CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

JOÃO VITOR MORAES QUARESMA

# ESTUDO DE CASO: AVALIAÇÃO DE CORPOS MOEDORES COMPOSTOS DE FERRO FUNDIDO COM 24% DE CROMO UTILIZADOS NOS MOINHOS VERTICAIS DA MINERAÇÃO.

Belo Horizonte

2026

JOÃO VITOR MORAES QUARESMA

# ESTUDO DE CASO: AVALIAÇÃO DE CORPOS MOEDORES COMPOSTOS DE FERRO FUNDIDO COM 24% DE CROMO UTILIZADOS NOS MOINHOS VERTICAIS DA MINERAÇÃO.

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado no Curso de Graduação em Engenharia Mecânica do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica

Orientadora: Profa. Nathalia Mello Mascarenhas Paixão

Belo Horizonte

2026

Quaresma, João Vitor Moraes
Q1e Estudo de caso: avaliação de corpos moedores compostos de ferro fundido com 24% de cromo utilizados nos moinhos verticais da mineração / João Vitor Moraes Quaresma. – 2026.
55 f. : il., gráfs., tabs., fotos.

Trabalho de conclusão de curso apresentado no curso de graduação do Programa de Graduação em Engenharia Mecânica do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais.
Orientadora: Nathalia Mello Mascarenhas Paixão.
Banca examinadora: Nathalia Mello Mascarenhas Paixão, Marcelo Rios de Araújo e Cristina Almeida Magalhães.
Bibliografia: f. 53-55.
Trabalho de conclusão de curso (graduação) – Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Mineração – Teses. 2. Moinhos de bolas – Peças – Teses. 3. Cominuição (Beneficiamento de minério) – Teses. 4. LIMN (software) – Teses. 5. Liga de cromo-ferro – Teses. I. Paixão, Nathalia Mello Mascarenhas. II. Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais. III. Título.

CDD 620.1123

Elaboração da ficha catalográfica pela bibliotecária Jane Marangon Duarte, CRB 6ª 1592 / Cefet/MG

JOÃO VITOR MORAES QUARESMA

# ESTUDO DE CASO: AVALIAÇÃO DE CORPOS MOEDORES COMPOSTOS DE FERRO FUNDIDO COM 24% DE CROMO UTILIZADOS NOS MOINHOS VERTICAIS DA MINERAÇÃO.

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentada no Curso de Graduação em Engenharia Mecânica do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Data de aprovação: 18/06/2026

**Nathalia Mello Mascarenhas Paixão, Mestre, Orientador**
Departamento de Engenharia Mecânica, Campus Nova Gameleira
CEFET-MG - Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

**Marcelo Rios de Araujo, Mestre, Avaliador**
Departamento de Engenharia Mecânica, Campus Nova Gameleira
CEFET-MG - Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

**Cristina Almeida Magalhães, Doutora, Avaliador**
Departamento de Engenharia Mecânica, Campus Nova Gameleira
CEFET-MG - Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

*“Clareza na ideia;*

*Pureza no coração;*

*Sentimento como guia;*

*Honestidade como religião.”*

*- Emicida.*

## AGRADECIMENTOS

A verdade é que eu jamais conseguiria alcançar meus objetivos sem a ajuda de algumas pessoas. Mas em especifico este, formar no CEFET, realmente seria impossível de se alcançar sozinho. Além de toda dificuldade imposta pelos professores, toda dificuldade atrelada a instituição no dia a dia, sair de uma cidade de 80 mil habitantes para morar em uma de quase 3 milhões, mudar completamente de rotina, de ciclos, de convivências e ainda em um mundo pós pandêmico foi muito louco, assustador, divertido e interessante. Por isso, quando olho para trás só consigo ter gratidão.

Aos meus pais, o meu muito obrigado de coração. Vocês foram a base forte que me segurou o tempo todo. Obrigado por entenderem quando eu não podia estar presente, por fazerem de tudo para me dar apoio nas fases mais difíceis e cansativas. Cada esforço que vocês fizeram em silêncio me deu forças para continuar seguindo. Essa vitória nunca foi só minha; ela é o resultado de todo amor, apoio e ensinamento que me deram desde pequeno.

Ao meu irmão, agradeço pela amizade e parceria que continuaram firmes durante todos esses anos. Obrigado por comemorar de verdade cada pequeno passo que eu dava rumo à formatura.

