_E , μ_P foi invariante nos cenários sem e com intervenção de controle. Sem ações de controle, os parâmetros que mais afetam a dinâmica de todas as configurações do modelo em relação a Q_0 , são a taxa de oviposição (ϕ), a fração de pupas que transformaram em fêmeas adultas (γ), a fração de ovos viáveis (f) e a taxa de mortalidade natural de fêmeas (μ_F). Por exemplo, se μ_F é aumentado (ou diminuído) em 5%, então Q_0 diminui (ou aumenta) também em 5%. Impacto oposto sofre Q_0 se variarmos f , ϕ ou γ . Com a implantação de intervenções de controle, ocorre um aumento da sensibilidade da taxa de desenvolvimento da população de larvas para população de pupas (correlacionada positivamente) e das taxas de mortalidade adicional (correlacionadas negativamente) com Q_0 . Adicionalmente ocorre uma redução da sensibilidade da mortalidade natural de fêmeas (correlacionada negativamente) com Q_0 .

A Figura 56 ilustra a evolução do índice de sensibilidade de Q_0 em relação aos parâmetros da equação (39) sem intervenção de controle ao longo do horizonte de estudo.

Figura 56 – Índice de Sensibilidade do número de descendentes basal do *Aedes* spp. por estação do ano considerando o cenário sem intervenção de controle do modelo (44).



Note que o índice de sensibilidade das taxas de desenvolvimento e das taxas de mortalidade natural da fase imatura do mosquito sofrem mudanças entre as estações do ano. Por exemplo, se a taxa de oviposição de fêmea ϕ sofre um acréscimo (ou decréscimo) de 10%, então, Q_0 sofrerá o mesmo impacto. Ou seja, o valor de Q_0 no verão passará de 112,81 para 124,09; na primavera e no outono passará de 34,19 para 37,61 e no inverno

este valor passará de 1,79 para 1,96. Sabe-se que um número elevado de mosquito em uma determinada área, potencializa a dispersão viral e consequentemente, produz prejuízo social e econômico a sociedade. Diante deste fato, medidas de controle no ciclo de vida do mosquito devem ser efetivadas a fim de reduzir o nível de infestação do vetor.

7.3 Experimentos Numéricos

Para avaliar a dinâmica do modelo (44) no cenário com intervenção de controle foram adotadas como condição inicial as coordenadas da estação do ano anterior ao horizonte de estudo.

De forma análoga às intervenções de controle realizada no modelo (15), avaliou-se a taxa de mortalidade adicional e o horizonte mais adequado para realizar controle químico nas populações de larvas e de fêmeas em fase de oviposição do mosquito. Também foi realizado o controle com perfil degrau em que se usou uma quantidade fixa de controle η_L^i durante 14 dias na população de larvas, a partir do dia t_L^i até o dia $(t_L^i + 13)$ em cada uma das três aplicações da específica intervenção. Analogamente, uma quantidade fixa de controle η_F^i será aplicada durante 14 dias na população vetorial, a partir do dia t_F^i até o dia $(t_F^i + 13)$ em cada uma das três aplicações da específica intervenção, em que $i = 1, 2, 3$.

A função objetivo J do problema de otimização é dada pela equação (45) e apresenta a restrição (46) para a intervenção nas estações primavera, verão e outono; a restrição (47) para as intervenções primavera-verão (tipo I) e verão-outono (tipo I); e a restrição (48) para as intervenções primavera-verão (tipo II) e verão-outono (tipo II). A função J é composta pela soma ponderada do custo com o controle químico (larvicidas e inseticidas: parcelas 1 e 2) e do custo social de pessoas infectadas (medidas de acordo com o número de larvas e de fêmeas em fase de oviposição: parcelas 3 e 4).

$$\min_{\eta_L^i, t_L^i, \eta_F^i, t_F^i} J(\eta_L^i, t_L^i, \eta_F^i, t_F^i) = \min_{\eta_L^i, t_L^i, \eta_F^i, t_F^i} \frac{1}{2} \left(c_1 \int_{t_L^i}^{t_F^i} (\eta_L^i)^2 dt + c_2 \int_{t_F^i}^{t_F^i} (\eta_F^i)^2 dt + c_3 \int_0^{364} L^2 dt + c_4 \int_0^{364} F^2 dt \right), \quad (45)$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} \text{Modelo (44)} \\ 0 \leq \eta_L^i, \eta_F^i \leq 1; i = 1, 2, 3. \\ 1 \leq t_L^1, t_F^1 \leq 17; \\ 31 \leq t_L^2, t_F^2 \leq 47; \\ 61 \leq t_L^3, t_F^3 \leq 77; \end{cases} \quad (46)$$

$$\text{sujeito a: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Modelo (44)} \\ 0 \leq \eta_L^i, \eta_F^i \leq 1; i = 1,2,3. \\ 1 \leq t_L^1, t_F^1 \leq 32; \\ 46 \leq t_L^2, t_F^2 \leq 77; \\ 92 \leq t_L^3, t_F^3 \leq 123; \end{array} \right. \quad (47)$$

$$\text{sujeito a: } \left\{ \begin{array}{l} \text{Modelo (44)} \\ 0 \leq \eta_L^i, \eta_F^i \leq 1; i = 1,2,3. \\ 46 \leq t_L^1, t_F^1 \leq 77; \\ 92 \leq t_L^2, t_F^2 \leq 123; \\ 137 \leq t_L^3, t_F^3 \leq 168; \end{array} \right. \quad (48)$$

sendo que c_1 e c_2 representam, respectivamente, o custo relativo à intensidade de controle adicional aplicado na população de larvas e na população de fêmeas em fase de oviposição; c_3 e c_4 representam, respectivamente, o custo social associado a população de larvas e a população de fêmeas em fase de oviposição. Neste trabalho adotou-se $c_1 = 10$, $c_2 = 1000$ e $c_3 = 0,001$ (custo elevado com controle na fase alada do mosquito).

A busca por soluções do problema de otimização mono-objetivo, dado pela equação (45), foi obtida por meio do AGRP. Os parâmetros utilizados durante a execução do AGRP e a eficiência das intervenções de controle nas populações de larvas e de fêmeas em fase de oviposição do mosquito foram adotados de forma similar a realizada no modelo (15). Nas Figuras 57-58 percebe-se que aumentando as gerações, há uma melhora no valor do funcional ótimo e o tamanho da caixa do boxplot fica menor em todas as intervenções de controle do mosquito.

Figura 57 – Evolução do valor do funcional ótimo ao longo das gerações após as 30 execuções do Algoritmo Genético Real Polarizado considerando a intervenção de controle nas fases do *Aedes* spp. do modelo (44) nas estações primavera, verão e outono de uma determinada região geográfica.

