

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Programa de Pós-Graduação em

Abordagens Mono e Multiobjetivo para a Seleção Eficiente de Beneficiários para um Programa de Atenção Primária à Saúde:
Estudo de caso na Cemig Saúde

Aline Maia Cruzeiro Martins

Orientador: Prof. Dra. Elizabeth Fialho Wanner
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Coorientador: Prof. Dr. Flávio Vinícius Cruzeiro Martins
Centro Federal de Eduação Tecnológica de Minas Gerais

Belo Horizonte
Fevereiro de 2025

Aline Maia Cruzeiro Martins

Abordagens Mono e Multiobjetivo para a Seleção Eficiente de Beneficiários para um Programa de Atenção Primária à Saúde:
Estudo de caso na Cemig Saúde

Dissertação apresentado ao Programa de Pós-graduação em Modelagem Matemática e Computacional do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática e Computacional.

Área de concentração: Modelagem Matemática e Computacional.

Linha de pesquisa: Sistemas Inteligentes.

Orientador: Prof. Dra. Elizabeth Fialho Wanner
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Coorientador: Prof. Dr. Flávio Vinícius Cruzeiro Martins
Centro Federal de Eduação Tecnológica de Minas Gerais

Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
Programa de Pós-Graduação em
Belo Horizonte
Fevereiro de 2025

Martins, Aline Maia Cruzeiro
M386a Abordagens mono e multiobjetivo para a seleção eficiente de beneficiários para um Programa de Atenção Primária à Saúde: estudo de caso na Cemig Saúde / Aline Maia Cruzeiro Martins. – 2025.
48 f.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional.
Orientadora: Elizabeth Fialho Wanner.
Coorientador: Flávio Vinícius Cruzeiro Martins.
Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.

1. Programas de saúde (Primeiro grau) – Minas Gerais – Modelos matemáticos – Teses. 2. Otimização multiobjetivo – Teses. 3. Algoritmos genéticos – Teses. 4. Programação linear – Teses. I. Wanner, Elizabeth Fialho. II. Martins, Flávio Vinícius Cruzeiro. III. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. IV. Título.

CDD 519.6

Elaboração da ficha catalográfica pela bibliotecária Jane Marangon Duarte, CRB 6ª 1592 / Cefet/MG

SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE MESTRADO EM MODELAGEM MATEMÁTICA E COMPUTACIONAL

"ABORDAGENS MONO E MULTIOBJETIVO PARA A SELEÇÃO EFICIENTE DE BENEFICIÁRIOS PARA UM PROGRAMA DE ATENÇÃO PRIMÁRIA À SAÚDE: ESTUDO DE CASO NA CEMIG SAÚDE"

Dissertação de Mestrado apresentada por **Aline Maia Cruzeiro Martins**, em 27 de março de 2025, ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática e Computacional do CEFET-MG, e aprovada pela banca examinadora constituída pelos professores:

gov.br Documento assinado digitalmente
ELIZABETH FIALHO WANNER
Data: 27/03/2025 09:35:14-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profª. Drª. Elizabeth Fialho Wanner (Orientadora)
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

gov.br Documento assinado digitalmente
FLAVIO VINICIUS CRUZEIRO MARTINS
Data: 01/04/2025 17:50:04-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Flávio Vinícius Cruzeiro Martins (Coorientador)
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

gov.br Documento assinado digitalmente
ANDRE RODRIGUES DA CRUZ
Data: 28/03/2025 17:33:49-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. André Rodrigues da Cruz
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

gov.br Documento assinado digitalmente
GUSTAVO CAMPOS MENEZES
Data: 31/03/2025 08:52:05-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Gustavo Campos Menezes
Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Visto e permitida a impressão,

gov.br Documento assinado digitalmente
ALISSON MARQUES DA SILVA
Data: 04/04/2025 06:07:42-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Alisson Marques da Silva
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em
Modelagem Matemática e Computacional

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por me conceder saúde, força e coragem ao longo de toda a minha vida, especialmente durante minha caminhada como mestranda.

Ao meu marido, Flávio, minha âncora e companheiro fiel, cuja paciência, amor e apoio incondicional foram fundamentais para que eu pudesse enfrentar os desafios deste percurso acadêmico. Sua presença constante e encorajamento diário me proporcionaram a motivação necessária para seguir em frente. Agradeço por não ter concordado em se divorciar nas várias vezes em que eu desesperada coloquei a culpa de estar estudando nele. Ele é o homem mais paciente que eu conheço.

Às minhas filhas, Elisa e Julia, minha fonte inesgotável de inspiração e alegria. Vocês me ensinaram o verdadeiro significado de amor e abnegação. Espero que este trabalho sirva como exemplo de que, com dedicação e esforço, é possível alcançar nossos sonhos.

À minha orientadora, Professora, Elizabeth, cujo conhecimento profundo e incentivo constante foram essenciais para o desenvolvimento deste estudo. Seu exemplo de resiliência e perseverança, mulher forte e bem-sucedida, compromisso com a excelência acadêmica não apenas enriqueceram este trabalho, mas também contribuíram significativamente para o meu crescimento profissional e pessoal.

Ao aluno de Engenharia de Computação, Willian, cuja colaboração foi fundamental na implementação dos modelos matemáticos e na realização dos testes computacionais. Sua competência, dedicação e generosidade em compartilhar conhecimentos foram indispensáveis para o sucesso desta pesquisa.

Por fim, agradeço a todas as instituições e participantes que, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste estudo, fornecendo recursos, informações e apoio indispensáveis.

Resumo

A Atenção Primária à Saúde (APS) desempenha um papel fundamental na prevenção de doenças e no gerenciamento de condições crônicas, exigindo uma alocação eficiente de recursos limitados. Neste contexto, esta dissertação propõe abordagens de otimização mono e multiobjetivo para a seleção eficiente de beneficiários em programas de APS, considerando critérios de risco e diversidade dos grupos assistidos. Inicialmente, um modelo mono-objetivo baseado no problema da mochila foi desenvolvido, permitindo maximizar a recuperação de casos graves e equilibrar a seleção de beneficiários de diferentes perfis de risco. A solução exata, utilizando um *solver*, superou abordagens gulosas em termos de qualidade das soluções encontradas, garantindo uma seleção mais efetiva dos pacientes prioritários.

A extensão do estudo para uma formulação multiobjetivo permitiu uma análise mais abrangente do problema, considerando simultaneamente a maximização da diversidade das famílias beneficiadas e a priorização de casos mais graves. Para resolver esse problema, foram aplicados dois métodos: um método exato, utilizando a técnica de solução p_λ, e um método heurístico baseado no algoritmo evolutivo NSGA-II, com ajuste automatizado de parâmetros via irace. A análise comparativa entre os métodos foi realizada por meio do indicador de qualidade hipervolume, evidenciando a superioridade da abordagem exata tanto em termos de qualidade das soluções quanto no tempo computacional, reforçando a viabilidade de métodos exatos mesmo em formulações multiobjetivo.

Os resultados obtidos demonstram o potencial das técnicas de otimização na gestão da APS, oferecendo ferramentas quantitativas que auxiliam a tomada de decisão na seleção de beneficiários. A abordagem proposta possibilita um planejamento mais eficiente, garantindo que os recursos sejam direcionados de forma ótima a grupos que realmente necessitam de acompanhamento prioritário. Dessa forma, a pesquisa contribui para a melhoria da eficiência dos programas de APS e abre caminho para estudos futuros sobre integração de critérios adicionais e aprimoramento das estratégias de resolução.

Palavras-chave: Otimização multiobjetivo, Algoritmos evolutivos, Programação inteira, Atenção Primária à Saúde.

Abstract

Primary Health Care (PHC) plays a fundamental role in disease prevention and the management of chronic conditions, requiring the efficient allocation of limited resources. In this context, this dissertation proposes single-objective and multi-objective optimization approaches for the efficient selection of beneficiaries in PHC programs, considering risk criteria and diversity among assisted groups. Initially, a single-objective model based on the knapsack problem was developed, allowing for the maximization of the recovery of severe cases and balancing the selection of beneficiaries from different risk profiles. The exact solution, using a solver, outperformed greedy approaches in terms of solution quality, ensuring a more effective selection of priority patients. The extension of the study to a multi-objective formulation enabled a more comprehensive analysis of the problem, simultaneously considering the maximization of the diversity of beneficiary families and the prioritization of more severe cases. To solve this problem, two methods were applied: an exact method, using the p_λ solution technique, and a heuristic method based on the NSGA-II evolutionary algorithm, with automated parameter tuning via irace. The comparative analysis between the methods was conducted using the hypervolume quality indicator, highlighting the superiority of the exact approach in terms of both solution quality and computational time, reinforcing the feasibility of exact methods even in multi-objective formulations.

The results obtained demonstrate the potential of optimization techniques in PHC management, offering quantitative tools to support decision-making in the selection of beneficiaries. The proposed approach enables more efficient planning, ensuring that resources are optimally directed to groups that truly require priority follow-up. Thus, this research contributes to improving the efficiency of PHC programs and paves the way for future studies on the integration of additional criteria and the enhancement of solution strategies.

Keywords: Multi-objective optimization, Primary Health Care, Evolutionary Algorithm, Integer Programming.

Lista de Figuras

Figura 1 – Pirâmide de Kaiser, um modelo conceitual para estratificação da população com base nos riscos. (MENDES, 2012) 16
Figura 2 – Um exemplo do cálculo do hipervolume. Adaptado de: (Díaz Álvarez; RISCO-MARTíN; COLMENAR, 2016). 22
Figura 3 – Distribuição dos beneficiários em cada nível da pirâmide. 30
Figura 4 – Diagrama de Venn dos beneficiários no nível 3 da pirâmide. Em vermelho, 50 beneficiários têm risco combinado maior ou igual a 5. Em verde, 125 beneficiários possuem condições críticas. Em marrom, 1.167 beneficiários pertencem a ambos os grupos. 31
Figura 5 – Gráfico de convergência média do hipervolume. 36
Figura 6 – Pareto combinado obtido pelo NSGA-II e o resultado de 250 execuções do *solver* utilizando a técnica p_λ. 37
Figura 7 – Gráfico de convergência média do hipervolume em 2000 gerações. 39
Figura 8 – Pareto combinado obtido pelo NSGA-II em 2000 gerações e o resultado de 250 execuções do *solver* utilizando a técnica p_λ. 40

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Exemplos do *score* individual de beneficiário. 29
Tabela 2 – Análise do *score* familiar ao variar o parâmetro α. 32
Tabela 3 – Resultados da variação do valor de α do Grupo 1. 33
Tabela 4 – Resultados da variação do valor de α do Grupo 2. 33
Tabela 5 – Resultados da variação do valor de α do Grupo 3. 33
Tabela 6 – Comparação entre os métodos, com *RC* representando o risco combinado dos participantes. 34
Tabela 7 – Resultados comparativos do NSGA-II e o Método Exato. 38
Tabela 8 – Resultados comparativos do NSGA-II e o Método Exato. 40

Sumário

1 – Introdução 9
1.1 Justificativa 10
1.2 Objetivos 10
1.3 Contribuições 11
1.4 Organização do trabalho 11

2 – Metodologia 13
2.1 Revisão da Literatura 13
2.2 Coleta e Análise de Dados 13
2.3 Desenvolvimento do Modelo Matemático 14
2.4 Resolução do Modelo Matemático 14
2.5 Estruturação dos Grupos Familiares 14
2.6 Validação dos Modelos 15

3 – Fundamentação Teórica 16
3.1 Modelos de Cuidados Crônicos 16
3.2 O Problema da Mochila 17
3.3 Otimização Mono-objetivo e Métodos Exatos de Solução 17
3.3.1 Características e Formulação 17
3.3.2 Métodos Exatos de Solução 18
3.4 Otimização Multiobjetivo 19
3.4.1 Formulação Matemática 19
3.4.2 Métodos de Solução 19
3.4.2.1 Algoritmo NSGA-II 19
3.4.2.2 Técnica p_λ para Otimização Multiobjetivo 20
3.4.3 Indicador de Qualidade Hipervolume 21
3.4.4 Aplicabilidade no Planejamento de Saúde Pública 22
3.5 Seleção de Grupos Familiares em APS 23

4 – Trabalhos Relacionados 24
4.1 Contribuições do Presente Trabalho 25

5 – Modelagem Matemática do Problema 26
5.1 Definição do *Score* Individual 26
5.2 Definição do *Score* Familiar 26
5.3 Formulação do Problema de Otimização 27

6 – Resultados e Discussões 29
6.1 Análise do Parâmetro α 32
6.2 Comparação com Métodos Gulosos 34
6.3 Abordagem Multiobjetivo 34

7 – Considerações Finais 41
7.1 Contribuições e Impacto do Trabalho 42
7.2 Trabalhos Futuros 42
7.2.1 Publicação 43

Referências 44

1 Introdução

Os sistemas de saúde em todo o mundo enfrentam desafios crescentes diante de mudanças demográficas, epidemiológicas e sociais. O envelhecimento populacional, o aumento da prevalência de doenças crônicas e as limitações de recursos são fatores que pressionam a capacidade de resposta desses sistemas. A Organização Mundial da Saúde (OMS) estima que cerca de 60% das mortes globais estejam associadas a doenças crônicas, como diabetes, câncer e doenças cardiovasculares, condições que exigem intervenções contínuas e coordenadas. No Brasil, esses desafios se agravam devido à transição demográfica, caracterizada pelo aumento da expectativa de vida, e à transição epidemiológica, marcada pela substituição de doenças infecciosas por condições crônicas como principais causas de mortalidade e morbidade.