À minha namorada, quero deixar o meu maior agradecimento por ser a minha paz no meio das muitas correrias da faculdade e do trabalho. O seu carinho, a sua paciência e a sua compreensão foram o que me manteve forte nos momentos de maior instabilidade e pressão. Obrigado por acreditar no meu futuro mesmo quando eu mesmo tinha dúvidas.

Por fim, quero também deixar um agradecimento muito especial ao grupo Unidos. Se não fosse por vocês definitivamente eu não formaria em 6 anos, só quem viveu sabe cada guerra que tivemos que lutar juntos. Jamais serão esquecidas as conversas atravessadas na cúpula do mal ou toda risada que vocês me fizeram dar. Vocês fizeram o dia a dia na faculdade ser possível de verdade.

A todas as pessoas que, de um jeito ou de outro, me deram a mão, dividiram momentos comigo e ajudaram a fazer esse sonho virar realidade, o meu muito obrigado.

## RESUMO

O trabalho tem como motivação a busca por otimização no setor de mineração, uma atividade intensiva em consumo energético onde a cominuição pode responder por até 50% da energia total de uma planta de beneficiamento, além de sofrer com custos elevados decorrentes do desgaste de componentes. A metodologia empregada consistiu em um estudo de caso experimental com testes em planta piloto pelo método de bateladas (utilizando um moinho de jarro) para avaliar três diâmetros diferentes de corpos moedores de ferro fundido de alto cromo (12,7 mm, 15 mm e 17 mm). A partir desses dados experimentais, foi calculada a velocidade de redução granulométrica (fator K) baseada na lei de moagem de Donda, que posteriormente serviu para calibrar e simular computacionalmente o circuito industrial de um moinho vertical *Vertimill* VTM1500 por meio do *software* LIMN. Como resultados, as análises cinéticas e as simulações demonstraram que as bolas de menor diâmetro (12,7 mm) apresentaram a maior velocidade de quebra para as frações mais finas (K = 0,0922 na malha de 45 µm) e proporcionaram o desempenho granulométrico mais eficiente e próximo das especificações de finura industriais exigidas (alcançando 81,56% de passante na malha de 45 µm), validando a recomendação de mantê-las na política de recarga do circuito.



**Palavras-chave**: mineração, corpos moedores, moagem, moinho vertical. LIMN, alto cromo.

***ABSTRACT***

*The study is motivated by the search for optimization in the mining sector, an energy-intensive industry where comminution can account for up to 50% of a processing plant's total energy consumption, while also suffering from high costs driven by component wear. The methodology employed consisted of an experimental case study utilizing pilot plant batch tests (in a jar mill) to evaluate three different diameters of high-chromium cast iron grinding media (12,7 mm, 15 mm, and 17 mm). From these experimental data, the grinding rate constant (K-factor) was calculated based on Donda's grinding law, which was subsequently used to calibrate and computationally simulate the industrial circuit of a Vertimill VTM1500 vertical mill using LIMN software. As for the results, kinetic analyses and simulations demonstrated that the smaller diameter balls (12,7 mm) achieved the highest breakage rate for the finest fractions (K = 0,0922 for the 45 µm mesh) and provided the most efficient particle size performance, aligning closely with the required industrial fineness specifications by reaching 81,56% passing the 45 µm mesh, thereby validating the recommendation to maintain them in the circuit's recharging policy.*

***Key-words****: mining, grinding media, milling, vertical mill, LIMN, high chrome.*

**SUMÁRIO**

1. INTRODUÇÃO ..... 11
2. OBJETIVOS ..... 13
2.1. Objetivo geral ..... 13
2.2. Objetivos específicos ..... 13
3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA ..... 14
3.1. Minério de ferro ..... 14
3.2. Cominuição ..... 15
3.3. Teorias empíricas da cominuição ..... 16
3.4. 1ª Teoria empírica da cominuição: lei de Rittinger ..... 16
3.5. 2ª Teoria empírica da cominuição: lei de Kick ..... 17
3.6. 3ª Teoria empírica da cominuição: lei de Bond ..... 18
3.7. Lei da moagem de Joaquim Donda ..... 19
3.8. Regressão linear ..... 20
3.9. Método de bateladas (*Batch*) ..... 21
3.10. Moinho de jarro (10” x 10”) ..... 21
3.11. Moinho vertical – *Vertimill* ..... 22
3.12. Liga de ferro alto cromo ..... 24
3.13. Corpo moedor ..... 25
3.14. Artigos científicos relacionados ..... 26
3.15. *Visual Basic for Applications* (VBA) ..... 27
4. MATERIAIS E METODOLOGIA ..... 28
4.1. Terminologia ..... 28
4.2. Materiais ..... 29
4.3. Fluxograma metodológico ..... 30
4.4. Comparação granulométrica ..... 30