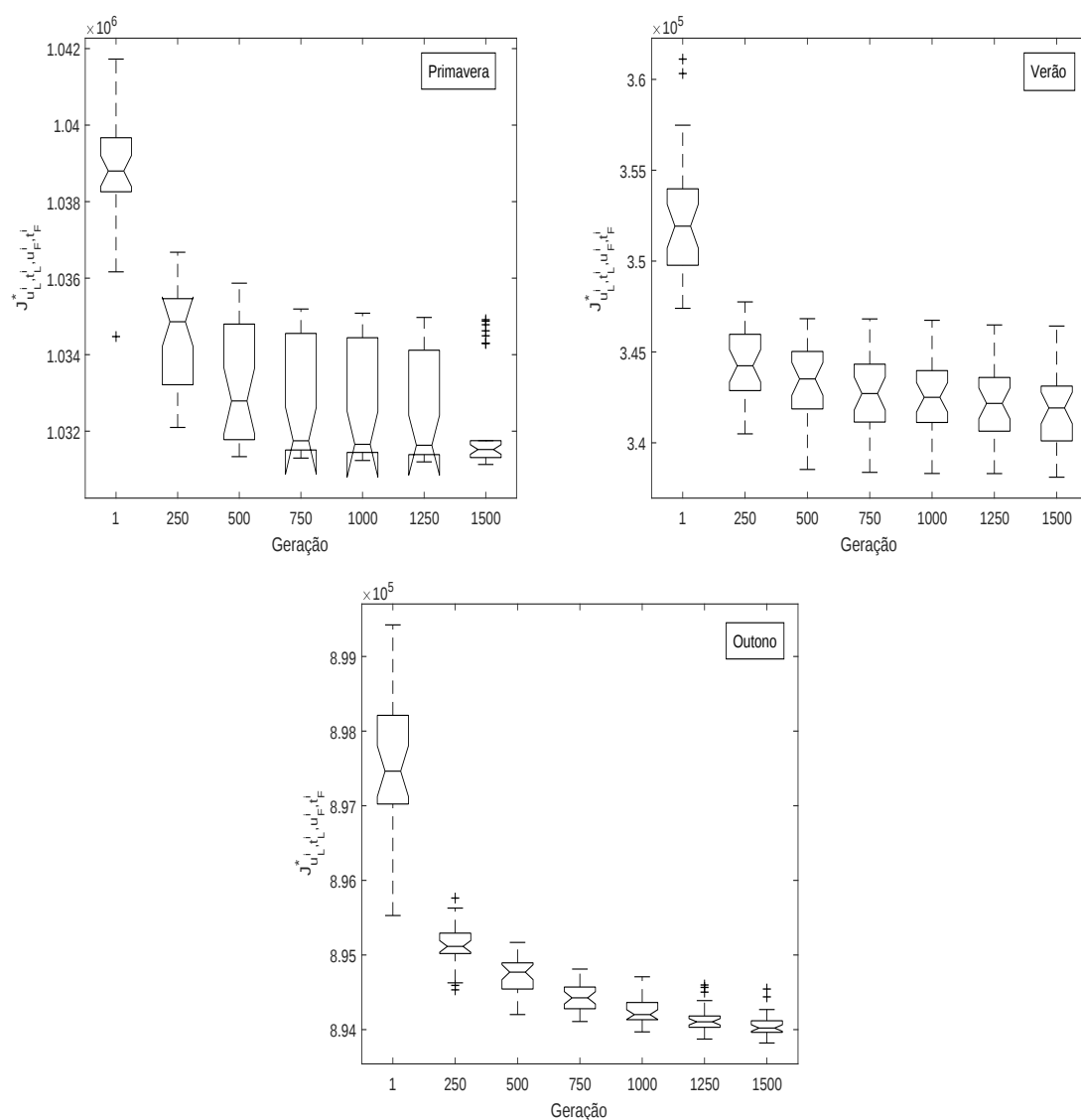
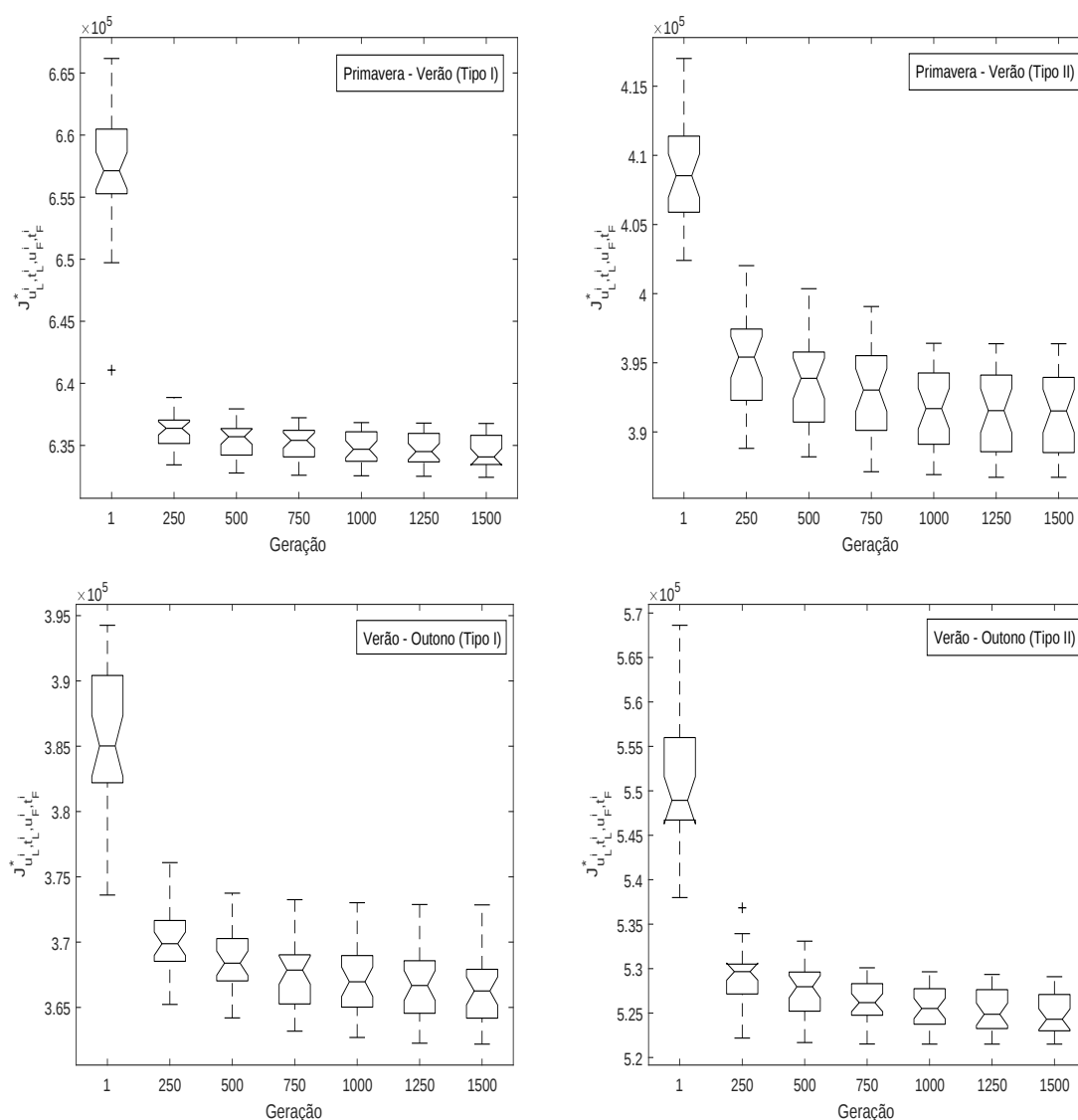


Figura 58 – Evolução do valor do funcional ótimo ao longo das gerações após as 30 execuções do Algoritmo Genético Real Polarizado considerando a intervenção de controle nas fases do *Aedes* spp. do modelo (44) nas estações primavera-verão (Tipo I), primavera-verão (Tipo II), verão-outono (Tipo I) e verão-outono (Tipo II) de uma determinada região geográfica.



A Tabela 24 representa o valor ótimo das variáveis de decisão ($\eta_L^i, t_L^i, \eta_F^i, t_F^i$), o valor do funcional ótimo (J^*) e o valor da eficiência do controle ótimo na população de fêmeas em fase de oviposição (ϵ_F) relativa a cada uma das três intervenções de controle do mosquito nas estações primavera, primavera-verão, verão, verão-outono e outono em uma determinada região geográfica. Observou que a abordagem com melhor custo-benefício ocorreu na intervenção realizada somente no verão. As intervenções primavera-verão(II) e verão-outono(I) apresentaram desempenho na eficiência e no valor de funcional similares e próximos da intervenção realizada somente no verão. O controle realizado somente nas estações primavera e outono apresentaram as menores eficiências ($< 31\%$) e os maiores custos quando comparados com as demais intervenções. A quantidade de controle em todas as intervenções realizadas na população de larvas foi intensa ($> 0,95$), com exceção da quantidade aplicada na primeira intervenção da primavera-verão (Tipo II), que foi aproximadamente (0,73). Este fato não foi observado nas intervenções realizadas na população de fêmeas do mosquito. Este resultado pode estar ligado ao fato de o custo do controle vetorial ser elevado quando comparado com os demais.

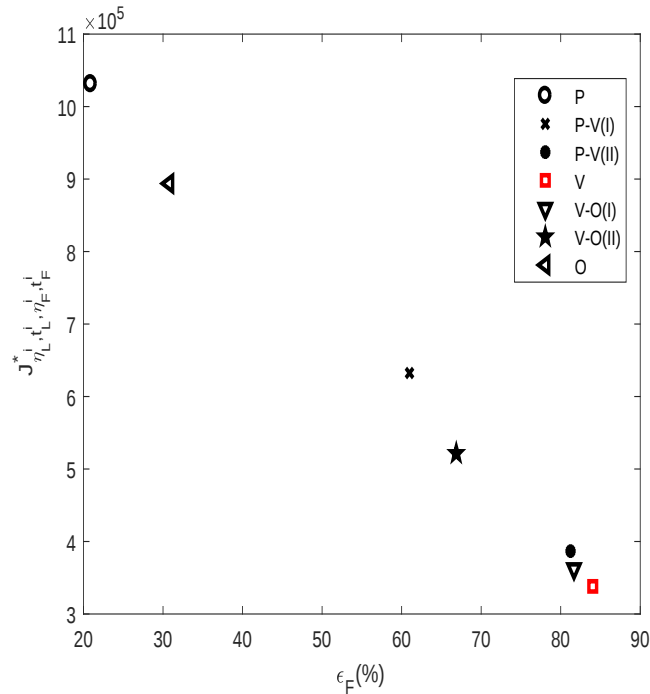
Tabela 24 – Valor ótimo das variáveis de decisão, do funcional ótimo e a eficiência do controle ótimo na população de fêmeas em fase de oviposição em cada intervenção de controle nas fases do *Aedes* spp. do modelo (44) de uma determinada região geográfica.

	primavera	primavera-verão (Tipo I)	primavera-verão (Tipo II)	verão	verão-outono (Tipo I)	verão-outono (Tipo II)	outono
η_L^1	0,95	0,97	0,73	0,99	0,97	0,99	0,99
t_L^1	17	32	77	17	25	51	12
η_L^2	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99
t_L^2	47	77	122	47	61	98	45
η_L^3	0,99	0,99	0,99	0,99	0,99	0,98	0,99
t_L^3	76	123	167	77	106	150	77
η_F^1	0,46	0,59	0,75	0,94	0,96	0,99	0,89
t_F^1	16	31	76	12	19	47	1
η_F^2	0,54	0,79	0,98	0,94	0,99	0,78	0,53
t_F^2	0,46	0,77	120	42	57	92	37
η_F^3	0,93	0,99	0,99	0,99	0,81	0,59	0,51
t_F^3	76	123	162	74	92	142	71
f_1^*	203	205	177	210	205	207	207
f_2^*	9,63e+03	1,38e+04	1,77e+04	1,93e+04	1,79e+04	1,37e+04	9,32e+03
f_3^*	1,02e+06	6,188e+05	3,69e+05	3,18e+05	3,44e+05	5,07e+05	8,84e+05
J^*	1,03e+06	6,328e+05	3,87e+05	3,38e+05	3,62e+05	5,21e+05	8,94e+05
ϵ_F (%)	20,89	60,99	81,24	84,03	81,67	66,87	30,78

A Figura 59 mostra um comparativo entre a eficiência e o valor de função objetivo de cada intervenção de controle em ambas as fases do *Aedes* spp. A eficiência foi maior que 80% na população de fêmeas nas intervenções realizadas na primavera-verão (Tipo II), verão e verão-outono (Tipo I). Observe que a solução ótima obtida na intervenção realizada no verão domina as demais soluções tanto no valor do funcional quanto na eficiência.

As Figuras 60-66 ilustram a evolução das populações do modelo (44) considerando o

Figura 59 – Eficiência do controle ótimo na população de fêmeas em fase de oviposição versus funcional ótimo em cada intervenção de controle nas fases do *Aedes* spp. do modelo (44) de uma determinada região geográfica.



cenário sem e com as intervenções de controle nas estações primavera, primavera-verão, verão, verão-outono e outono em uma determinada região geográfica. Tanto no cenário sem ou com controle o comportamento da população de ovos foi semelhante ao da população de fêmeas e o da população de larvas foi semelhante ao da população de pupas. Em todas as intervenções de controle, observou-se uma redução nas populações do mosquito, sendo mais expressiva nas populações de ovos e de fêmeas.