No contexto brasileiro, o Sistema Único de Saúde (SUS) busca responder a essas demandas por meio de políticas públicas voltadas à integralidade e à equidade no cuidado. A criação das Redes de Atenção à Saúde (RASs), formalizada pela Portaria nº 4.279/2010, representa uma estratégia fundamental para organizar e integrar os serviços de saúde, promovendo a continuidade do cuidado e otimizando a utilização dos recursos. As RASs são definidas como arranjos organizativos que articulam diferentes níveis de atenção com o objetivo de garantir que cada intervenção ocorra no local mais apropriado às necessidades do paciente.

No entanto, implementar as RASs em um país com dimensões continentais, profundas desigualdades regionais e recursos limitados apresenta desafios significativos. A integração entre os níveis de atenção, por exemplo, ainda enfrenta barreiras como fragmentação das informações, insuficiência de profissionais capacitados e restrições orçamentárias. Além disso, a crescente demanda por cuidados de alta complexidade requer estratégias inovadoras para alocar recursos de forma eficiente, sem comprometer a qualidade do atendimento.

Dentre os instrumentos que têm sido utilizados para organizar a gestão de doenças crônicas nas RASs, destaca-se o modelo de pirâmide de riscos, amplamente conhecido por sua aplicação no modelo Kaiser. Essa abordagem segmenta a população em três níveis de atenção com base na gravidade das condições de saúde e na capacidade de autocuidado dos indivíduos. No nível inferior da pirâmide, encontram-se aqueles que necessitam apenas de suporte educacional ou remoto. Já os níveis intermediário e superior incluem, respectivamente, pacientes acompanhados por equipes coordenadas e aqueles que demandam cuidados intensivos e multidisciplinares.

Embora o modelo Kaiser seja reconhecido internacionalmente por sua eficácia, sua implementação enfrenta barreiras, especialmente no Brasil. Um dos maiores desafios está na alocação criteriosa dos pacientes em programas de Atenção Primária à Saúde (APS), que frequentemente operam com recursos humanos e financeiros escassos. Métodos tradicionais, que analisam beneficiários de forma isolada, ignoram dinâmicas importantes, como interdependências familiares e a presença de múltiplas condições de saúde em um mesmo núcleo. Essa abordagem pode levar a alocações subótimas, prejudicando tanto a eficiência do sistema quanto o alcance

dos objetivos clínicos.

1.1 Justificativa

Neste contexto, torna-se necessário o desenvolvimento de ferramentas quantitativas capazes de otimizar a alocação de beneficiários nos programas presenciais de APS, considerando múltiplos critérios e restrições operacionais. Este estudo propõe investigar abordagens mono e multiobjetivo para enfrentar esse problema de alocação. As abordagens mono-objetivo visam maximizar um único critério, como a eficácia global do programa, enquanto as multiobjetivo exploram soluções que equilibram diferentes critérios, como gravidade das condições de saúde, impacto familiar e eficiência no uso dos recursos.

A transição de uma operadora de saúde brasileira para o modelo de pirâmide de riscos oferece uma oportunidade singular para aplicar e avaliar essas metodologias. A proposta de adotar um modelo matemático inspirado no problema da mochila, adaptado ao contexto da APS, representa um avanço significativo na gestão de sistemas de saúde. Essa abordagem permite não apenas priorizar beneficiários com base no *score* de risco, mas também incorporar variáveis que refletem as interdependências familiares, promovendo alocações mais eficientes e socialmente justas.

Além de responder a lacunas práticas, o estudo busca contribuir para a literatura acadêmica ao explorar a aplicação de técnicas de programação inteira em problemas reais da gestão de saúde. A utilização de abordagens mono e multiobjetivo abre novas possibilidades para otimizar sistemas complexos, como o da saúde, e oferece uma base para futuras investigações sobre o impacto dessas metodologias em diferentes contextos.

1.2 Objetivos

O objetivo principal deste estudo é desenvolver e avaliar metodologias baseadas em abordagens mono e multiobjetivo para a seleção eficiente de beneficiários em programas presenciais de Atenção Primária à Saúde (APS). Especificamente, pretende-se:

1. Modelar as necessidades de saúde no nível do grupo familiar, considerando o *score* de risco individual, as interdependências familiares e as restrições operacionais dos programas de APS.

2. Desenvolver modelos matemáticos baseado no problema da mochila, adaptado para integrar abordagens mono e multiobjetivo, permitindo a priorização dos beneficiários com maior impacto potencial nas condições de saúde e no uso eficiente dos recursos.

3. Propor e implementar algoritmos para resolver os modelos, explorando o equilíbrio entre critérios concorrentes, como gravidade das condições de saúde, impacto familiar e limites de capacidade.

1.3 Contribuições

Este estudo oferece as seguintes contribuições para a prática e o campo acadêmico:

1. Desenvolvimento de modelos matemáticos inovadores que utilizam abordagens mono e multiobjetivo para a seleção eficiente de beneficiários, incorporando o grupo familiar como unidade de análise.
2. Avanços na aplicação de técnicas de programação inteira e de métodos de otimização multiobjetivo em problemas reais do setor de saúde, ampliando a interface entre modelagem matemática e gestão de sistemas de saúde.
3. Aplicação prática do modelo no contexto de uma operadora de saúde brasileira, proporcionando uma ferramenta que melhora a eficiência na alocação de recursos e o impacto clínico dos programas de APS.
4. Contribuição para o conhecimento acadêmico e prático ao explorar como abordagens multiobjetivo podem lidar com os desafios de critérios conflitantes na gestão de saúde, oferecendo soluções mais robustas e equitativas.

1.4 Organização do trabalho

Esta dissertação está organizada em sete capítulos, que descrevem de maneira progressiva os passos realizados durante a pesquisa, desde a contextualização inicial até os resultados obtidos e as direções futuras. A seguir, apresenta-se um resumo do conteúdo de cada capítulo:

- **Capítulo 1 - Introdução:** Este capítulo apresenta uma visão geral do trabalho, destacando o contexto da Atenção Primária à Saúde (APS) e a relevância da seleção eficiente de beneficiários. São definidos o objetivo geral, os objetivos específicos e a justificativa do estudo, além de um resumo da contribuição científica do trabalho.
- **Capítulo 2 - Metodologia:** Neste capítulo, são descritos os métodos e procedimentos utilizados na pesquisa, abrangendo a coleta e preparação dos dados, os critérios de seleção e as estratégias de implementação do modelo. Também são delineados os aspectos relacionados à validação e análise dos resultados.
- **Capítulo 3 - Fundamentação Teórica:** Este capítulo fornece os fundamentos teóricos necessários para a compreensão do trabalho. Inclui conceitos relacionados à APS, à otimização combinatória e às abordagens mono e multiobjetivo, além de detalhar o problema da mochila.
- **Capítulo 4 - Trabalhos Relacionados:** Aqui, são apresentados e discutidos estudos relacionados ao tema da pesquisa, com ênfase em abordagens utilizadas para a seleção de

beneficiários em contextos de saúde. São destacadas as lacunas existentes na literatura e como o presente trabalho busca suprir essas necessidades.

- **Capítulo 5 - Modelagem do Problema:** Este capítulo é dedicado à formalização matemática do problema, apresentando a modelagem mono e multiobjetivo baseada no problema da mochila. São apresentadas as funções objetivo, restrições e as estratégias adotadas para a resolução do problema.
- **Capítulo 6 - Resultados:** Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos com a aplicação dos modelos matemáticos mono e multiobjetivo. É realizada uma análise comparativa com métodos gulosos, destacando os ganhos de desempenho e as limitações observadas nos modelos propostos.
- **Capítulo 7 - Considerações Finais:** O capítulo final sintetiza as principais conclusões e contribuições do trabalho, destacando suas implicações práticas. Além disso é explorado as possibilidades de exploração futura do tema.

2 Metodologia

A metodologia adotada neste estudo segue uma abordagem estruturada em várias etapas, com o objetivo de desenvolver, implementar e validar um modelo de otimização para a seleção de beneficiários para programas de Atenção Primária à Saúde (APS). Esta seção descreve cada uma das etapas, abrangendo a revisão da literatura, a coleta e análise de dados, a modelagem matemática, a resolução do modelo, a validação das soluções e, finalmente, a exploração de técnicas de otimização multiobjetivo. O processo visa não apenas otimizar a alocação de recursos, mas também assegurar que os beneficiários mais vulneráveis e com maior necessidade de cuidado sejam atendidos de forma eficiente.

2.1 Revisão da Literatura

O primeiro passo fundamental para a elaboração da metodologia foi a realização de uma revisão da literatura, que buscou identificar as abordagens existentes para a otimização em saúde, com ênfase na seleção de beneficiários para programas de APS. A revisão abrangeu tópicos como programação linear, algoritmos de otimização combinatória e técnicas heurísticas aplicadas à gestão de recursos em sistemas de saúde. Além disso, foi investigado o uso de modelos matemáticos para alocação de pacientes com diferentes perfis de risco, considerando a necessidade de intervenções específicas em função de condições crônicas de saúde. A revisão também incluiu uma análise dos modelos preexistentes de estratificação de risco, como o *Chronic Care Model* (CCM) e a Pirâmide de Kaiser, que oferecem uma base sólida para a definição dos critérios de seleção dos beneficiários (WAGNER, 1998; KEISER; MCDONALD, 2005).

2.2 Coleta e Análise de Dados

Após a revisão da literatura, o estudo seguiu para a etapa de coleta de dados, utilizando informações fornecidas por uma operadora de saúde parceira. Os dados dos beneficiários incluem informações sobre condições crônicas de saúde, histórico de tratamentos, necessidades de acompanhamento e características demográficas. A partir desses dados, foi calculado um *score* individual para cada beneficiário, com base em variáveis predefinidas que refletem tanto a gravidade das condições de saúde quanto a necessidade de cuidados contínuos. Para garantir a precisão e a relevância dos *scores*, foram realizadas consultas periódicas com profissionais da área de saúde, com o intuito de validar os critérios de classificação e ajustar as fórmulas de cálculo quando necessário. Este processo de colaboração foi essencial para o alinhamento entre os objetivos do modelo de otimização e as necessidades reais do sistema de saúde.

2.3 Desenvolvimento do Modelo Matemático

Com os *scores* individuais calculados, o próximo passo foi a formulação de um modelo matemático para o problema de alocação de beneficiários no programa de APS. O modelo proposto é baseado em Programação Linear Inteira (PLI), técnica amplamente utilizada em problemas de alocação de recursos (BERTSIMAS; WEISMANTEL, 1997). O problema foi modelado de forma a considerar as restrições impostas pelo sistema de saúde, tais como a capacidade limitada de atendimento, a necessidade de priorizar beneficiários de maior risco e a alocação de recursos de maneira eficiente entre os grupos familiares.

A escolha pela Programação Linear Inteira se baseou na necessidade de resolver um problema de otimização combinatória, em que as variáveis de decisão representam a inclusão ou exclusão de beneficiários em cada programa de APS, respeitando as restrições de capacidade e os limites orçamentários. A função objetivo do modelo visa maximizar o benefício total obtido pela alocação de recursos para os beneficiários mais necessitados, com base nos *scores* calculados.