4.5. Carga de bolas utilizadas ..... 31
4.6. Condições Operacionais do Moinho de Jarro ..... 32
4.7. Fator K ..... 33
4.8. Determinação do coeficiente de determinação $R^2$ ..... 34
4.9. Simulações ..... 35
4.10. Parâmetros utilizados nas simulações ..... 36
5. RESULTADOS ..... 38
5.1. Porcentagem de retido acumulado nos testes de bateladas ..... 38
5.2. Valores obtidos para o fator K ..... 40
5.3. Curvas de moagem e fator de determinação ..... 42
5.4. Simulações ..... 44
5.5. Análise dos dados obtidos e calculados ..... 45
6. CONCLUSÃO ..... 48
7. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS ..... 50
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS ..... 51

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - ÍNDICE MÉDIO DE TRABALHO DO MINÉRIO (WI) EM KWH/ST. .....19

FIGURA 2 - MOINHO DE JARRO 10"X 10" UTILIZADO NAS SIMULAÇÕES DE MOAGEM DO MINÉRIO DE FERRO. .....22

FIGURA 3 - ROLETES DO MOINHO DE JARRO. .....22

FIGURA 4 - ESQUEMÁTICO DE FUNCIONAMENTO DO MOINHO VERTICAL. .....23

FIGURA 5 - COMPONENTES DO *VERTIMILL.* .....24

FIGURA 6 - CORPO MOEDOR COMPOSTO DE FERRO CROMO. .....25

FIGURA 7 - FLUXOGRAMA DA METODOLOGIA APLICADA NOS TESTES AVALIADOS NESTE TRABALHO. .....30

FIGURA 8 - GRÁFICO COMPARATIVO DA GRANULOMETRIA ENTRE AS PARTÍCULAS INDUSTRIAIS E AS UTILIZADAS NOS TESTES INICIALMENTE. .....31

FIGURA 9 - GRÁFICO FATOR K X GRANULOMETRIA DAS PARTÍCULAS PASSANTE. .....41

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - ESPECIFICAÇÃO TÉCNICA DO CORPO MOEDOR. .....26

QUADRO 2 - CONFIGURAÇÕES DE CARGAS DE CORPOS MOEDORES UTILIZADAS NOS TESTES DE BATELADAS.....32

QUADRO 3 - CONDIÇÕES OPERACIONAIS DOS TESTES DE BATELADAS. .....33

QUADRO 4 - PARÂMETROS MEDIDOS DURANTE A OPERAÇÃO INDUSTRIAL DO *VERTIMILL*.....36

QUADRO 5 - RESULTADOS DOS TESTES DE BATELADAS COM CORPOS MOEDORES DE 12,7 MM. .....38

QUADRO 6 - RESULTADOS DOS TESTES DE BATELADAS COM CORPOS MOEDORES DE 15 MM. .....39

QUADRO 7 - RESULTADOS DOS TESTES DE BATELADAS COM CORPOS MOEDORES DE 17 MM. .....39

QUADRO 8 - VALORES CALCULADOS PARA O FATOR K. .....40

QUADRO 9 - EQUAÇÕES DAS CURVAS FATOR K PARA CORPOS MOEDORES DE 12,7 MM. .....42

QUADRO 10 - EQUAÇÕES DAS CURVAS FATOR K PARA CORPOS MOEDORES DE 15 MM. .....43

QUADRO 11 - EQUAÇÕES DAS CURVAS FATOR K PARA CORPOS MOEDORES DE 17 MM. .....43

QUADRO 12 - RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES REALIZADAS PARA DIÂMETRO DE 12,7 MM. .....44

QUADRO 13 - RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES REALIZADAS PARA DIÂMETRO DE 15 MM. .....44

QUADRO 14 - RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES REALIZADAS PARA DIÂMETRO DE 17 MM. .....45