As Figuras (67-68) ilustram a evolução do número de descendentes basal considerando o cenário sem e com intervenção de controle nas estações primavera, primavera-verão, verão, verão-outono e outono m uma determinada região geográfica. Em todas as intervenções de controle, observou-se uma redução significativa da taxa de infestação vetorial, atingindo um valor menor que um ($Q_0 < 1$), possibilitando horizontes livre de infestação de mosquito.

Figura 60 – Evolução das populações do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) na estação primavera de uma determinada região geográfica.

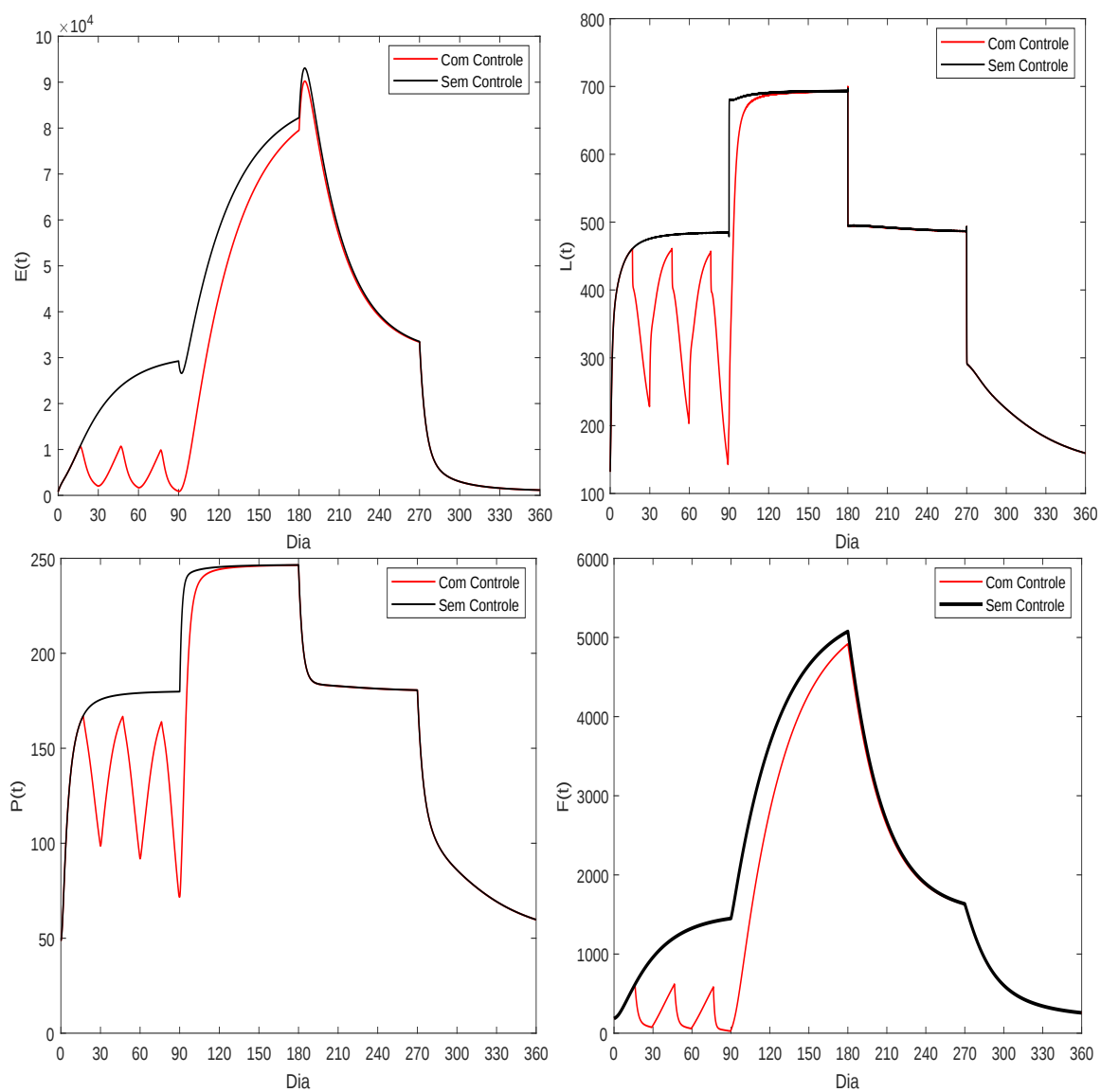


Figura 61 – Evolução das populações do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) na estação verão de uma determinada região geográfica.

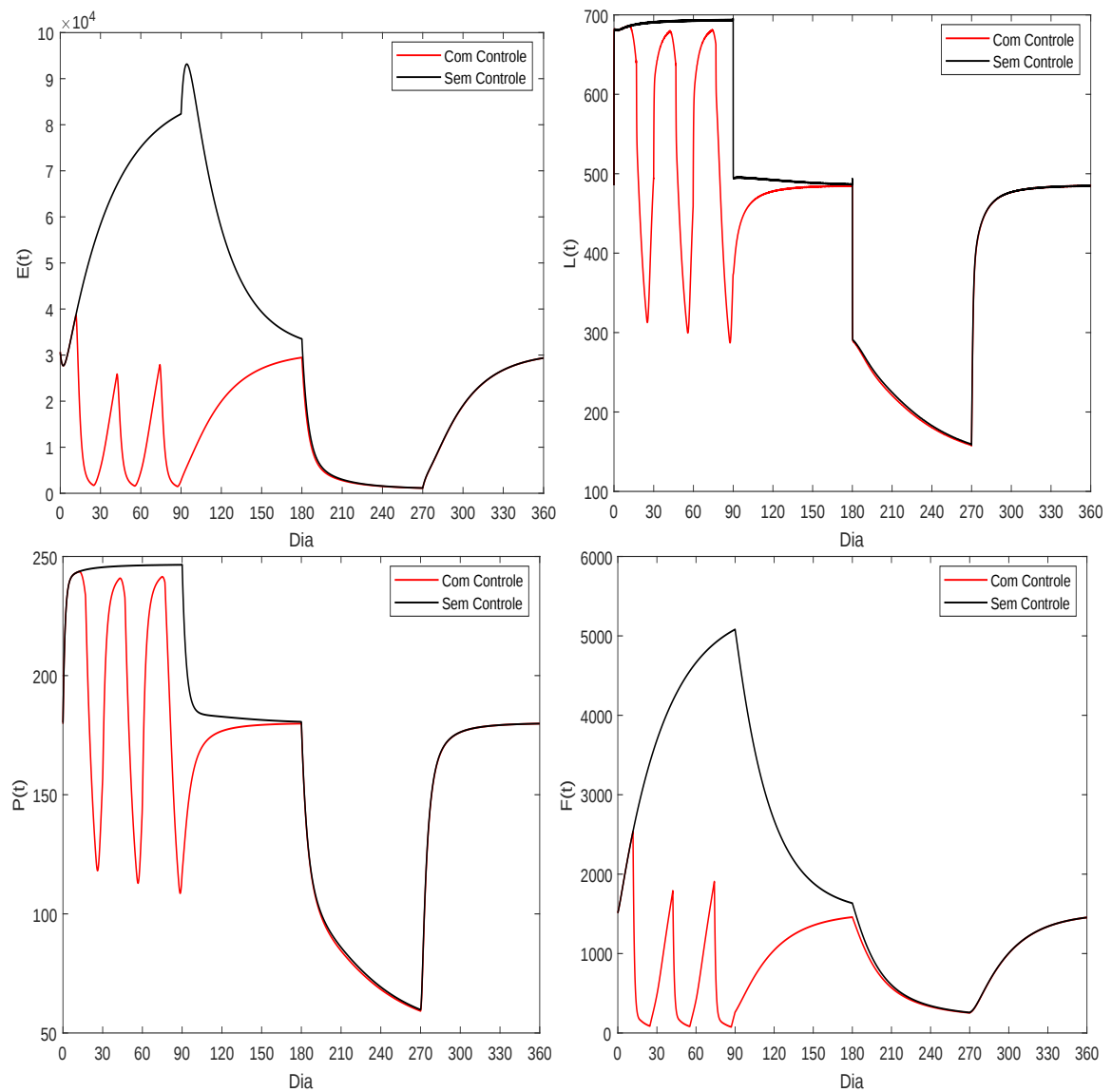


Figura 62 – Evolução das populações do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) na estação outono de uma determinada região geográfica.