2.4 Resolução do Modelo Matemático

Para a resolução do modelo matemático, foi utilizada a biblioteca *PuLP* em Python, que oferece uma interface conveniente para a formulação de problemas de otimização linear e inteira (MITCHELL, 2011). O *solver* escolhido para este trabalho foi o GLPK (GNU Linear Programming Kit), que aplica o método Simplex para resolver a relaxação do problema linear com uma tolerância de lacuna relativa de 1%. Uma vez obtida a solução relaxada, o método Long-step Dual Simplex foi utilizado para otimizar a solução inteira, garantindo que a alocação de beneficiários fosse realizada de forma eficiente dentro dos limites impostos pelo sistema.

O modelo foi implementado e testado com diferentes cenários, simulando variações na quantidade de recursos disponíveis, no número de beneficiários e na severidade das condições de saúde dos participantes. A solução do modelo foi obtida em questão de segundos, com a eficiência do *solver* sendo suficiente para tratar grandes volumes de dados sem exceder os limites de tempo de execução estabelecidos.

2.5 Estruturação dos Grupos Familiares

Os beneficiários foram agrupados conforme suas famílias, com base nos dados fornecidos pela operadora de saúde. A alocação de recursos levou em consideração tanto o *score* individual quanto o *score* familiar, uma vez que o modelo busca otimizar a alocação de recursos com foco na unidade familiar como um todo. Esse agrupamento é especialmente importante, considerando que o comportamento de saúde de um indivíduo é frequentemente influenciado pelo ambiente familiar, como apontado por vários estudos sobre determinantes sociais da saúde (MARMOT; WILKINSON, 2005). A abordagem de agrupamento familiar permite que os cuidados sejam

mais eficazes, promovendo mudanças no estilo de vida e estratégias de autocuidado para toda a família.

2.6 Validação dos Modelos

A validação do modelo foi conduzida em duas etapas: primeiro, avaliou-se a formulação mono-objetivo e, posteriormente, a abordagem multiobjetivo. O objetivo foi verificar a eficácia do modelo na seleção de beneficiários, comparando-o com métodos heurísticos e garantindo a viabilidade das soluções.

Na abordagem mono-objetivo, os testes mostraram que o modelo superou algoritmos gulosos ao recuperar mais casos graves e garantir um melhor equilíbrio na seleção de beneficiários. O parâmetro de ponderação α demonstrou ser essencial para ajustar a priorização entre casos críticos e intermediários.

Já na abordagem multiobjetivo, o problema foi resolvido por dois métodos: exato (solver com técnica p_λ) e heurístico (NSGA-II). A análise comparativa indicou que o método exato gerou soluções superiores em menor tempo computacional. A inclusão de indivíduos estratégicos na população inicial do NSGA-II melhorou sua convergência, permitindo que seus extremos coincidissem com os do método exato.

Os resultados confirmaram a robustez da modelagem proposta, evidenciando seu potencial para apoiar gestores na alocação eficiente de recursos em programas de Atenção Primária à Saúde.

3 Fundamentação Teórica

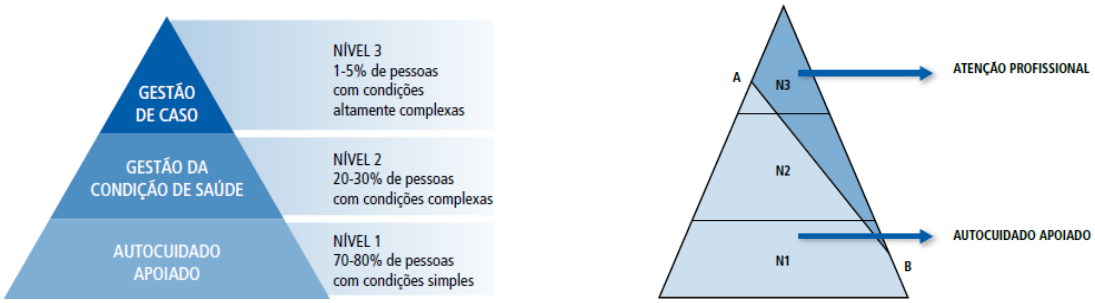
3.1 Modelos de Cuidados Crônicos

Os modelos de cuidados crônicos desempenham um papel crucial na gestão de condições de saúde de longo prazo, como diabetes, hipertensão e doenças respiratórias. Essas condições demandam monitoramento contínuo e intervenções estruturadas, que promovam a integração entre os cuidados preventivos e curativos, assegurando maior eficácia e sustentabilidade no tratamento (BARLOW et al., 2002).

O *Chronic Care Model* (CCM), desenvolvido por Wagner em 1998, é amplamente reconhecido como uma estrutura robusta para o gerenciamento dessas condições. Baseia-se em seis componentes principais que integram práticas clínicas e comunitárias:

- **Sistema de apoio à decisão:** Incorporar práticas baseadas em evidências na tomada de decisões clínicas.
- **Redesign do cuidado:** Reorganizar os serviços de saúde para coordenar cuidados centrados no paciente.
- **Autocuidado:** Empoderar pacientes a gerenciar sua saúde de forma proativa.
- **Informação clínica:** Uso eficaz de dados e tecnologias de informação para suporte ao cuidado.
- **Recursos comunitários:** Integração com serviços externos e suporte social.
- **Organização do cuidado:** Promover colaborações interdisciplinares em saúde.

Esse modelo visa melhorar os resultados de saúde, reduzir custos e promover a satisfação do paciente ao atender às suas necessidades específicas (ORGANIZATION, 2008).



((a)) Níveis da pirâmide. ((b)) Necessidade de apoio profissional.

Figura 1 – Pirâmide de Kaiser, um modelo conceitual para estratificação da população com base nos riscos. (MENDES, 2012)

A *Pirâmide de Kaiser* (Figura 1) complementa o CCM ao propor uma abordagem de estratificação de risco para priorização de intervenções. Organiza os pacientes em três níveis de risco, permitindo a alocação eficiente de recursos para cuidados personalizados (KAISER, 2002). Essa estratégia facilita a implementação de programas de Atenção Primária à Saúde (APS), maximizando o impacto das intervenções.

3.2 O Problema da Mochila

O Problema da Mochila é um clássico em otimização combinatória e serve como base para diversos problemas em alocação de recursos limitados. No contexto de APS, o problema pode ser modelado para selecionar grupos familiares com base em critérios como custo e benefício (WOLSEY, 1998).

Os elementos principais dessa abordagem são:

- **Peso:** Representa o custo ou esforço associado à inclusão de um grupo familiar.
- **Valor:** Mede o benefício esperado da inclusão do grupo, como a redução do risco de complicações graves.
- **Capacidade:** Limita o número de beneficiários com base nos recursos disponíveis.

Devido à sua complexidade computacional (NP-difícil), soluções exatas para grandes instâncias são impraticáveis. Métodos heurísticos, como algoritmos genéticos e metaheurísticas, têm sido usados com sucesso em aplicações práticas, fornecendo soluções próximas da ótima em tempo viável (KELLERER; PFERSCHY; PISINGER, 2004).

3.3 Otimização Mono-objetivo e Métodos Exatos de Solução

A otimização mono-objetivo é uma abordagem clássica na pesquisa operacional, em que o objetivo é encontrar a melhor solução para um problema com base em uma única função objetivo, sujeita a um conjunto de restrições. Um exemplo bem conhecido nessa área é o Problema da Mochila (*Knapsack Problem*), descrito na seção anterior, e amplamente estudado no contexto de otimização combinatória (MARTELLO; TOTH, 1990).

3.3.1 Características e Formulação

Um problema de otimização mono-objetivo pode ser representado formalmente como:

$$\text{Maximizar (ou minimizar)} \quad f(\mathbf{x})$$

$$\text{sujeito a:} \quad g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \ \forall i \in \{1, \ldots, m\},$$

onde $f(\mathbf{x})$ é a função objetivo, e $g_i(\mathbf{x})$ representa as restrições do problema.

No caso específico do Problema da Mochila, sua formulação típica é dada por:

$$\text{Maximizar} \quad \sum_{i=1}^{n} v_i x_i$$

$$\text{sujeito a:} \quad \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \leq W, \quad x_i \in \{0, 1\},$$

em que:

- v_i: valor do item i,
- w_i: peso associado ao item i,
- W: capacidade total da mochila,
- x_i: variável binária que indica se o item i foi selecionado.

3.3.2 Métodos Exatos de Solução

Os métodos exatos de solução garantem a obtenção da solução ótima do problema ao explorar a estrutura matemática do modelo. Entre os métodos mais utilizados, destacam-se:

- **Programação Dinâmica:** Resolve o problema dividindo-o em subproblemas menores, armazenando os resultados para evitar cálculos redundantes. É eficiente para problemas de pequena escala, mas sofre com limitações de memória em instâncias maiores (BELLMAN, 1957).
- **Método Branch-and-Bound:** Baseia-se na divisão sistemática do espaço de soluções em subespaços menores (ramificações) e no uso de limites para eliminar partes inviáveis do espaço de busca. Esse método é amplamente aplicado em problemas NP-difíceis, como o Problema da Mochila (LAWLER; WOOD, 1966).
- **Programação Inteira e Mista:** Utiliza relaxação linear combinada com técnicas como o método *Simplex*, sendo particularmente útil em problemas com funções objetivo e restrições lineares (WOLSEY, 2020).
- **Métodos de Enumeração Completa:** Embora garantam a solução ótima, avaliam todas as combinações possíveis, tornando-se inviáveis para problemas com grandes espaços de busca devido ao alto custo computacional.

Esses métodos são apropriados para problemas de pequena escala ou onde a precisão é fundamental. Entretanto, para problemas de grande escala ou em cenários que envolvem múltiplos objetivos conflitantes, como na alocação de beneficiários para programas de Atenção Primária à Saúde, métodos heurísticos e abordagens multiobjetivo podem ser mais adequados.

3.4 Otimização Multiobjetivo

Em problemas de saúde pública, frequentemente é necessário equilibrar múltiplos critérios, como custo, benefício e equidade no acesso. A otimização multiobjetivo é uma abordagem adequada para lidar com esses desafios, fornecendo soluções que representem um compromisso entre diferentes objetivos conflitantes (DEB et al., 2002a).

3.4.1 Formulação Matemática

O problema de otimização multiobjetivo pode ser representado formalmente como:

$$\text{Maximizar (ou minimizar)} \quad \mathbf{F}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \ldots, f_k(\mathbf{x})]$$

$$\text{sujeito a:} \quad g_i(\mathbf{x}) \leq 0, \ \forall i \in \{1, \ldots, m\},$$

$$h_j(\mathbf{x}) = 0, \ \forall j \in \{1, \ldots, p\},$$

onde:

- $\mathbf{F}(\mathbf{x})$: vetor de k funções objetivo a serem otimizadas,
- $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$: vetor de variáveis de decisão,
- $g_i(\mathbf{x})$: restrições de desigualdade,
- $h_j(\mathbf{x})$: restrições de igualdade.

O objetivo da otimização multiobjetivo é encontrar o conjunto de soluções *Pareto-ótimas*, definidas como soluções nas quais não é possível melhorar um critério sem piorar pelo menos outro.

Ao integrar a otimização multiobjetivo no planejamento de APS, é possível selecionar beneficiários de forma a maximizar o impacto das intervenções, enquanto minimiza custos e promove a equidade (SMITH; FLIEGE, 2009; WANG; LI; MA, 2018).

3.4.2 Métodos de Solução

3.4.2.1 Algoritmo NSGA-II

O *Non-dominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA-II) é um algoritmo evolutivo amplamente utilizado para resolver problemas de otimização multiobjetivo. Desenvolvido por Deb et al. (DEB et al., 2002b), o NSGA-II aprimora seu predecessor ao introduzir mecanismos que melhoram a eficiência computacional e a preservação da diversidade das soluções.

O NSGA-II opera através dos seguintes passos:

1. **Inicialização:** Gera-se uma população inicial de indivíduos, em que cada indivíduo representa uma solução potencial para o problema.

2. **Avaliação:** Cada indivíduo é avaliado em relação às funções objetivo definidas.

3. **Ordenação por não dominância:** A população é classificada em diferentes frentes de Pareto, onde a primeira frente contém indivíduos não dominados, a segunda frente contém indivíduos dominados apenas pelos da primeira frente, e assim por diante.