QUADRO 15 - FATOR DE DETERMINAÇÃO ENCONTRADO PARA OS RESULTADOS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES DE 12,7 MM. .....46

QUADRO 16 - FATOR DE DETERMINAÇÃO ENCONTRADO PARA OS RESULTADOS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES DE 15 MM. .....46

QUADRO 17 - FATOR DE DETERMINAÇÃO ENCONTRADO PARA OS RESULTADOS OBTIDOS NAS SIMULAÇÕES DE 17 MM. .....46

QUADRO 18 - QUADRO COMPARATIVO DAS PORCENTAGENS DE PASSANTE ACUMULADO DAS SIMULAÇÕES. .....47

# 1. INTRODUÇÃO

A indústria mineral é uma das mais intensivas em consumo energético, sendo a cominuição responsável por até 50% da energia total utilizada em plantas de beneficiamento (MAZZINGHY *et al*., 2015). No Brasil, país com grandes reservas minerais, otimizar essa etapa é um imperativo econômico e ambiental. Nesse contexto, os moinhos verticais, como o *Vertimill*, têm se destacado por oferecer 30% a 50% mais eficiência energética em relação aos moinhos de bolas convencionais (MAZZINGHY *et al*., 2015).

A eficiência desses equipamentos, entretanto, depende de variáveis operacionais, entre as quais se destaca a política de recarga de corpos moedores. A escolha do diâmetro adequado influencia diretamente a taxa de quebra das partículas, a distribuição granulométrica do produto e o consumo específico de energia (TOMACH, 2024). Estudos indicam que a seleção correta do diâmetro pode reduzir o tempo de moagem em até 22,5%, além de melhorar a eficiência global do processo (TOMACH, 2024; SILVA *et al*., 2019).

Pesquisas realizadas no projeto Minas-Rio, considerado o maior caso de aplicação de *Vertimill* no mundo, demonstraram que os ganhos observados em planta piloto são reproduzidos em escala industrial, validando a representatividade dos testes laboratoriais (MAZZINGHY *et al*., 2015). Além disso, análises sobre desgaste e forma dos corpos moedores indicam que a manutenção da esfericidade e a escolha adequada do tamanho contribuem para ganhos de até 18% na eficiência de moagem e redução significativa no desgaste dos revestimentos (SILVA *et al*., 2019).

O desgaste de componentes em ambientes industriais é um fator crítico que impacta a eficiência operacional e os custos de manutenção, sendo particularmente evidente no setor de mineração. A moagem, etapa essencial no processamento de minérios que visa a redução granulométrica, é notória por ser uma operação de alto consumo energético e por concentrar custos significativos. Dentro deste contexto, o desgaste de corpos moedores está entre os principais fatores que elevam significativamente os custos de produção (Chaves & Peres, 1999; Delboni Júnior, 2007; Luz *et al*, 2004).

Diante disso, este trabalho propõe um estudo de caso sobre a influência do diâmetro dos corpos moedores (12,7 mm, 15 mm e 17 mm) no desempenho de moagem em um *Vertimill* VTM1500, utilizando dados experimentais obtidos em planta piloto e simulações representativas do circuito industrial pelo método das bateladas. A relevância do estudo se justifica por três aspectos principais: impacto econômico, a moagem é uma das etapas mais caras do beneficiamento mineral, e melhorias na eficiência reduzem custos operacionais. Sustentabilidade, menor consumo energético implica menor emissão de gases de efeito estufa, alinhando-se às metas globais de descarbonização. Base científica para tomada de decisão, este trabalho oferece dados experimentais e simulações que orientam políticas de recarga mais assertivas, substituindo práticas empíricas por decisões fundamentadas.

Assim, este estudo contribui para a otimização de processos, alinhando-se às tendências atuais da mineração, que incluem digitalização, eficiência energética e sustentabilidade. A escolha do diâmetro ideal para recarga, embora pareça simples, envolve variáveis interdependentes que impactam diretamente a qualidade do produto e o desempenho global do circuito. Por isso, pesquisas como esta são indispensáveis para garantir que a mineração brasileira permaneça competitiva em um cenário global cada vez mais exigente.