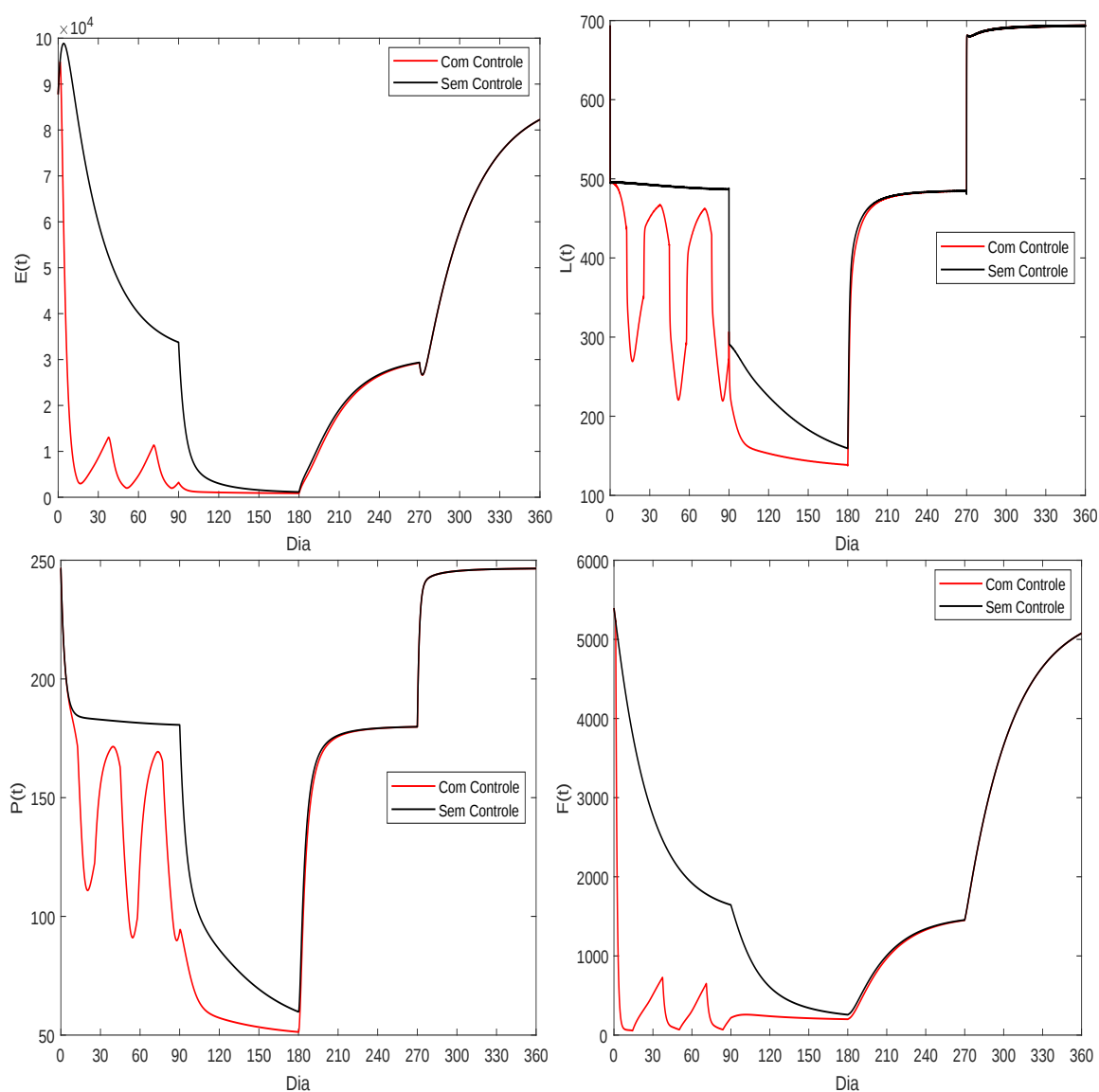


Figura 63 – Evolução das populações do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) nas estações primavera-verão (Tipo I) de uma determinada região geográfica.

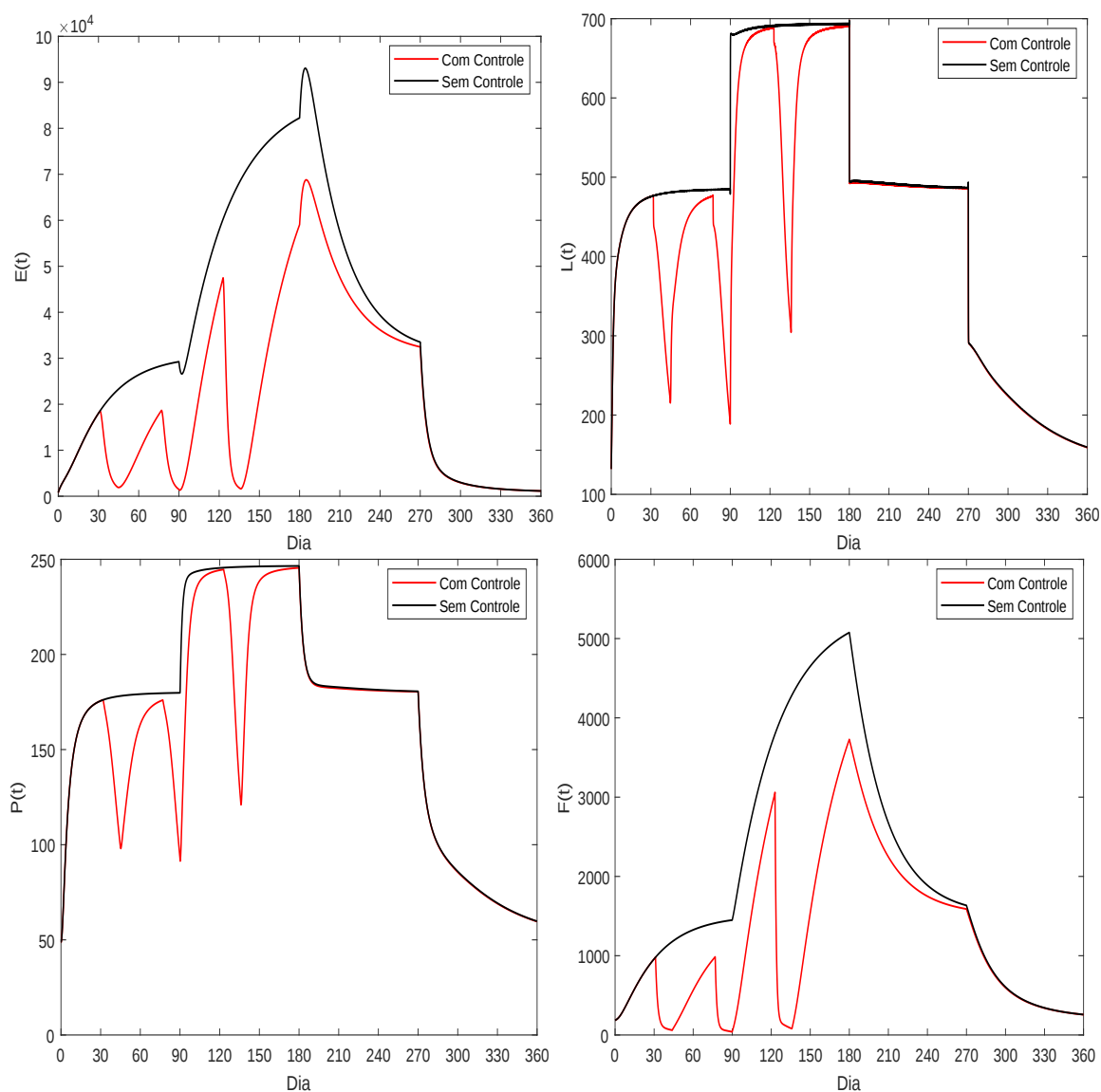


Figura 64 – Evolução das populações do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) nas estações primavera-verão (Tipo II) de uma determinada região geográfica.

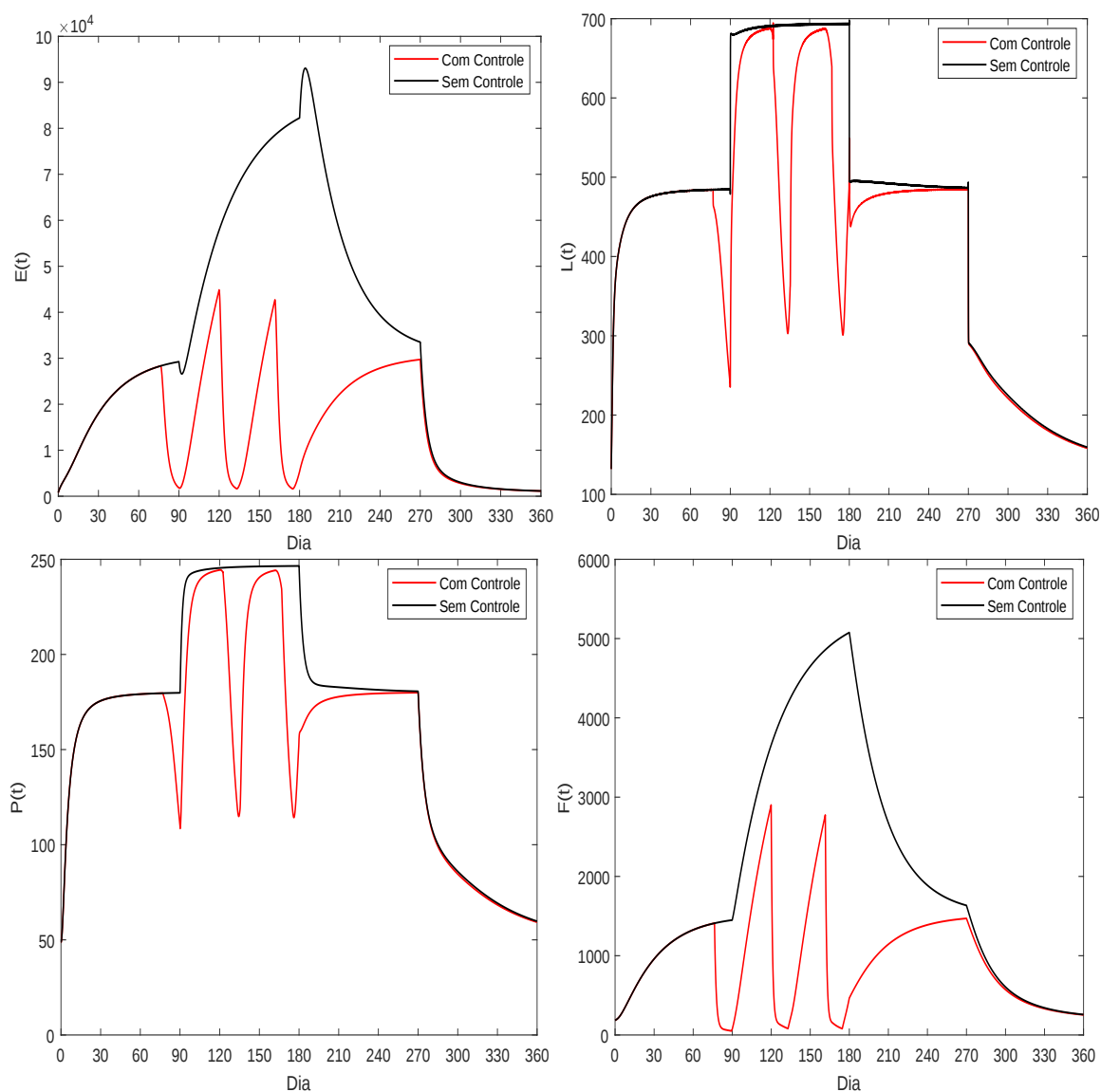


Figura 65 – Evolução das populações do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) nas estações verão-outono (Tipo I) de uma determinada região geográfica.