4. **Cálculo da distância de aglomeração:** Dentro de cada frente, calcula-se a *crowding distance*, que mede a densidade de indivíduos ao redor de uma solução no espaço objetivo, promovendo a diversidade.

5. **Seleção:** Utiliza-se um torneio binário que considera a classificação por não dominância e a distância de aglomeração para selecionar indivíduos para a reprodução.

6. **Operadores genéticos:** Aplicam-se operadores de cruzamento e mutação para gerar uma nova população.

7. **Atualização da população:** As populações pai e filha são combinadas, e os melhores indivíduos são selecionados para formar a próxima geração, garantindo a elitismo.

O NSGA-II é reconhecido por sua eficiência e eficácia na obtenção de soluções Pareto-ótimas em diversos problemas de otimização multiobjetivo. No entanto, pesquisas subsequentes identificaram algumas limitações, como a possibilidade de convergência prematura e a manutenção da diversidade da população. Para mitigar essas limitações, foram propostas melhorias no algoritmo original. Por exemplo, Zhang et al. (ZHANG et al., 2019) propuseram um NSGA-II aprimorado que introduz operadores específicos de cruzamento e mutação, além de uma nova estratégia elitista, visando melhorar a convergência e a velocidade operacional do algoritmo. Hao et al. (HAO et al., 2022) apresentaram outra melhoria no NSGA-II, incorporando a distribuição de Lévy para busca global e caminhada aleatória para busca local, além de um parâmetro adaptativo para equilibrar exploração e exploração, resultando em melhor convergência e diversidade.

Essas melhorias demonstram a adaptabilidade e a relevância contínua do NSGA-II no campo da otimização multiobjetivo, tornando-o uma ferramenta valiosa para pesquisadores e profissionais em diversas áreas de aplicação.

3.4.2.2 Técnica p_λ para Otimização Multiobjetivo

A técnica p_λ é uma abordagem amplamente utilizada para resolver problemas de otimização multiobjetivo. Ela baseia-se na combinação ponderada das funções objetivo do problema, transformando-o em uma única função objetivo agregada. Este método é especialmente indicado para casos em que o fronte de Pareto do problema apresenta propriedades convexas, permitindo a obtenção de soluções Pareto-ótimas ao longo de todo o fronte (SAMPAIO, 2011).

A formulação matemática do problema multiobjetivo pela técnica p_λ é dada por:

$$\max F(\mathbf{x}) = \lambda f_1(\mathbf{x}) + (1-\lambda) f_2(\mathbf{x}), \quad \text{com } \lambda \in [0,1], \tag{1}$$

em que:

- $f_1(\mathbf{x})$ e $f_2(\mathbf{x})$ são as funções objetivo a serem otimizadas;
- λ é um parâmetro de ponderação que controla a influência relativa de cada função objetivo na solução agregada.

A ideia principal da técnica é variar o valor de λ entre 0 e 1 para gerar diferentes pontos no fronte de Pareto. Valores de λ próximos de 0 atribuem maior peso à segunda função objetivo, enquanto valores próximos de 1 priorizam a primeira. Para problemas convexos, esse processo garante que todas as soluções geradas sejam Pareto-ótimas (BARBOSA, 2012).

Um dos benefícios da técnica p_λ é sua simplicidade de implementação, já que utiliza métodos de otimização mono-objetivo para resolver problemas multiobjetivo. No entanto, a técnica pode enfrentar limitações em problemas com fronte de Pareto não-convexo, pois algumas soluções Pareto-ótimas podem não ser alcançadas (SAMPAIO, 2011).

Além disso, a técnica permite uma interpretação clara dos *trade-offs* entre os objetivos, facilitando a análise dos resultados. Esse aspecto torna-a particularmente útil em aplicações práticas, como na gestão de recursos em sistemas de saúde, onde é necessário equilibrar critérios conflitantes, como custo e impacto nas condições de saúde.

3.4.3 Indicador de Qualidade Hipervolume

O hipervolume é uma métrica amplamente utilizada para avaliar a qualidade de soluções em problemas de otimização multiobjetivo. Ele mede o volume do espaço objetivo que é dominado por um conjunto de soluções não dominadas, fornecendo uma indicação tanto da convergência quanto da diversidade das soluções (ZITZLER; THIELE, 1998).

Para calcular o hipervolume, considera-se um conjunto de soluções não dominadas S e um ponto de referência R que é dominado por todas as soluções em S. O hipervolume é então definido como o volume da união dos hipercubos formados entre cada solução em S e o ponto de referência R (GUERREIRO; FONSECA; PAQUETE, 2020).

Matematicamente, o hipervolume $HV(S)$ é dado por:

$$HV(S) = \text{vol}\left(\bigcup_{\mathbf{x}\in S}[f_1(\mathbf{x}), r_1] \times [f_2(\mathbf{x}), r_2] \times \ldots \times [f_m(\mathbf{x}), r_m]\right), \tag{2}$$

em que $f_i(\mathbf{x})$ representa o valor da i-ésima função objetivo para a solução $\mathbf{x}$, e r_i é o valor correspondente do ponto de referência R na i-ésima dimensão. Um exemplo pode ser visto na Figura 2

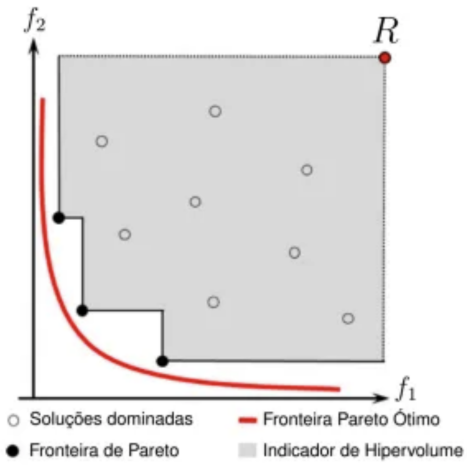


Figura 2 – Um exemplo do cálculo do hipervolume. Adaptado de: (Díaz Álvarez; RISCO-MARTíN; COLMENAR, 2016).

Uma das principais vantagens do hipervolume é que ele captura simultaneamente a convergência e a diversidade das soluções. Um maior valor de hipervolume indica que o conjunto de soluções está mais próximo da fronteira de Pareto ótima e possui uma melhor distribuição no espaço objetivo (ZITZLER; THIELE, 1998).

No entanto, a computação do hipervolume pode ser computacionalmente intensiva, especialmente em problemas com um grande número de objetivos. Diversos algoritmos foram propostos para calcular o hipervolume de maneira mais eficiente, explorando diferentes técnicas e abordagens (GUERREIRO; FONSECA; PAQUETE, 2020).

Em resumo, o hipervolume é uma ferramenta valiosa na avaliação de algoritmos de otimização multiobjetivo, fornecendo uma medida quantitativa da qualidade das soluções em termos de convergência e diversidade.

3.4.4 Aplicabilidade no Planejamento de Saúde Pública

Na prática, problemas multiobjetivo podem considerar funções objetivo como:

- Minimizar custos totais de intervenção ($f_1(\mathbf{x})$),
- Maximizar a cobertura de beneficiários em situação de vulnerabilidade ($f_2(\mathbf{x})$),
- Maximizar o impacto esperado das intervenções na saúde da população ($f_3(\mathbf{x})$).

Essas funções podem ser adaptadas conforme o contexto do programa de saúde, permitindo uma abordagem flexível e personalizada no planejamento de intervenções.

3.5 Seleção de Grupos Familiares em APS

A seleção de grupos familiares em programas de APS é uma estratégia que considera não apenas os fatores clínicos, mas também os determinantes sociais e comportamentais da saúde. Duas justificativas principais sustentam essa abordagem:

- **Carga genética:** Doenças crônicas frequentemente apresentam predisposição hereditária, justificando a inclusão de famílias inteiras (SCHULTZ; FIELDS, 2015).
- **Intervenção coletiva:** Há evidências de que intervenções no ambiente familiar promovem mudanças comportamentais mais eficazes, com impacto positivo na saúde geral (FISHER; SHORTELL, 2009).

Além disso, a aplicação de modelos de otimização, como o Problema da Mochila multiobjetivo, permite identificar grupos familiares que maximizem os benefícios gerais, considerando fatores de risco, custo e impacto esperado (CHOWDHURY; HO; JOHNSON, 2016).

4 Trabalhos Relacionados

A otimização em saúde tem ganhado destaque pela capacidade de melhorar a eficiência na alocação de recursos e na prestação de cuidados, resultando em impactos positivos para os sistemas de saúde e para os pacientes. Este campo abrange abordagens diversas que incluem a aplicação de métodos matemáticos e computacionais na alocação de recursos, na priorização de pacientes e na implementação de estratégias baseadas em evidências.

Nesse contexto, Pang et al. (2023) investigaram a atribuição de pacientes em sistemas de saúde baseados em nuvem, utilizando algoritmos genéticos distribuídos. O trabalho destaca a integração de tecnologias emergentes, como a Internet das Coisas (IoT), para melhorar o acesso e a eficiência nos cuidados de saúde. O modelo proposto equilibra diagnósticos online e tratamentos offline, demonstrando como abordagens tecnológicas podem suportar sistemas de saúde em larga escala (PANG; ZHANG; LI, 2023).

A priorização de pacientes é um desafio central em sistemas de saúde com recursos limitados. Diversos estudos exploram métodos para identificar pacientes de alto risco ou com maior necessidade de intervenções. Por exemplo, Bozic et al. (2008) propuseram o uso da pirâmide de risco para prever hospitalizações em pacientes com condições crônicas, destacando a eficácia desse modelo na alocação de recursos (BOZIC et al., 2008). Da mesma forma, Wang et al. (2018) aplicaram algoritmos de otimização para melhorar a distribuição de recursos em sistemas de Atenção Primária à Saúde (APS), integrando critérios econômicos e clínicos (WANG; LI; MA, 2018).

Os métodos de otimização mono e multiobjetivo têm sido amplamente utilizados em saúde. Smith et al. (2009) apresentaram um modelo multiobjetivo para maximizar a cobertura de serviços e minimizar custos, contribuindo para o planejamento estratégico em saúde pública (SMITH; FLIEGE, 2009). Além disso, Lozano et al. (2013) aplicaram o NSGA-II ao planejamento de serviços de emergência, destacando a flexibilidade dos métodos heurísticos em problemas de saúde pública (LOZANO; LARRANETA; ESTEBAN, 2013). Apesar dessas contribuições, muitas abordagens não incorporam as complexidades dos grupos familiares nem consideram a interação entre características individuais e grupais.

Outro aspecto relevante é o engajamento dos pacientes por meio de sistemas de informação operados por eles mesmos. Chen et al. (2015) exploraram como esses sistemas podem aumentar o engajamento na gestão da saúde, permitindo que os pacientes monitorem suas condições, acessem informações educacionais e interajam com provedores de saúde (CHEN; JOHNSON, 2015). No entanto, a adoção dessas tecnologias por populações vulneráveis ainda é limitada, principalmente devido a barreiras tecnológicas e culturais.

Por fim, a seleção de beneficiários em programas de APS é uma área em evolução. Chowdhury et al. (2016) propuseram modelos de programação inteira para priorizar pacientes com base em condições crônicas e gravidade (CHOWDHURY; HO; JOHNSON, 2016). Contudo,

poucos trabalhos integram restrições familiares ou investigam o impacto de estratégias de alocação que busquem equilibrar as necessidades individuais com a capacidade dos sistemas.

4.1 Contribuições do Presente Trabalho

Este estudo avança o estado da arte ao integrar modelos de otimização que consideram tanto características individuais quanto a composição de grupos familiares. Ao explorar abordagens mono e multiobjetivo, busca oferecer *insights* práticos para a implementação de programas de APS mais eficientes. As contribuições incluem:

- Proposta de um modelo de seleção de beneficiários que considera restrições e interações familiares;
- Comparação detalhada entre métodos mono e multiobjetivo para a alocação eficiente de recursos;
- Aplicação prática de métodos de otimização em um problema real de planejamento de APS, com validação empírica.