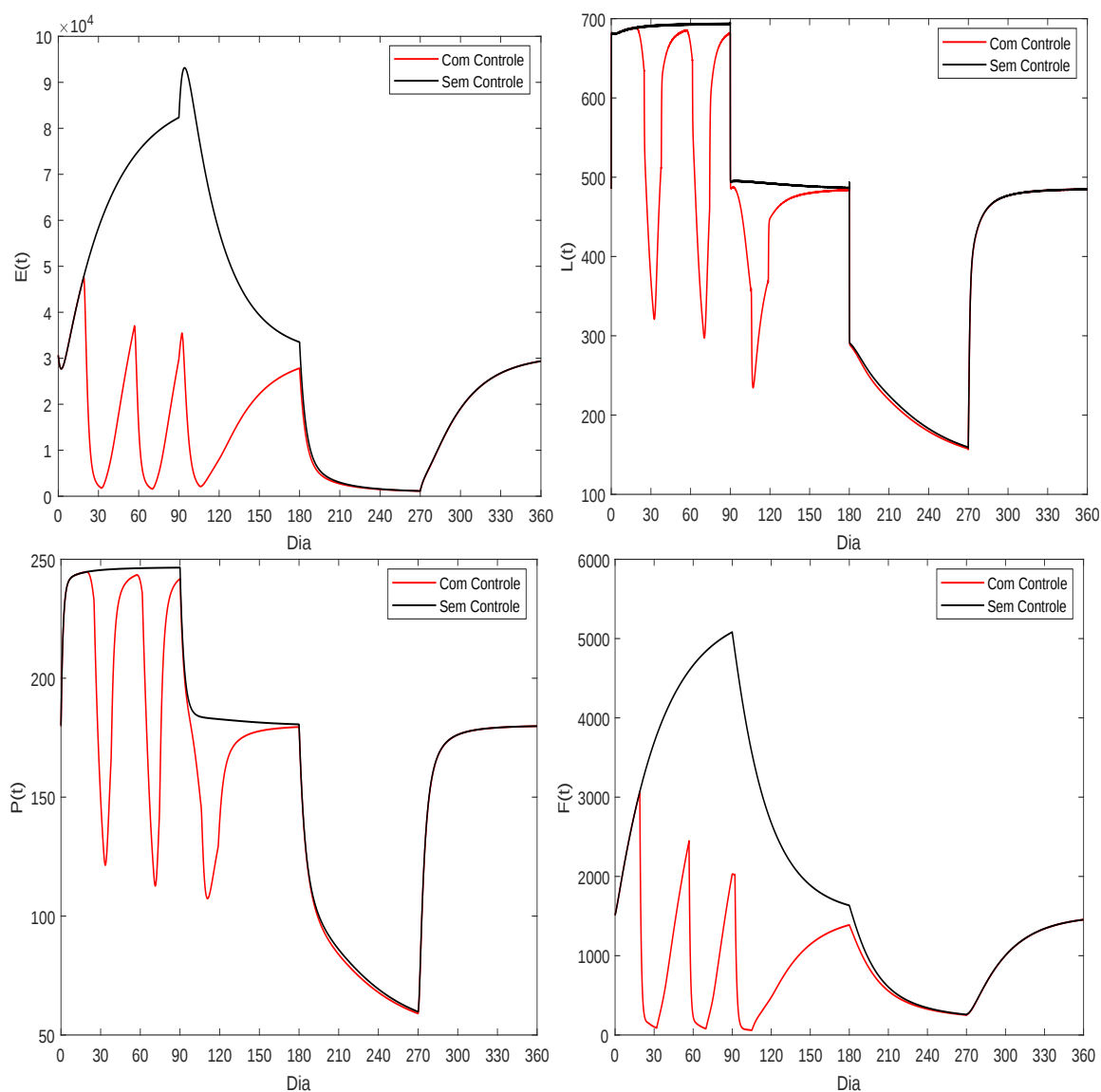


Figura 66 – Evolução das populações do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) nas estações verão-outono (Tipo II) de uma determinada região geográfica.

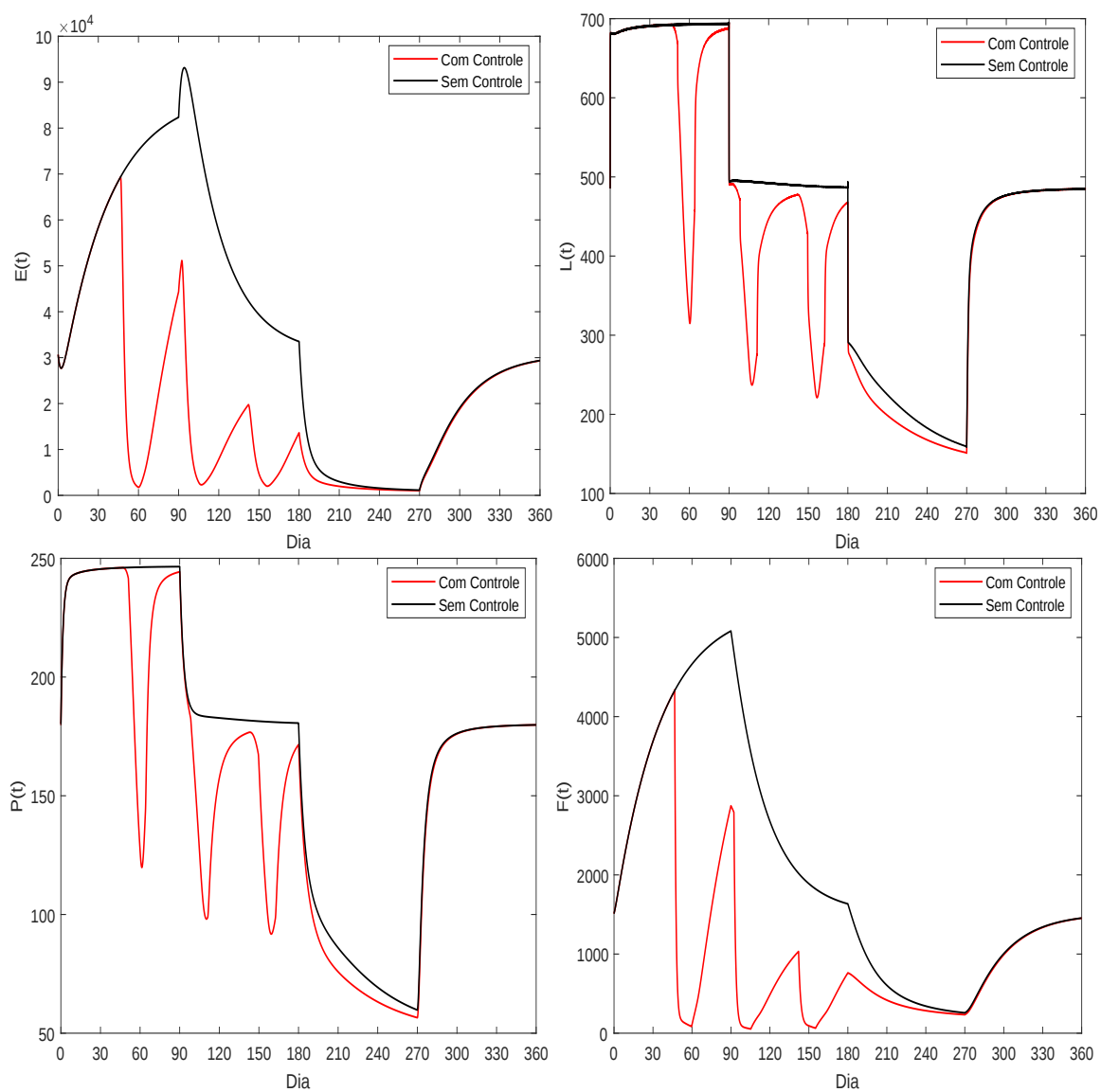


Figura 67 – Evolução do número de descendentes basal do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) nas estações primavera, verão e outono de uma determinada região geográfica.

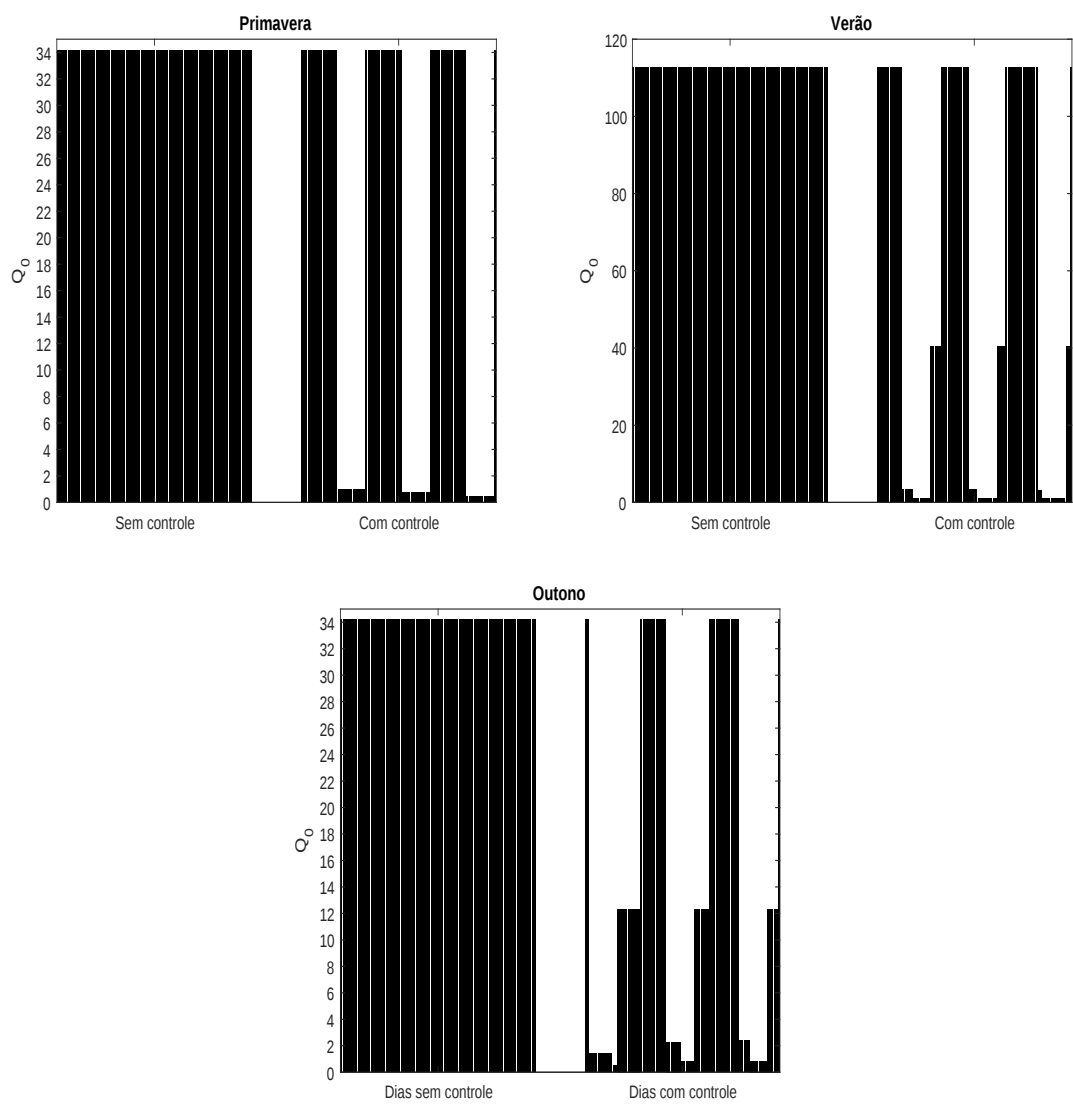
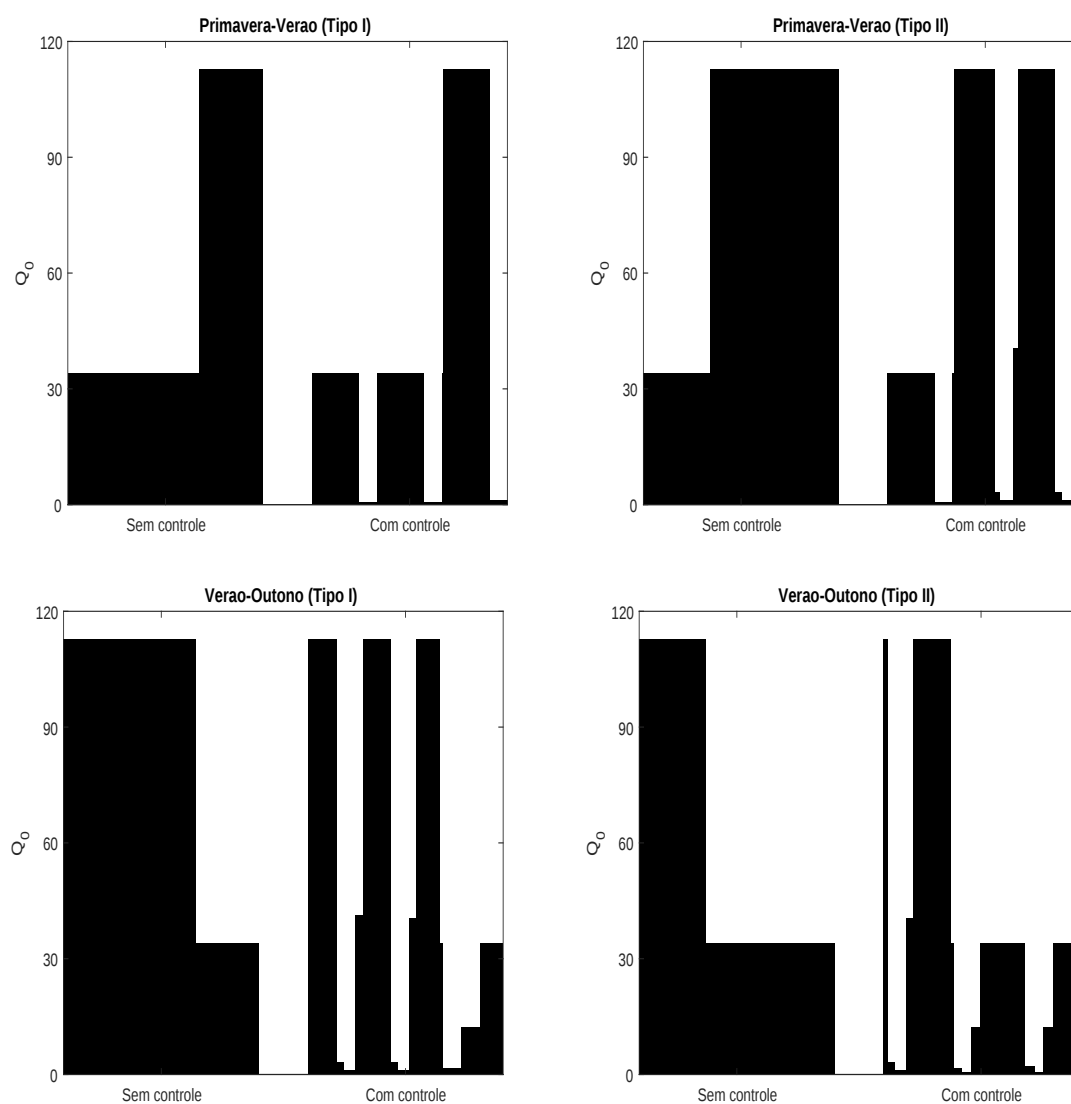


Figura 68 – Evolução do número de descendentes basal do *Aedes* spp. considerando o cenário sem e com intervenção de controle do modelo (44) nas estações primavera-verão (Tipo I), primavera-verão (Tipo II), verão-outono (Tipo I) e verão-outono (Tipo II) de uma determinada região geográfica.



Capítulo 8

Conclusão

Neste trabalho, utilizou-se de modelagem matemática para realizar uma exploração de modelos entomológicos a fim de abordar o problema ecológico da infestação do *Aedes* spp. de forma dependente das variáveis meteorológicas, bem como, para estudar o respectivo controle desta infestação via otimização das estratégias de controle.

A estabilidade dos modelos matemáticos abordados neste trabalho em torno do ponto de equilíbrio livre de infestação do mosquito, $0 < Q_0 < 1$, é consistente com o fato de que a população do *Aedes* spp. não consegue estabelecer-se em determinada área de estudo. Ao passo que a estabilidade dos modelos em torno do ponto de equilíbrio com infestação do mosquito, $Q_0 > 1$, é consistente com o fato de que a população do *Aedes* spp. consegue invadir e estabelecer-se em determinada área de estudo.

A validação entre os resultados dos modelos com dependência apenas em precipitação (Capítulos (4) e (5)), comparando-se o número de fêmeas em fase de oviposição nos modelos, com dados amostrais de fêmeas *Aedes* capturadas em campo pela armadilha MosquiTRAPR nos municípios mineiros de Caratinga, Lavras e Sete Lagoas foi considerada satisfatória. Segundo a classificação de (DANCEY; REIDY, 2004), a intensidade de correlação das séries foi: (i) muito forte para as cidades de Caratinga ($M = 0,70695$) e Sete Lagoas ($M = 0,85489$) e forte para cidade de Lavras ($M = 0,61541$) considerando o modelo abordado no Capítulo (4); (ii) muito forte para as cidades de Caratinga ($M = 0,75051$) e Sete Lagoas ($M = 0,83359$) e forte para cidade de Lavras ($M = 0,66484$), em relação ao modelo abordado no Capítulo (5).

Esta validação também foi considerada satisfatória nos modelos abordados no Capítulo (6). Em se tratando do modelo com dependência apenas da pluviosidade, a correlação entre as séries foi muito forte para as cidades de Caratinga ($M = 0,73899$) e Sete Lagoas ($M = 0,85523$) e forte para cidade de Lavras ($M = 0,60509$). No que concerne ao modelo com dependência apenas da temperatura, a correlação entre as séries foi muito forte nas três

cidades: Caratinga ($M = 0,72391$), Lavras ($M = 0,81413$) e Sete Lagoas ($M = 0,75171$). Em relação ao modelo com dependência da precipitação e da temperatura, a correlação entre as séries também foi muito forte nas três cidades: Caratinga ($M = 0,75912$), Lavras ($M = 0,70655$) e Sete Lagoas ($M = 0,83641$). Estes resultados sugerem que ambas as variáveis meteorológicas possam fazer parte importante do fenômeno da infestação do *Aedes* spp. em determinada área de estudo.

Para as cidades de Caratinga e Sete Lagoas dois dos modelos abordados neste trabalho apresentaram melhor performance no valor do erro quadrático médio s^2 em comparação com os modelos de (BARSANTE, 2012) e (CORDEIRO, 2015). Desta forma, acredita-se que estes modelos possam ser utilizados pelos agentes de vigilância sanitária como ferramenta para prever a infestação do vetor em uma região de estudo determinada.

Nos experimentos utilizando o Algoritmo Genético Real Polarizado em dois modelos de otimização, observou-se que ações de intervenções realizadas no ciclo de vida do *Aedes* spp. nas estações Verão, Primavera-Verão e Verão-Outono em intervalos regulares de tempo agiram como uma medida preventiva contra a infestação do mosquito e foi possível verificar horizontes livres da infestação vetorial.

Estudos futuros deverão incluir atraso nas equações diferenciais referentes a cada população do ciclo de vida do mosquito e o estudo de técnicas de otimização para: (i) aferir as faixas dos parâmetros entomológicos do *Aedes* spp. com a precipitação; (ii) indicar a janela de intervenção de controle do mosquito com o melhor custo/benefício considerando o modelo entomológico com influência da variabilidade semanal de precipitação e temperatura de uma determinada região geográfica; (iii) determinar a potência r utilizada nos parâmetros com dependência de precipitação como um problema de otimização como multiobjetivo, buscando reduzir ao mesmo tempo o erro quadrático médio e a defasagem.