5 Modelagem Matemática do Problema

Antes de formalizar o problema de otimização, é necessário introduzir o conceito de *score*, que será utilizado para quantificar o grau de complexidade associado a cada beneficiário e sua respectiva família. Esse *score* reflete a prioridade clínica e a necessidade de atenção em saúde, sendo atribuído com base em critérios objetivos e subjetivos. Valores mais elevados indicam maior complexidade e, consequentemente, maior prioridade. As diferentes formas de composição e cálculo desse *score* serão detalhadas no Capítulo 6.

5.1 Definição do *Score* Individual

O *score* individual, denotado por γ_j, é atribuído a cada beneficiário j com base em seu perfil clínico, condições crônicas e outros fatores relevantes. Esse *score* é calculado como uma soma ponderada de critérios médicos e de custos normalizados, conforme a Equação (3):

$$\gamma_j = \sum_{k=1}^{K} c_{jk} \cdot p_k, \tag{3}$$

em que:

- c_{jk} representa a pontuação normalizada atribuída ao critério k para o beneficiário j;
- p_k é o peso atribuído ao critério k, definido com base na importância relativa desse critério.

Os critérios considerados podem incluir aspectos como gravidade da condição clínica, custos estimados de tratamento e frequência de utilização dos serviços de saúde.

5.2 Definição do *Score* Familiar

Com o *score* individual definido, é possível calcular o *score* associado a cada família i, representado por Γ_i. Esse valor é uma medida agregada que captura as complexidades individuais dos membros da família, enfatizando aqueles com maior necessidade. A fórmula utilizada para calcular o *score* familiar é dada pela Equação (4):

$$\Gamma_i = \sum_{j=1}^{m_i} \gamma_j^{\alpha}, \tag{4}$$

em que:

- γ_j é o *score* individual do membro j da família i;
- m_i é o número total de membros da família i;

- $\alpha > 1$ é um parâmetro que amplifica as diferenças entre os *scores* individuais, atribuindo maior peso aos valores mais elevados.

O parâmetro α desempenha um papel crucial ao enfatizar os beneficiários com maior necessidade dentro de uma família, de forma que famílias com membros em situações críticas sejam priorizadas.

5.3 Formulação do Problema de Otimização

O problema de otimização proposto consiste em selecionar um conjunto de famílias para participar de um programa de Atenção Primária à Saúde (APS) presencial, respeitando a limitação do número total de beneficiários que podem ser atendidos. O modelo matemático baseia-se no problema clássico da mochila (*knapsack problem*) (KELLERER; PFERSCHY; PISINGER, 2004).

As variáveis, parâmetros e restrições do modelo são definidos da seguinte forma:

- x_i: variável binária de decisão, em que $x_i = 1$ indica que a família i foi selecionada para o programa de APS presencial, e $x_i = 0$ caso contrário;
- m_i: número de membros da família i;
- Γ_i: *score* familiar associado à família i;
- n: número total de famílias consideradas;
- V: limite máximo de beneficiários que podem ser atendidos pelo programa.

A formulação matemática do problema de otimização é expressa como:

$$\text{Maximizar} \quad \sum_{i=1}^{n} \Gamma_i \cdot x_i, \tag{5}$$

sujeito a:

$$\sum_{i=1}^{n} m_i \cdot x_i \leq V, \tag{6}$$

$$x_i \in \{0, 1\} \quad \text{para } i = 1, 2, \ldots, n. \tag{7}$$

A função objetivo, representada pela Equação (5), busca maximizar a soma dos *scores* familiares das famílias selecionadas, priorizando aquelas com maior complexidade. A restrição (6) assegura que o número total de beneficiários das famílias selecionadas não exceda o limite V estabelecido pelo programa. Finalmente, a restrição (7) garante que as variáveis de decisão sejam binárias, indicando inclusão ou exclusão de famílias.

Essa modelagem permite uma abordagem sistemática e quantitativa para a seleção de beneficiários, alinhando-se aos objetivos do programa de APS e promovendo a equidade e eficiência no uso de recursos.

A modelagem multiobjetivo desenvolvida neste trabalho foi projetada para abordar de forma simultânea diferentes prioridades na seleção de beneficiários para o programa de Atenção Primária à Saúde (APS). Com base no modelo mono-objetivo apresentado anteriormente, foram definidas duas funções objetivo, diferenciadas pelos valores do parâmetro α presente na Equação 4, o qual controla a ênfase atribuída à priorização de famílias com integrantes em situação de maior gravidade.

As duas funções objetivo, a serem maximizadas, são definidas como:

Função objetivo 1 ($\alpha = 1$): Prioriza famílias de forma mais uniforme, permitindo uma distribuição mais equitativa entre famílias com diferentes perfis de risco, mas claro, mantendo também uma certa priorização para casos graves.

Função objetivo 2 ($\alpha = 6$): Aumenta significativamente a priorização de famílias com integrantes que possuem scores individuais elevados, focando na seleção de casos graves.

Dessa forma, o modelo busca equilibrar a recuperação de casos graves e a inclusão de casos intermediários, permitindo uma análise dos *trade-offs* entre os diferentes objetivos.

6 Resultados e Discussões

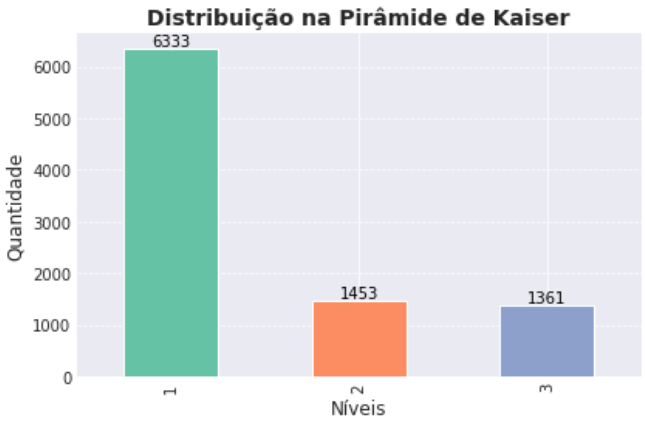
A base de dados analisada é composta por 9.147 beneficiários, todos previamente classificados de acordo com o modelo de avaliação de riscos apresentado no Capítulo 3. Além dessa classificação, cada beneficiário possui outras "notas" associadas a ele. A Tabela 1 apresenta todos os critérios k considerados na Equação (3), conforme informações fornecidas pela operadora do plano de saúde. Os valores apresentados na tabela representam o estado atual de dois beneficiários em relação ao histórico recente de transição de cuidados de saúde (atendimento secundário e terciário). Ressalta-se que a alocação dos beneficiários é restrita a 2.500 vagas, limitando a seleção dos candidatos.

	P. crônica (crítica)	**P. crônica (outras)**	**Combinação patológica grave**	**Max de Nível**	**Max de Risco Comb.**	***Score* Individual**
Ben. 1	0,0	0,14	0,0	0,0	1,0	1,29
Ben. 2	0,5	0,14	0,0	0,5	0,5	5,29

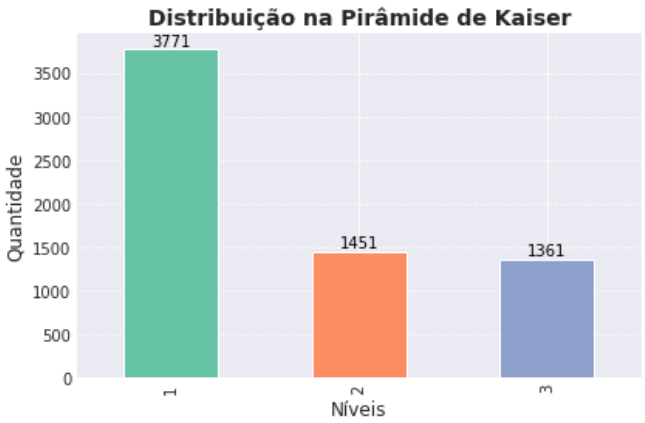
Tabela 1 – Exemplos do *score* individual de beneficiário.

As colunas "P. crônica (crítica)" e "outras" representam a normalização dos somatórios das patologias crônicas de atenção e as demais, respectivamente. A coluna "Combinação patológica grave" indica a presença ou ausência de combinações patológicas de risco levantadas pelo profissional da área, enquanto as colunas "Max de Nível" e "Max de Risco Combinado" correspondem à normalização do nível na pirâmide de atenção dos pacientes e ao risco combinado, respectivamente. O risco combinado é uma medida construída pela operadora do plano de saúde, que reflete o grau de risco de mudança de estado no nível da pirâmide.

Os dados fornecidos pela operadora de saúde passaram por um processo de filtragem, padronização e normalização. Este estágio é crítico e teve como objetivo identificar padrões e características nos dados, além de corrigir eventuais inconsistências na base, como por exemplo, inconsistências nos nomes das patologias.



((a)) Distribuição total.



((b)) Distribuição somente com as doenças classificadas.

Figura 3 – Distribuição dos beneficiários em cada nível da pirâmide.

Uma parte considerável dos beneficiários da amostra apresenta condições de saúde não classificadas. Essa categoria pode sugerir a ausência de doenças crônicas ou, alternativamente, que tais condições ainda não foram identificadas e registradas na base de dados. Ao analisar a Figura 3, nota-se que, ao excluir os beneficiários não classificados, a maioria se encontra no primeiro nível da pirâmide. No entanto, para manter a consistência do modelo e garantir a coerência na seleção de beneficiários, optou-se por incluir todos os beneficiários, independentemente da classificação de suas doenças. Vale ressaltar que essa escolha representa uma limitação deste estudo.

Em colaboração com os especialistas da área da saúde, foram identificadas sete condições crônicas críticas para monitoramento:

- hipertensão,
- diabetes,
- doenças cardiovasculares,

- neoplasias,
- doenças cerebrovasculares,
- distúrbios pulmonares e
- problemas renais.

Beneficiários que apresentam uma ou mais dessas condições (coluna “Combinação patológica grave” na Tabela 1) e estão no terceiro nível da pirâmide de risco (coluna “Nível da Pirâmide” na Tabela 1) são considerados candidatos promissores para serem selecionados. A Figura 4 ilustra a proporção de beneficiários que estão no terceiro nível da pirâmide e apresentam o risco combinado maior que 5 e/ou possuem condições crônicas críticas.

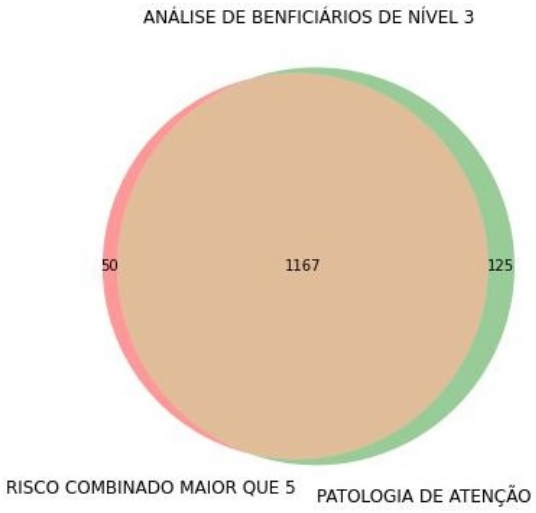


Figura 4 – Diagrama de Venn dos beneficiários no nível 3 da pirâmide. Em vermelho, 50 beneficiários têm risco combinado maior ou igual a 5. Em verde, 125 beneficiários possuem condições críticas. Em marrom, 1.167 beneficiários pertencem a ambos os grupos.

Na Seção 6.1, é realizado um estudo do parâmetro α presente na Equação (4). A análise considera a revocação dos grupos de análise. A revocação (*recall*) é uma medida que representa a porcentagem de integrantes de um grupo recuperados corretamente, em relação ao número total de integrantes desse mesmo grupo. Tipicamente, em inteligência artificial, a revocação é calculada como a razão entre os verdadeiros positivos (VP) e a soma dos verdadeiros positivos com os falsos negativos (FN):

$$\frac{VP}{VP + FN}$$

Os grupos analisados são beneficiários com as seguintes características:

- **Grupo 1:** nível 3 com risco combinado ≥ 5,
- **Grupo 2:** nível 3 com patologias críticas, e

- **Grupo 3:** nível 3 com ambas as características simultaneamente.

Usando apenas o primeiro grupo, os resultados obtidos serão comparados com algoritmos gulosos.