Referências

- ABDELRAZEC, A.; GUMEL, A. B. Mathematical assessment of the role of temperature and rainfall on mosquito population dynamics. **Journal Mathematical Biology**, v. 74, n. 6, p. 1351–1395, 2017. Citado na página 1.
- ABIODUN, G. J. et al. Modelling the influence of temperature and rainfall on the population dynamics of *Anopheles arabiensis*. **Malaria Journal**, v. 15, n. 364, p. 1–15, 2016. Citado na página 1.
- ALLAN, S. A.; KLINE, D. L. Evalution of organic and synthetic compounds meadiating oviposition in *Aedes albopictus* and *Aedes aegypti* (Diptera: Culicidae). **Jour. Chern. Ecol.**, v. 21, n. 11, p. 1847–1860, 1995. Citado na página 6.
- BARATA, E. A. M. F. et al. População de *Aedes aegypti* em área endêmica de dengue, Sudeste do Brasil. **Rev. Saúde Pública**, v. 35, n. 3, p. 237–242, 2001. Citado na página 6.
- BARBOSA, A. A.; SILVA, M. A. N. Preferência por local de oviposição de *Aedes albopictus* (Skuse) (Diptera, Culicidae), em relação à presença de imaturos da própria espécie, sob condições de laboratório. **Rev. Bras. Zoo.**, v. 19, n. 4, p. 1147–1152, 2002. Citado na página 6.
- BARBOSA, P. M. et al. Estudo de um modelo matemático para a dinâmica populacional do vetor *Aedes aegypti*. **Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics**, v. 5, n. 1, 2017. Citado na página 1.
- BARRERA, R.; AMADOR, M.; MACKAY, A. J. Population dynamics of *Aedes aegypti* and dengue as influenced by weather and human behavior in San Juan, Puerto Rico. **PLoS Negl. Trop. Dis.**, v. 5, n. 12, 2011. Citado na página 7.
- BARSANTE, L. S. **Dependência entre pluviosidade e população de fêmeas *Aedes Aegypti* grávidas descritas através de um sistema dinâmico não autônomo e não linear**. Dissertação (Mestrado) — Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG, Belo Horizonte (Minas Gerais, Brasil), 2012. Citado 12 vezes nas páginas xiv, xviii, xix, 1, 35, 87, 88, 89, 93, 94, 95 e 118.
- BARSANTE, L. S. et al. Modelo entomológico determinístico sob efeito da pluviosidade para o *Aedes aegypti* e o *Aedes albopictus*. **Tendência em Matemática Aplicada e Computacional**, v. 19, n. 2, p. 289–303, 2018. Citado na página 35.
- BASSANEZI, R. C.; JÚNIOR, W. C. F. **Equações Diferenciais com Aplicações**. São Paulo, Brasil: [s.n.], 1988. Citado na página 24.
- BORGES, S. M. A. A. **Importância epidemiológica do *Aedes albopictus* nas Américas**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo - USP, São Paulo (São Paulo, Brasil), 2001. Citado na página 5.
- CALADO, D. C.; SILVA, M. A. N. Influência da temperatura sobre a longevidade, fecundidade e atividade hematofágica de *Aedes (Stegomyia) albopictus* Skuse, 1894 (Diptera, Culicidae)

sob condições de laboratório. **Revista Brasileira de Entomologia**, v. 46, n. 1, p. 93–98, 2002. Citado na página 8.

CAMPBELL, L. P. et al. Climate change influences on global distributions of dengue and chikungunya virus vectors. **Phil. Trans. R. Soc. B Biol. Sci.**, n. 370: 20140135., 2015. Citado na página 5.

CARIBONI, J. et al. The role of sensitivity analysis in ecological modelling. **Ecological Modelling**, v. 203, p. 167–182, 2007. Citado na página 28.

CHRISTOPHERS, S. **Aedes aegypti (L): The Yellow Fever Mosquito. Its Life History, Bionomics and Structure**. [S.l.: s.n.], 1960. Citado na página 6.

CONSOLI, R. A. G. B.; OLIVEIRA, R. L. **Principais mosquitos de importância sanitária no Brasil**. Rio de Janeiro: SciELO-Editora FIOCRUZ, 1994. Citado na página 6.

CORDEIRO, F. S. **Modelo preditivo para a população de mosquitos Aedes aegypti sob influência de variáveis climáticas: temperatura e pluviosidade**. Dissertação (Mestrado) — Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais - CEFET-MG, Belo Horizonte, (Minas Gerais, Brasil), 2015. Citado 14 vezes nas páginas [xiv](#), [xv](#), [xviii](#), [xix](#), [1](#), [18](#), [87](#), [90](#), [91](#), [92](#), [93](#), [94](#), [95](#) e [118](#).

COSTA, M. A. R. **A ocorrência do Aedes aegypti na região noroeste do Paraná: um estudo sobre a epidemia da dengue em Paranavaí - 1999, na perspectiva da geografia médica**. Dissertação (Mestrado), Presidente Prudente (São Paulo, Brasil), 2001. Citado 2 vezes nas páginas [5](#) e [6](#).

COSTA, V. A.; SILVA, J. P. G. Associação entre os casos notificados e variáveis climáticas da dengue no município de Pirapora (MG) entre os anos de 2010 a 2011. **Caminhos de Geografia**, v. 14, n. 45, p. 161–171, 2013. ISSN 1678-6343. Citado na página [9](#).

DANCEY, C. P.; REIDY, J. **Statistics without Maths for Psychology: using SPSS for Windows**. [S.l.]: Prentice Hall, 2004. Citado 6 vezes nas páginas [12](#), [30](#), [76](#), [87](#), [90](#) e [117](#).

DOMMAR, C. J. et al. An agent-based model driven by tropical rainfall to understand the spatio-temporal heterogeneity of a chikungunya outbreak. **Acta Tropica**, v. 129, p. 61–73, 2014. Citado na página [1](#).

DONALÍSIO, M. R.; GLASSER, C. M. Vigilância entomológica e controle de vetores do dengue. **Rev. Bras. Epidemiol.**, v. 5, n. 3, p. 259–272, Dezembro 2002. Citado na página [5](#).

DRIESSCHE, P. van den; WATMOUGH, J. Reproduction numbers and sub-threshold endemic equilibria for compartmental models of disease transmission. **Mathematical Biosciences**, v. 180, n. 1, p. 29–48, 2002. ISSN 0025-5564. Citado 2 vezes nas páginas [20](#) e [21](#).

EBI, K. L.; NEALON, J. Dengue in a changing climate. **Environmental Research**, v. 151, p. 115–123, 2016. Citado na página [7](#).

EIRAS, A. E.; RESENDE, M. C. Preliminary evaluation of the “dengue-mi” technology for *Aedes aegypti* monitoring and control. **Cad. Saúde Pública**, v. 25, n. 1, p. S45–S58, 2009. Citado na página [11](#).

FERREIRA, C. P.; YANG, H. M. Estudo dinâmico da população de mosquito *Aedes aegypti*. **Tend. Mat. Apl. Comput.**, v. 4, n. 2, p. 187–196, 2003. Citado 3 vezes nas páginas 19, 20 e 69.

FIGUEIREDO, L. T. M. Arboviroses emergentes no Brasil. **Revista da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical**, v. 40, n. 2, p. 224–229, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 4.

FILHO, A. L. A. G. **Variação temporal da viabilidade de ovos de *Aedes spp.* (Diptera: Culicidae) coletados em ovitrampas provenientes de área urbana do município de Recife**. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Pernambuco-UFPE, Recife (Pernambuco, Brasil), 2003. Citado na página 5.

FILHO, F. F. C. **Algoritmo Numéricos**. 2. ed. Rio de Janeiro, Brasil: LTC, 2007. Citado na página 11.

FLORENTINO, H. O. et al. Algoritmo de busca em vizinhança variável para determinação de controle otimizado para a população de *Aedes aegypti*. **Proceeding Series of the Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics**, v. 6, n. 1, 2018. Citado na página 2.

FORATTINI, O. P. **Ecologia, epidemiologia e sociedade**. [S.l.]: Artes Medicas/EDUSP, 529 p, 1992. Citado na página 8.

FORATTINI, O. P. **Culicidologia Médica**. [S.l.: s.n.], 1996. v. 1. 552 p. Citado na página 6.

FORATTINI, O. P. **Culicidologia Médica**. [S.l.: s.n.], 2002. v. 2. 864 p. Citado 2 vezes nas páginas 4 e 5.

FUNASA, F. N. de S. **Dengue: Instruções para pessoal de combate ao vetor**. 3, rev. ed. Brasília, 2001. Citado 3 vezes nas páginas 6, 9 e 10.

GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning**. [S.l.: s.n.], 1989. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 47.

GOLDBERG, D. E.; HOLLAND, J. H. Genetic algorithms and machine learning. **Machine Learning**, v. 3, p. 95–99, 1988. Citado na página 45.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems**. [S.l.: s.n.], 1975. Citado na página 45.

HOPP, M. J.; FOLEY, J. A. Global scale relationships between climate and the dengue fever vector, *Aedes Aegypti*. **Climatic Change**, v. 48, p. 441–463, 2001. Citado na página 7.

JIA, P. et al. A climate-driven mechanistic population model of *Aedes albopictus* with diapause. **Parasites & Vectors**, v. 9, n. 175, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 69.

JR., V. L. P. Dengue e chikungunya: coexistência possível no Brasil. **Rev. Med. Saúde**, v. 3, n. 1, p. 2–3, 2014. Citado na página 8.

JÚNIOR, A. S. **Aplicação da classificação Koppen's para o zoneamento climático do estado de Minas Gerais**. 101 p., 2009. Citado na página 42.

KESHET, L. D. **Mathematical models in biology**. [S.l.: s.n.], 1988. v. 46. Citado na página 24.

KOENRAADT, C. J. M.; HARRINGTON, L. C. Flushing effect of rain on container inhabiting mosquitoes *Aedes aegypti* and *Culex pipiens* (Diptera: Culicidae). **J. Med. Entomol.**, v. 45, n. 1, p. 28–35, Jan 2008. Citado na página 7.

LORMEAU, V. M. C. et al. Guillain-Barré Syndrome outbreak caused by ZIKA virus infection in French Polynesia. **Lancet**, v. 387, n. 10027, p. 1531–1539, 2016. Citado na página 8.

LUTAMBI, A. M. et al. Mathematical modelling of mosquito dispersal in a heterogeneous environment. **Mathematical Biosciences**, v. 241, p. 198–216, 2013. Citado na página 21.

MLADENović, N.; HANSEN, P. Variable neighborhood search. **Computers & Operations Research**, v. 24, n. 11, p. 1097–1100, 1997. Citado na página 2.

MONTOYA, J. F. A.; LOAIZA, A. M.; MUÑOZ, C. A. A. Population dynamics of *Aedes aegypti* considering quiescence. **Applied Mathematical Sciences**, v. 9, n. 74, p. 3659–3668, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 36.

MORIN, C. W.; COMRIE, A. C.; ERNST, K. Climate and dengue transmission: Evidence and implications. **Environ Health Perspect**, v. 121, p. 1264–1272, 2013. Citado na página 7.

MS. **Febre de chikungunya : manejo clínico**. [S.l.], 2014. Disponível em: <http://www.prefeitura.sp.gov.br/cidade/secretarias/upload/saude/Chikungunya_Guia_Manejo_Clinico.pdf>. Citado na página 8.

MS (Ed.). **Relatório da Reunião Internacional para Implementação de Alternativas para o Controle do *Aedes aegypti* no Brasil**. 2016. Citado na página 10.

MS (Ed.). **Emergência epidemiológica de febre amarela no Brasil, no período de dezembro de 2016 a julho de 2017**. 2017. Citado na página 9.

MS (Ed.). **Monitoramento dos casos de dengue, febre de chikungunya e febre pelo vírus Zika até a Semana Epidemiológica 52, 2017**. 2018. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 9.

MUSSO, D. et al. Potential sexual transmission of zika virus. **Emerging Infectious Diseases**, v. 21, n. 2, p. 359–361, February 2015. Disponível em: <www.cdc.gov/eid>. Citado na página 8.

NETO, V. S. G.; REBÊLO, J. M. M. Aspectos epidemiológicos do dengue no Município de São Luís, Maranhão, Brasil, 1997-2002. **Cad. Saúde Pública**, v. 20, n. 5, p. 1424–1431, set-out 2004. Citado na página 7.

PAIXÃO, K. S. **Avaliação do controle químico de adultos de *Aedes (Stegomyia) aegypti* (Linnaeus, 1762) (Diptera: Culicidae) de Fortaleza por meio de métodos convencionais e por meio das armadilhas BG-Sentinel e MosquiTRAP**. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Parasitologia) — Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, Minas Gerais, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 6 e 10.

PAIXÃO, K. S. **Ecologia química de machos de *Aedes (Stegomyia) aegypti* Linnaeus, 1762 (Diptera: Culicidae) e identificação química de compostos presentes na cutícula de adultos**. Tese (Doutorado), Belo Horizonte (Minas Gerais, Brasil), 2011. Citado 2 vezes nas páginas 8 e 9.

PINHO, S. T. R. et al. Modelling the dynamics of dengue real epidemics. **Phil. Trans. R. Soc. A**, v. 368, p. 5679–5693, 2010. Citado na página 19.

POLWIANG, S. The seasonal reproduction number of dengue fever: impacts of climate on transmission. **PeerJ**, n. 3:e1069, 2015. Citado na página 1.

ROZEBOOM, L. E.; ROSEN, L.; IKEDA, J. Observations on oviposition by *Aedes (S.) albopictus* Skuse and *A. (S.) polynesiensis* Marks in nature. **Journal of Medical Entomology**, v. 10, n. 4, p. 397–399, 1973. Citado na página 6.

SALLET, G.; MOACYR, A. H. B. S. Monotone dynamical systems and some models of *Wolbachia* in *Aedes aegypti* populations. **ARIMA Journal**, v. 20, p. 145–176, 2015. Citado 2 vezes nas páginas 63 e 64.

SANTOS, L. E. M. et al. Inteligência computacional aplicada ao controle do *Aedes Aegypti*. **Proceedings of the XXXVII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering**, 2016. Citado na página 2.

SANTOS, M. A. V. M. ***Aedes aegypti* (Diptera: Culicidae): Estudos populacionais e estratégias integradas para controle vetorial em municípios da região metropolitana do Recife, no período de 2001 a 2007**. Tese (Doutorado), Recife (Pernambuco, Brasil), 2008. Citado na página 6.

SILVA, H. H. G.; SILVA, I. G. Influência do período de quiescência dos ovos sobre o ciclo de vida de *Aedes aegypti* (Linnaeus, 1762) (Diptera: Culicidae) em condições de laboratório. **Revista da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical**, v. 32, n. 4, p. 349–355, jul-ago 1999. Citado 3 vezes nas páginas 4, 6 e 10.

SILVA, H. H. G.; SILVA, I. G. Estudo do ciclo evolutivo do *Aedes aegypti* (Linnaeus, 1762) (Diptera: Culicidae) a partir de ovos com quatro meses de estocagem em laboratório. **Rev. Pat. Trop.**, v. 29, n. 1, p. 95–100, jan-jun 2000. Citado na página 7.

SILVA, I. G. et al. Estudo da eficácia da deltametrina (K-Othrine UBV 0,4% e 1%) no combate ao *Aedes (Stegomyia) aegypti* (Linnaeus, 1762) e ao *Culex quiquefasciatus* (Wiedmann, 1828) (Diptera, Culicidae). **Rev. Pat. Trop.**, v. 22, n. 1, p. 49–56, jan-jun 1993. Citado na página 4.

TAKAHASHI, R. H. C. **Otimização Escalar**. Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil: Departamento de Matemática, Universidade Federal de Minas Gerais, 2007. v. 2. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 15.

TAKAHASHI, R. H. C. et al. A multiobjective methodology for evaluating genetic operators. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 39, n. 3, p. 1321–1324, maio 2003. Citado na página 15.

TAUIL, P. L. Condições para a transmissão da febre do vírus chikungunya. **Epidemiol. Serv. Saúde**, v. 23, n. 4, p. 773–774, out-dez 2014. Citado na página 8.

THOMÉ, R. C. A. **Controle ótimo aplicado na estratégia de combate ao *Aedes aegypti* utilizando inseticida e mosquitos estéreis**. Tese (Doutorado), Campinas (São Paulo, Brasil), 12 2007. Citado 2 vezes nas páginas 10 e 19.

THOMÉ, R. C. A.; YANG, H. M.; ESTEVA, L. Optimal control of *Aedes aegypti* mosquitoes by the sterile insect technique and insecticide. **Mathematical Biosciences**, v. 223, p. 12–23, 2010. Citado na página 44.

TRAN, A. et al. A rainfall and temperature driven abundance model for *Aedes albopictus* populations. **Int. J. Environ. Res. Public Health**, v. 10, p. 1698–1719, 2013. Citado na página 1.

TUN-LIN, W.; BURKOT, T. R.; KAY, B. H. Effects of temperature and larval diet on development rates and survival of the dengue vector *Aedes aegypti* in north Queensland, Australia. **Medical and Veterinary Entomology**, v. 14, p. 31–37, 2000. Citado na página 6.

VASCONCELOS, P. F. C. Febre amarela. **Revista da Sociedade Brasileira de Medicina Tropical**, v. 36, n. 2, p. 275–293, mar-abr 2003. Citado na página 9.

VERÍSSIMO, F. S. et al. Modelagem e controle do *Aedes aegypti* durante as estações do ano através do algoritmo genético. v. 4, n. 1, 2016. Citado na página 2.

VRANJAC, A. **Febre pelo vírus zika no estado de São Paulo**. São Paulo, 2015. Disponível em: <http://www.cve.saude.sp.gov.br/htm/zoo/pdf/ZIKA15_NOTA_INFORMATIVA_MAIO.pdf>. Citado na página 8.

WATTS, D. M. et al. Effect of temperature on the vector efficiency of *Aedes aegypti* for dengue 2 virus. **Am. J. Trop. Med. Hyg.**, v. 36, p. 143 – 152, 1987. Citado na página 7.

WHITE, M. T. et al. Modelling the impact of vector control interventions on *Anopheles gambiae* population dynamics. **Parasites & Vectors**, v. 4, n. 153, 2011. Citado na página 21.

WHO. **Dengue and severe dengue**. 2015. Fact sheet n.117. Disponível em: <<http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs117/en/>>. Citado na página 8.

YANG, H. M. Assessing the influence of quiescence eggs on the dynamics of mosquito *Aedes aegypti*. **Applied Mathematics**, v. 5, 2014. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 68.

YANG, H. M. The transovarial transmission in the dynamics of dengue infection: Epidemiological implications and thresholds. **Mathematical Biosciences**, n. 286, p. 1–15, 2017. Citado 3 vezes nas páginas 20, 37 e 69.

YANG, H. M. et al. Fitting the incidence data from the city of Campinas, Brazil, based on dengue transmission modellings considering time-dependent entomological parameters. **PLoS ONE**, v. 11, n. 3, 2016. Citado 3 vezes nas páginas 37, 69 e 99.

YANG, H. M.; FERREIRA, C. P. Assessing the effects of vector control on dengue transmission. **Applied Mathematics and Computation**, v. 198, p. 401–413, 2008. Citado 7 vezes nas páginas 19, 24, 28, 47, 68, 98 e 99.

YANG, H. M. et al. Dinâmica da transmissão da dengue com dados entomológicos temperatura-dependentes. **Tend. Mat. Apl. Comput.**, v. 8, n. 1, p. 159–168, 2007. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 69.

YANG, H. M. et al. Assessing the effects of temperature on the population of *Aedes aegypti*, the vector of dengue. **Epidemiol. Infect.**, v. 137, p. 1188–1202, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 1 e 69.

YANG, H. M. et al. Follow up estimation of *Aedes aegypti* entomological parameters and mathematical modellings. **BioSystems**, v. 103, p. 360–371, 2011. Citado na página [69](#).

YANG, X. S. **Nature-Inspired Metaheuristic Algorithm**. 1. ed. [S.l.: s.n.], 2008. 116 p. Citado na página [2](#).

YAP, H. H. et al. Oviposition site preference of *Aedes albopictus* in the laboratory. **Jour. Amer. Mosq. Control Assoc.**, v. 11, n. 1, p. 128–132, 1995. Citado na página [6](#).

ZARA, A. L. S. A. et al. Estratégias de controle do *Aedes aegypti*: uma revisão. **Epidemiol. Serv. Saúde**, v. 25, n. 2, p. 391–404, 2016. Citado na página [10](#).