6.1 Análise do Parâmetro α

O valor de α na Equação (4) está diretamente ligado à influência que o membro da família que exige maior atenção (maior *score*) terá na composição do *score* familiar. Quanto maior o valor de α, maior a priorização de beneficiários que exigem acompanhamento presencial, mesmo que esse beneficiário pertença a uma família com muitos membros com *score* baixo. A Tabela 2 mostra um exemplo de dois grupos familiares com 5 integrantes. O primeiro grupo possui um integrante com fator de risco muito elevado e os demais de níveis muito baixos. Já o segundo grupo familiar possui um indivíduo com valor elevado, dois médios e o restante muito baixo. Para valores diferentes de α, o valor do *score* familiar pode priorizar a primeira ou a segunda família. Por exemplo, para $\alpha = 4$, a família F1 teria um *score* mais elevado, enquanto para $\alpha = 3$, a família F2 teria maior prioridade na escolha. A escolha do valor de α é uma decisão estratégica da gerência da operadora do plano de saúde.

	score 1	*score* 2	*score* 3	*score* 4	*score* 5	*score* familiar $\alpha = 4$	*score* familiar $\alpha = 3$
F1	9,26	2,69	0,39	0,39	0,39	7.395,68	812,83
F2	8,57	0,69	0,29	5,0	5,0	6.647,98	880,08

Tabela 2 – Análise do *score* familiar ao variar o parâmetro α.

Para analisar diferentes cenários para o parâmetro α, uma série de experimentos variando o valor de α de 2 a 6, com incrementos de 0,5, foi realizada. O objetivo é encontrar o valor de α que maximizasse a inclusão de casos graves, sem comprometer a eficácia na escolha do grupo. Como se trata de um *trade-off*, quanto maior o valor de α, mais casos com *scores* individuais elevados estarão presentes, mas, em detrimento de beneficiários com *scores* baixos ocupando vagas que poderiam ser ocupadas por diversos outros beneficiários de nível médio. Os resultados desses experimentos estão apresentados nas Tabelas 3, 4 e 5, cada uma correspondente a um dos três grupos de risco destacados anteriormente.

Nos experimentos conduzidos para o Grupo 1, em que o risco combinado é superior a 5, foi observado um aumento consistente na quantidade de casos graves incluídos à medida que o parâmetro α variava de 2 a 6. A revocação também aumentou, de 94,7% para 98,7%. No entanto, a partir de $\alpha = 5$, a revocação estabilizou, sugerindo que valores maiores não trazem benefícios adicionais. Portanto, $\alpha = 5$ pode ser considerado um valor eficaz para maximizar a inclusão de casos graves sem comprometer a eficiência do modelo.

Valor de α	Quantidade de Casos Graves Incluídos	Revocação (%)
2,0	1.152	94,66
2,5	1.170	96,14
3,0	1.183	97,21
3,5	1.193	98,02
4,0	1.195	98,19
4,5	1.198	98,44
5,0	1.201	98,69
5,5	1.201	98,69
6,0	1.201	98,69

Tabela 3 – Resultados da variação do valor de α do Grupo 1.

Para o Grupo 2, focado em patologias de atenção, os resultados revelaram um crescimento contínuo tanto na quantidade de casos graves incluídos quanto na revocação, que atingiu 100% com $\alpha = 6$. A eficácia do modelo foi evidente a partir de $\alpha = 4{,}5$, em que a revocação já se aproximava de 100%. Isso sugere que, para este grupo, valores de α entre 4,5 e 6 são altamente eficazes em identificar casos graves.

Valor de α	Quantidade de Casos Graves Incluídos	Revocação (%)
2	1.235	95,51
2,5	1.255	97,14
3	1.269	98,22
3,5	1.283	99,30
4	1.287	99,61
4,5	1.290	99,85
5	1.291	99,92
5,5	1.291	99,92
6	1.292	100,0

Tabela 4 – Resultados da variação do valor de α do Grupo 2.

Por fim, no Grupo 3, que combina as duas abordagens anteriores, as análises mostraram que o valor $\alpha = 5$ foi o mais eficaz, resultando uma revocação próxima a 100% e uma quantidade equilibrada de inclusão de beneficiários graves.

Valor de α	Quantidade de Casos Graves Incluídos	Revocação (%)
2	1.119	95,89
2,5	1.138	97,51
3	1.150	98,54
3,5	1.159	99,31
4	1.162	99,57
4,5	1.165	99,83
5	1.166	99,91
5,5	1.166	99,91
6	1.167	100,0

Tabela 5 – Resultados da variação do valor de α do Grupo 3.

Esses resultados sugerem que o valor ideal de α depende do grupo de análise. Para maximizar a inclusão de beneficiários graves, o parâmetro α deve ser ajustado conforme a combinação de condições de risco.

6.2 Comparação com Métodos Gulosos

Nesta subseção, realizamos uma análise comparativa entre o modelo proposto e dois métodos gulosos tradicionais: o Guloso Clássico, que prioriza beneficiários com maior *score* individual, e o Guloso Baseado em Score Indivíduo. Os resultados, apresentados na Tabela 6, incluem os perfis dos beneficiários classificados no Grupo 1, ou seja, aqueles pertencentes ao nível 3 da pirâmide de risco com risco combinado superior ou igual a 5. Além disso, são destacados o somatório total dos *scores* individuais (ver Capítulo 5) e os valores da função objetivo do modelo (ver Equação 5).

A escolha do Grupo 1 para a comparação é estratégica, pois permite avaliar a eficácia do modelo proposto em identificar beneficiários com alta prioridade de intervenção, em contraste com métodos simplificados que não capturam adequadamente as características complexas dos dados de saúde. Os resultados ilustram as diferenças nas capacidades de recuperação de casos graves e intermediários entre as abordagens avaliadas.

A análise mostra que, embora o algoritmo Guloso Clássico obtenha a maior média dos *scores* individuais, ele apresenta limitações significativas na recuperação de casos graves, resultando no menor valor na função objetivo entre todos os métodos avaliados. Já o algoritmo Guloso Baseado em Score Indivíduo recupera um caso grave a mais em comparação ao algoritmo da mochila, mas sua eficácia na inclusão de casos intermediários é reduzida: o número de beneficiários do nível 2 com risco combinado superior a 5 é cerca de 16% menor.

Em contrapartida, a abordagem baseada no modelo da mochila se destaca por equilibrar a recuperação de casos graves com a inclusão de casos intermediários. Essa abordagem recupera aproximadamente 50 casos intermediários a mais do que o algoritmo Guloso Baseado em Score Indivíduo, sem comprometer a alta taxa de recuperação de casos graves. Assim, o modelo proposto oferece uma solução mais abrangente, capaz de lidar eficientemente com as necessidades de intervenção e alocação de recursos no contexto analisado.

Nvl. de Pirâmide	**Geral**		**Mochila**		**Guloso Score Ind.**		**Guloso Clássico**	
	$RC < 5$	$RC \geq 5$	$RC < 5$	$RC \geq 5$	$RC < 5$	$RC \geq 5$	$RC < 5$	$RC \geq 5$
1	4145	2.188	478	277	510	296	288	253
2	485	968	103	311	104	261	209	523
3	144	1.217	130	1.201	127	1.202	115	1.112
	Score Total (Média)		15.885,87 (6,35)		15.639,34 (6,26)		16.554,47 (6,62)	
	F.O.		120.295.486,90		120.295.429,58		114.669.817,57	

Tabela 6 – Comparação entre os métodos, com *RC* representando o risco combinado dos participantes.

6.3 Abordagem Multiobjetivo

O problema foi modelado com base em duas funções objetivo: a primeira prioriza a diversidade das famílias, mantendo tanto casos graves quanto intermediários; a segunda enfatiza exclusivamente os casos mais graves. A solução do problema foi realizada por dois métodos:

1. **Método Exato (utilizando a técnica de solução p_λ):**

   Devido à convexidade do fronte de Pareto, a técnica p_λ foi empregada para garantir soluções Pareto ótimas. A função objetivo utilizada no *solver* foi definida como:

   $$F(\mathbf{x}) = \lambda f_1(\mathbf{x}) + (1 - \lambda) f_2(\mathbf{x}), \tag{8}$$

   em que $f_1(.)$ e $f_2(.)$ correspondem às funções objetivo com valores de α fixados em 1 e 6, respectivamente.

   Para a obtenção do conjunto de soluções Pareto, foram considerados 250 valores de λ variando uniformemente de 0 a 1. O *solver* foi executado para cada um desses valores, gerando um conjunto de soluções que descrevem a fronteira eficiente do problema.

2. **Método Heurístico (NSGA-II):** O algoritmo NSGA-II foi implementado utilizando o *framework* pymoo (Blank; Deb, 2020), devido à sua ampla aceitação na literatura e eficácia na resolução de problemas de otimização multiobjetivo.

   O problema foi codificado de forma binária, em que cada bit do indivíduo representa a seleção ou não de uma família. A população inicial foi gerada aleatoriamente, sendo aplicada uma estratégia de reparo para garantir a factibilidade das soluções. Esse reparo consistiu em remover aleatoriamente famílias de indivíduos que excedessem o limite de 2500 beneficiários. Além disso, quatro indivíduos adicionais foram inseridos na população inicial, sendo dois obtidos pelo método exato para cada uma das funções objetivo e dois gerados pelos métodos gulosos descritos na Seção 6.2.

   Para a calibração dos parâmetros do NSGA-II, foi utilizada a ferramenta irace (Iterated Racing for Automatic Algorithm Configuration) (LÓPEZ-IBÁÑEZ et al., 2016), garantindo uma configuração otimizada. Como parâmetros foram considerados:

   - Tipos de cruzamento - {TwoP, KPoint3, KPoint4, Exp50, Exp70, Exp90, Uniform, HalfUniform.}[1]
   - Taxa de cruzamento - {0.7, 0.8, 0.9, 1.0}
   - Taxa de mutação por indivíduo - {0.05, 0.15, 0.25, 0.35}
   - Taxa de variação de bit na mutação - {0.005, 0.010, 0.015, 0.020}

   A melhor combinação de parâmetros encontrada considerando uma população de 250 indivíduos em 400 gerações, foram:

   - Tipo de cruzamento: Uniforme
   - Tipo de mutação: Bit-flip

[1] Todos os tipos de cruzamentos disponibilizados pelo pymoo (Blank; Deb, 2020)

- Taxa de cruzamento: 0.9
- Taxa de mutação de indivíduo: 0.05
- Taxa de mutação por bit: 0.01

Todos os testes foram executados no ambiente HPC do laboratório SORAI que tem como recursos de infraestrutura:

- Sistema Operacional Debian 12.5.0 (amd64);
- 2 processadores Intel(R) Xeon(R) Silver 4114 CPU @ 2.20GHz, 10 núcleos (20 threads): total de 40 threads;
- 416 GB memória RAM, DDR4 2400MHz;

O número de gerações do NSGA-II foi definido com base na curva de convergência média do hipervolume considerando 33 execuções do algoritmo. A Figura 5 demonstra que, após 400 gerações, não há um ganho expressivo no valor desse indicador, justificando a escolha desse número de iterações.

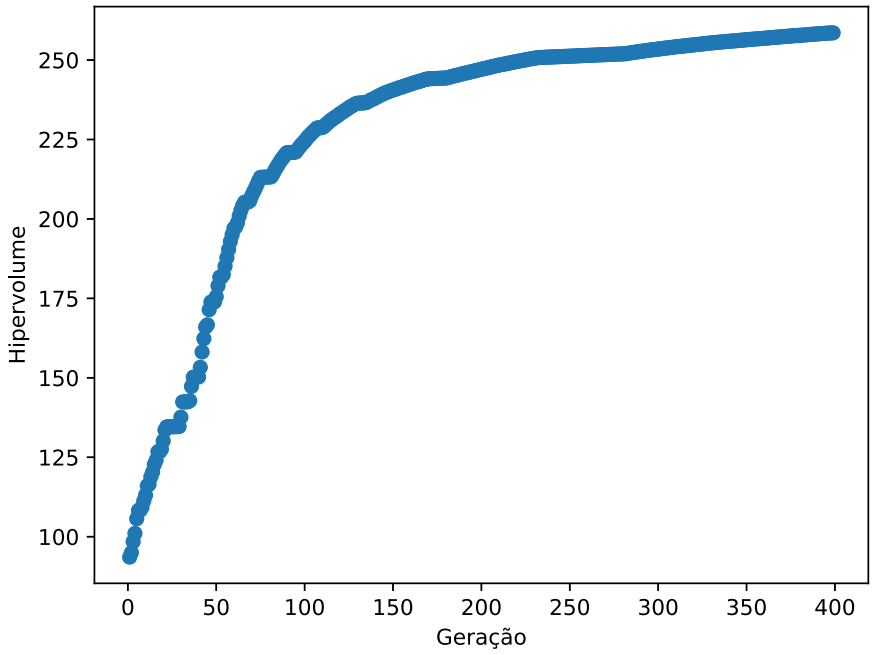


Figura 5 – Gráfico de convergência média do hipervolume.

Como o NSGA-II é um algoritmo estocástico, ele foi executado 33 vezes para garantir robustez nos resultados. As 33 soluções Pareto obtidas foram unificadas e um algoritmo de não dominância foi aplicado para gerar um Pareto combinado. Para manter a comparação justa com o

método exato, foi aplicado um critério de filtragem baseado na métrica *crowding distance* do NSGA-II, reduzindo o Pareto combinado para 250 soluções.

A Figura 6 apresenta os resultados obtidos pelo NSGA-II e pelo método exato com a técnica p_λ, permitindo uma análise comparativa entre as abordagens heurística e exata. Como esperado, o conjunto de soluções obtido pelo método exato supera qualitativamente o resultado do NSGA-II, uma vez que a técnica p_λ garante a obtenção de soluções Pareto-ótimas devido à convexidade do problema.

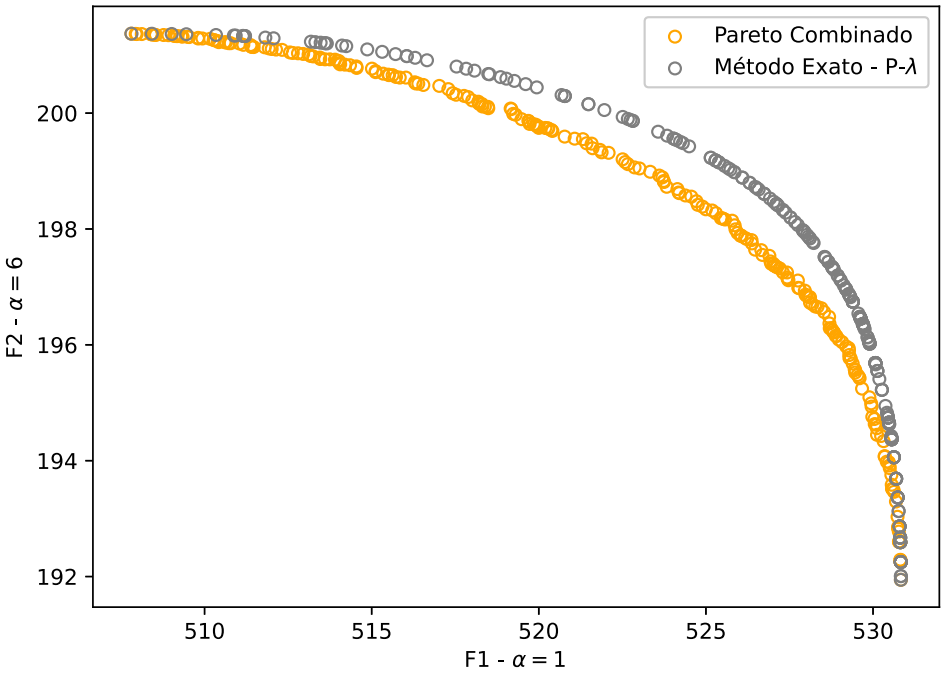


Figura 6 – Pareto combinado obtido pelo NSGA-II e o resultado de 250 execuções do *solver* utilizando a técnica p_λ.

Testes preliminares, conduzidos sem a inserção dos quatro indivíduos na população inicial do NSGA-II, indicaram um desempenho significativamente inferior do algoritmo heurístico. A introdução desses indivíduos na população inicial — dois provenientes do método exato mono-objetivo, representando os extremos do Pareto, e dois utilizando os métodos gulosos discutidos na Seção 6.2 — desempenhou um papel fundamental na melhoria da convergência do NSGA-II. Esse ajuste assegurou que o algoritmo heurístico iniciasse a busca a partir de soluções já bem posicionadas, reduzindo o tempo necessário para explorar a fronteira de Pareto e garantindo que os extremos do Pareto encontrado pelo NSGA-II correspondessem exatamente às soluções obtidas pelo método exato.

Embora a diferença entre os resultados seja visível na Figura 6, essa observação foi formalizada por meio do cálculo do hipervolume, um dos principais indicadores utilizados na

Tabela 7 – Resultados comparativos do NSGA-II e o Método Exato.

	Tempo Médio	**Desvio Padrão**	**Hipervolume**
Método Exato	101,72	0,60	276,68
NSGA-II	483,89	26,43	264,13

avaliação da qualidade de soluções multiobjetivo. O ponto de referência utilizado foi formado com base nas soluções dos algoritmos gulosos que fornecem os dois extremos, somados a uma unidade em seus valores. Os valores obtidos foram de 264,13 para o NSGA-II e 276,68 para o método exato, reforçando quantitativamente a superioridade da abordagem baseada no método exato utilizando o *solver*.

Além da qualidade das soluções obtidas, a eficiência computacional das abordagens também foi analisada. Para mitigar variações no tempo de processamento do servidor, tanto o método exato quanto o NSGA-II foram executados 33 vezes, permitindo a obtenção de uma média de tempo de execução. Considerando o tamanho da instância real do problema, o método exato apresentou um tempo de execução surpreendentemente baixo, resolvendo cada ponderação do modelo em aproximadamente 0,39 segundos. Mesmo exigindo 250 execuções para a construção da fronteira de Pareto, o tempo total médio de processamento do *solver* foi de aproximadamente 101,72 segundos, com um desvio padrão de 0,60. Esse tempo ainda se mostrou inferior ao necessário para uma única execução do NSGA-II, que levou, em média, 483,89 segundos, com um desvio padrão de 26,43, para gerar sua aproximação da fronteira de Pareto. A Tabela 7 resume os resultados apresentados.

Esse resultado exemplifica um cenário em que a aplicação de métodos exatos para problemas combinatórios multiobjetivo se mostra não apenas viável, mas também vantajosa. Com frequência, a comunidade acadêmica e a literatura priorizam abordagens heurísticas ou meta-heurísticas para esse tipo de problema, sem explorar previamente a aplicabilidade de técnicas exatas. No entanto, os resultados aqui apresentados demonstram que, quando o problema e sua estrutura permitem, métodos exatos podem oferecer soluções de maior qualidade e eficiência computacionalmente superior, desafiando o paradigma predominante na área de otimização multiobjetivo.

Mesmo com tais conclusões, uma nova questão foi levantada: dado que o NSGA-II apresentou um tempo computacional quase cinco vezes superior ao método exato, mas ainda assim obteve soluções afastadas da fronteira de Pareto ótima, seria possível melhorar seu desempenho aumentando o número de gerações? A Figura 5 indica que, embora o crescimento do hipervolume desacelere após 200 gerações, ainda há indícios de evolução. Para investigar essa hipótese, realizamos novos experimentos mantendo os mesmos parâmetros, mas aumentando o limite para 2000 gerações. Os resultados apresentados nas Figuras 7 e 8 demonstram que, com um maior número de gerações, o NSGA-II conseguiu aproximar melhor suas soluções da fronteira ótima, reduzindo a diferença em relação ao método exato. A Tabela 8 sintetiza os novos resultados, evidenciando um avanço significativo na qualidade das soluções obtidas, ainda que

com um custo computacional substancialmente maior.

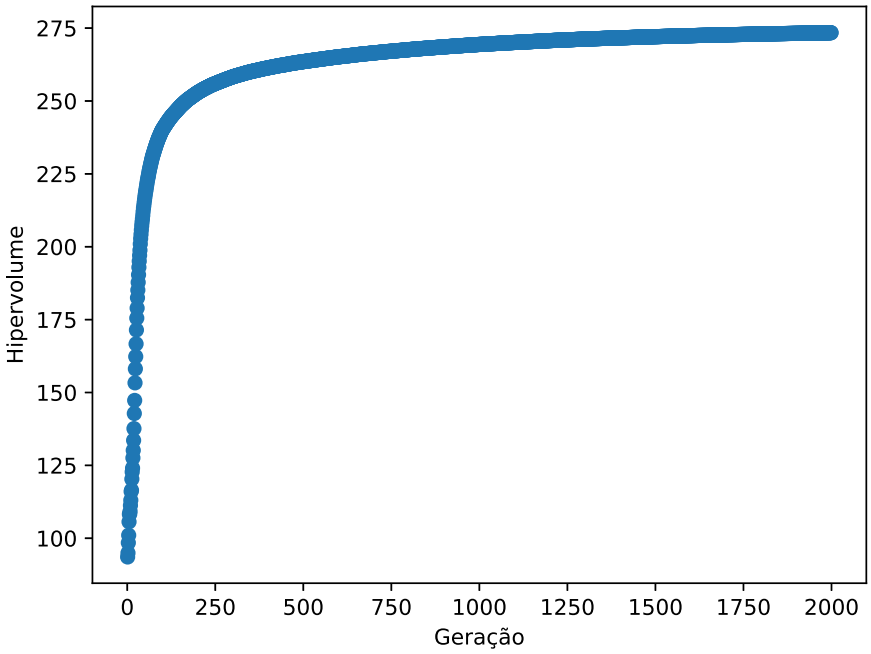


Figura 7 – Gráfico de convergência média do hipervolume em 2000 gerações.

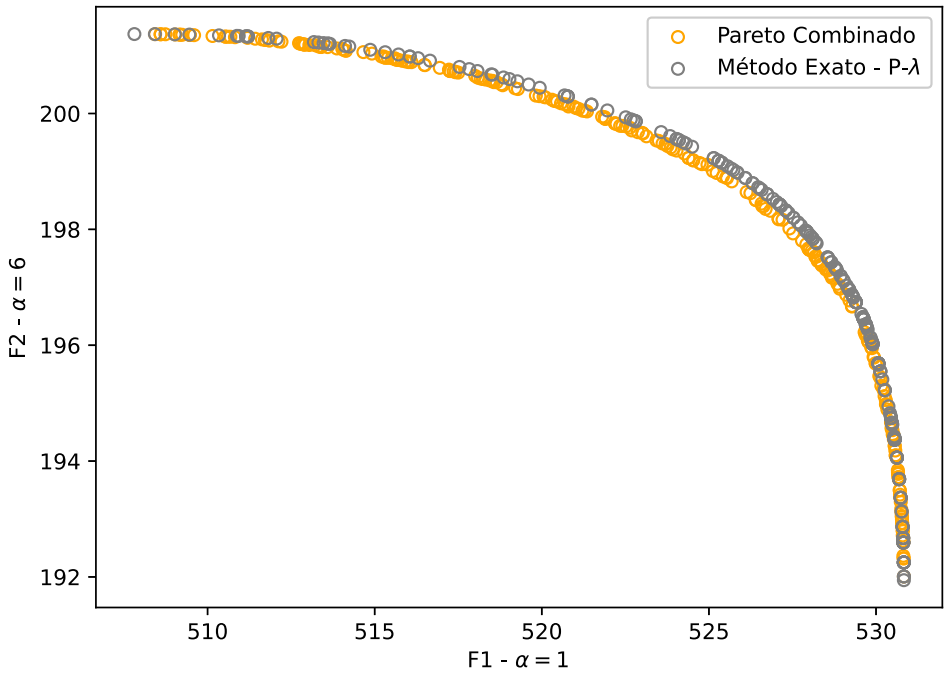


Figura 8 – Pareto combinado obtido pelo NSGA-II em 2000 gerações e o resultado de 250 execuções do *solver* utilizando a técnica p_λ.

Tabela 8 – Resultados comparativos do NSGA-II e o Método Exato.

	Tempo Médio	**Desvio Padrão**	**Hipervolume**
Método Exato	101,72	0,60	276,68
NSGA-II (400 gerações)	483,89	26,43	264,13
NSGA-II (2000 gerações)	1945,45	28,52	274,11

7 Considerações Finais

Este trabalho de mestrado apresentou uma abordagem de otimização para a seleção eficiente de beneficiários em programas de Atenção Primária à Saúde (APS). A modelagem proposta buscou maximizar o impacto das intervenções de saúde ao considerar tanto uma formulação mono-objetivo quanto uma formulação multiobjetivo, permitindo diferentes perspectivas para a priorização dos beneficiários.

A fase inicial do trabalho focou na abordagem mono-objetivo, em que foi desenvolvida uma formulação baseada em programação inteira que maximizava a recuperação de casos graves, garantindo a inclusão de beneficiários com maior risco e necessidade de atenção. Os experimentos realizados demonstraram a eficácia do modelo proposto em relação a abordagens heurísticas, como algoritmos gulosos, evidenciando sua capacidade de identificar soluções superiores tanto em termos de qualidade quanto de diversidade das seleções realizadas.

Um aspecto central explorado foi a sensibilidade do parâmetro α, que define a ponderação entre diferentes critérios na função objetivo. A escolha de $\alpha = 5$ mostrou-se robusta para equilibrar os *trade-offs* entre a priorização de casos críticos e a abrangência da solução. Essa flexibilidade é essencial para adaptar o modelo às necessidades específicas dos gestores e aos recursos disponíveis no sistema de saúde.

No segundo momento, foi desenvolvida a abordagem multiobjetivo, na qual foram consideradas duas funções objetivo: uma priorizando a diversidade dos beneficiários, garantindo a seleção de casos graves e intermediários, e outra maximizando exclusivamente a recuperação de casos graves. Essa formulação permitiu explorar diferentes equilíbrios entre os critérios de seleção e oferecer aos gestores opções de tomada de decisão mais ajustadas às necessidades do programa.

A resolução do problema multiobjetivo foi realizada por dois métodos: um método exato, baseado na técnica de solução p_λ no solver, e um método heurístico, utilizando o algoritmo NSGA-II. Os resultados mostraram que o método exato superou significativamente o NSGA-II em termos de qualidade das soluções, o que já era esperado, e eficiência computacional, o que desafia a tendência predominante de priorizar heurísticas para problemas combinatórios multiobjetivo sem antes avaliar a viabilidade de abordagens exatas.

A análise dos resultados indicou que a inserção de soluções iniciais provenientes do método exato na população do NSGA-II melhorou consideravelmente sua convergência, permitindo que os extremos do Pareto gerado pelo algoritmo heurístico correspondessem exatamente às soluções exatas. No entanto, mesmo com esse aprimoramento, o hipervolume obtido pelo NSGA-II foi inferior ao do método exato, reforçando a superioridade da abordagem baseada no método exato para a instância analisada.

Os tempos computacionais também corroboraram essa superioridade. O método exato, mesmo com 250 execuções para a geração da fronteira de Pareto, permaneceu mais rápido que o

NSGA-II em uma única execução. Isso evidencia que, para problemas similares, é altamente recomendável testar abordagens exatas antes de recorrer a metaheurísticas, contrariando uma prática comum na literatura de otimização multiobjetivo.

Os resultados obtidos foram validados utilizando dados reais de uma operadora de saúde, demonstrando a aplicabilidade prática da modelagem proposta. A capacidade do modelo de fornecer soluções robustas e adaptáveis às necessidades dos gestores de APS reforça seu potencial de impacto positivo na alocação de recursos e na eficîencia dos serviços prestados.

7.1 Contribuições e Impacto do Trabalho

O presente trabalho trouxe contribuições significativas para a área de otimização aplicada à saúde, abordando um problema de alta relevância social e operacional. Dentre as principais contribuições, destacam-se:

- Desenvolvimento de uma modelagem matemática eficiente para a seleção de beneficiários em APS, permitindo uma tomada de decisão mais eficaz e embasada.
- Avaliação comparativa entre abordagens exatas e heurísticas para otimização multiobjetivo, destacando a viabilidade e eficiência dos métodos exatos.
- Aplicação prática do modelo utilizando dados reais, demonstrando seu potencial de implementação em contextos reais de gestão de saúde.
- Análise detalhada do impacto da inserção de soluções exatas na inicialização do NSGA-II, fornecendo diretrizes para o aprimoramento de metaheurísticas.

7.2 Trabalhos Futuros

Como continuidade deste trabalho, algumas direções podem ser exploradas para aprofundar a pesquisa e ampliar sua aplicação:

- Exploração de outras formulações matemáticas, incorporando novos critérios de seleção, como custo das intervenções e impacto econômico das decisões.
- Investigação de outros métodos de resolução multiobjetivo, como outras metaheurísticas ou técnicas híbridas que combinem otimização exata e heurística.
- Avaliação da implementação do modelo em um sistema real de gestão de saúde, permitindo testes em um ambiente operacional.
- Identificar fatores que não levaram o NSGA-II convergir para o Pareto ótimo.

Com a finalização deste trabalho, espera-se que as abordagens propostas possam contribuir para a melhoria da eficiência e da equidade na gestão de programas de APS, oferecendo suporte analítico para uma tomada de decisão mais informada e baseada em evidências.

7.2.1 Publicação

ALMEIDA, Willian S.; MARTINS, Aline M. C.; MARTINS, Flávio V. C.; WANNER, Elizabeth F.; NOVAES, Vinicius Mendonça. **Técnicas de otimização aplicadas à escolha eficiente de grupos familiares para modalidade de cuidado coordenado**. In: ANAIS DO LVI SIMPóSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 2024, Fortaleza. Anais eletrônicos..., Campinas, Galoá, 2024. Disponível em: https://proceedings.science/sbpo-2024/trabalhos/tecnicas-de-otimizacao-aplicadas-a-escolha-eficiente-de-grupos-familiares-para-m?lang=pt-br. Acesso em: 03 Dez. 2024.

Referências

BARBOSA, L. Z. **Técnicas de otimização baseadas no paradigma de enxames de partículas e sua aplicação ao projeto de equipamentos eletromagnéticos**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2012. Disponível em: <https://www.teses.usp.br-/teses/disponiveis/3/3143/tde-16072013-172602/pt-br.php>. Citado na página 21.

BARLOW, J. et al. Chronic disease management programs: a review of current evidence. **Nursing research**, Wolters Kluwer Health, v. 51, n. 1, p. 1–12, 2002. Citado na página 16.

BELLMAN, R. **Dynamic Programming**. [S.l.]: Princeton University Press, 1957. Citado na página 18.

BERTSIMAS, D.; WEISMANTEL, R. **Introduction to Linear Optimization**. [S.l.]: Athena Scientific, 1997. Citado na página 14.

Blank, J.; Deb, K. pymoo: Multi-objective optimization in python. **IEEE Access**, v. 8, p. 89497–89509, 2020. Citado na página 35.

BOZIC, K. J. et al. Modeling the burden of disease progression in patients with osteoarthritis of the hip: a markov model. **Osteoarthritis and Cartilage**, Elsevier, v. 16, n. 3, p. 237–243, 2008. Citado na página 24.

CHEN, L.; JOHNSON, R. Patient engagement in health: The role of patient-operated information systems. **Health Information Journal**, v. 21, p. 245–252, 2015. Citado na página 24.

CHOWDHURY, S.; HO, C.; JOHNSON, E. Optimization models for patient selection in population health management programs: Improving patient outcomes and reducing costs. **Health Care Management Science**, Springer, v. 19, n. 2, p. 89–104, 2016. Citado 2 vezes nas páginas 23 e 24.

DEB, K. et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, IEEE, v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002. Citado na página 19.

DEB, K. et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: Nsga-ii. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 6, n. 2, p. 182–197, 2002. Citado na página 19.

Díaz Álvarez, J.; RISCO-MARTíN, J. L.; COLMENAR, J. M. Multi-objective optimization of energy consumption and execution time in a single level cache memory for embedded systems. **Journal of Systems and Software**, v. 111, p. 200–212, 2016. ISSN 0164-1212. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0164121215002241>. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 22.

FISHER, E.; SHORTELL, S. The impacts of care coordination on healthcare costs and quality. **Journal of Health Affairs**, v. 28, n. 1, p. 54–62, 2009. Citado na página 23.

GUERREIRO, A. P.; FONSECA, C. M.; PAQUETE, L. The hypervolume indicator: Problems and algorithms. **arXiv preprint arXiv:2005.00515**, 2020. Disponível em: <https://arxiv.org/abs-/2005.00515>. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.

HAO, J. et al. An improved nsga-ii algorithm based on adaptive weighting and searching strategy. **Applied Sciences**, v. 12, n. 22, p. 11573, 2022. Citado na página 20.

KAISER, H. The pyramid of care: Managing chronic diseases through population health management. **Journal of Managed Care**, v. 8, n. 6, p. 10–15, 2002. Citado na página 17.

KEISER, R. A.; MCDONALD, D. L. S. The kaiser permanente pyramid model for chronic care. **The Permanente Journal**, v. 9, n. 4, p. 21–26, 2005. Citado na página 13.

KELLERER, H.; PFERSCHY, U.; PISINGER, D. **Knapsack problems**. [S.l.]: Springer, 2004. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 27.

LAWLER, E. L.; WOOD, D. E. Branch-and-bound methods: A survey. **Operations Research**, v. 14, n. 4, p. 699–719, 1966. Citado na página 18.

LÓPEZ-IBÁÑEZ, M. et al. The irace package: Iterated racing for automatic algorithm configuration. **Operations Research Perspectives**, v. 3, p. 43–58, 2016. Citado na página 35.

LOZANO, S.; LARRANETA, J.; ESTEBAN, J. Multiobjective optimization for planning emergency medical service locations and vehicle dispatching strategies. **Computers & Industrial Engineering**, Elsevier, v. 65, n. 2, p. 294–303, 2013. Citado na página 24.

MARMOT, M.; WILKINSON, R. Social determinants of health: The solid facts. **World Health Organization**, World Health Organization, 2005. Citado na página 14.

MARTELLO, S.; TOTH, P. Knapsack problems: Algorithms and computer implementations. **John Wiley & Sons**, v. 1, p. 1–40, 1990. Citado na página 17.

MENDES, E. V. E. **O cuidado das condições crônicas na atenção primária à saúde: o imperativo da consolidação da estratégia da saúde da família**. Brasília, DF: Organização Pan-Americana da Saúde, 2012. ISBN 978-85-7967-078-7. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 16.

MITCHELL, B. **PuLP: A Linear Programming Toolkit for Python**. 2011. Available at: <https://coin-or.github.io/pulp/>. Citado na página 14.

ORGANIZATION, W. H. **Primary health care: Now more than ever.** [S.l.]: World Health Organization, 2008. Citado na página 16.

PANG, X.; ZHANG, Y.; LI, H. Optimization of patient assignment in cloud-based health systems using distributed genetic algorithms. **Journal of Healthcare Engineering**, v. 2023, p. 1–15, 2023. Citado na página 24.

SAMPAIO, P. R. **Teoria, métodos e aplicações de otimização multiobjetivo**. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2011. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45134/tde-25042011-122013/pt-br.php>. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 21.

SCHULTZ, M.; FIELDS, J. Genetic factors and their role in chronic diseases. **Genetics in Medicine**, v. 17, n. 8, p. 654–659, 2015. Citado na página 23.

SMITH, S.; FLIEGE, J. Multiobjective optimization in emergency medical services. **OR spectrum**, Springer, v. 31, n. 3, p. 581–609, 2009. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 24.

WAGNER, E. H. Chronic disease management: What will it take to improve care for chronic illness? **Effective Clinical Practice**, v. 1, n. 1, p. 2–4, 1998. Citado na página 13.

WANG, S.; LI, X.; MA, S. Optimization of healthcare facility network under budget and time constraints. **Computers & Industrial Engineering**, Elsevier, v. 120, p. 364–373, 2018. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 24.

WOLSEY, L. A. **Integer programming**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1998. Citado na página 17.

WOLSEY, L. A. **Integer Programming**. [S.l.]: Springer, 2020. Citado na página 18.

ZHANG, X. et al. An improved nsga-ii algorithm and its application. In: **Cyberspace Data and Intelligence, and Cyber-Living, Syndrome, and Health**. [S.l.]: Springer, 2019. (Communications in Computer and Information Science, v. 1137), p. 581–594. Citado na página 20.

ZITZLER, E.; THIELE, L. Multiobjective optimization using evolutionary algorithms – a comparative case study. In: **International Conference on Parallel Problem Solving from Nature**. [S.l.]: Springer, 1998. p. 292–301. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.