# 2. OBJETIVOS

## 2.1. Objetivo geral

Avaliar a influência do diâmetro dos corpos moedores na eficiência de moagem em moinhos verticais (*Vertimill* VTM1500), por meio de testes em planta piloto e simulações representativas do circuito industrial, visando identificar a política de recarga que proporciona melhor desempenho granulométrico e energético.

## 2.2. Objetivos específicos

- Realizar testes em planta piloto com diferentes diâmetros de corpos moedores (12,7 mm, 15 mm e 17 mm), mantendo condições operacionais similares às do moinho industrial.
- Determinar a velocidade de redução granulométrica (fator K) para cada política de recarga, utilizando a lei da moagem e ajustando curvas com base nos dados experimentais.
- Simular o funcionamento do *Vertimill* para os diâmetros e parâmetros propostos, através do software LIMN, e comparar a eficiência de moagem entre as diferentes configurações de recarga.
- Analisar os impactos na distribuição granulométrica do *overflow*, verificando o atendimento às metas de finura (82 a 87% passante em 45 µm e 97,5% passante em 75 µm).

# 3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este tópico de Revisão Bibliográfica apresenta os conceitos teóricos e operacionais fundamentais para a compreensão do estudo. Inicialmente, o texto aborda o minério de ferro e define o processo de cominuição. Em seguida, são detalhadas as principais teorias empíricas da cominuição, englobando as leis de Rittinger, Kick e Bond, além da lei da moagem de Joaquim Donda. O capítulo também explora metodologias experimentais e estatísticas aplicadas, como a regressão linear e o método de bateladas (Batch), e descreve o funcionamento dos equipamentos envolvidos, com foco no moinho de jarro e no moinho vertical *Vertimill*. Por fim, a revisão detalha as propriedades da liga de ferro alto cromo e dos corpos moedores, bem como a utilização do software *Visual Basic for Applications* (VBA) para a automação e tratamento dos dados de pesquisa.

## 3.1. Minério de ferro

O minério de ferro, elemento essencial para a produção do aço, está profundamente entrelaçado com a história da civilização. O grande impulso na demanda por ferro, e subsequentemente em mineração, ocorreu com a Revolução Industrial, onde o desenvolvimento de novas tecnologias e a necessidade de infraestrutura de transporte e construção civil aumentaram dramaticamente a produção e o consumo de aço. No século XX, as guerras mundiais intensificaram ainda mais a demanda por minério de ferro, pois o material era fundamental para a fabricação de armamentos e veículos (PORTAL SÃO FRANCISCO, 2026).

Mais recentemente, o mercado de minério de ferro experimentou um crescimento exponencial, impulsionado pelo acelerado processo de industrialização e urbanização da China, que se tornou o maior consumidor mundial, utilizando o material vastamente no setor imobiliário e na produção de aço (BNDES, 2004). Essa dependência global reflete-se no aumento contínuo da demanda por recursos minerais e na importância da indústria mineral como etapa inicial de inúmeras cadeias produtivas.

Em paralelo a esse crescimento da demanda, a mineração enfrentou um desafio crescente: a redução dos teores de ferro nas jazidas exploradas

(REVISTA IN THE MINE, 2024). Assim, o crescimento da mineração hoje é um crescimento que exige não apenas mais produção, mas também uma gestão mais inteligente e otimizada dos custos nos circuitos de cominuição. O controle do desgaste de corpos moedores — exigindo a avaliação rigorosa da eficiência ao desgaste abrasivo de materiais, como as ligas de ferro fundido de alto cromo nas operações de moagem — tornou-se imprescindível para garantir a viabilidade econômica diante do cenário de esgotamento de depósitos de alto teor (ROVERI; CHAVES, 2011; ALBERTIN, 1993).

## 3.2. Cominuição

Chaves e Peres (1999) definem o termo cominuição como o conjunto de operações de redução de tamanhos de partículas minerais, executado de maneira controlada e de modo a cumprir objetivos pré-determinados. A classificação mais comum das operações de cominuição é quanto ao mecanismo de quebra envolvido e a faixa de tamanhos considerada, pois a cominuição ocorre em estágios. Assim, no Tratamento de Minérios convencionou-se classificar tais operações em britagem e moagem. Nos processos de britagem as partículas grosseiras sofrem principalmente a ação de forças de compressão e de impacto, exigindo um volume de partícula onde possam se desenvolver e ficando restrita aos tamanhos maiores. Enquanto os processos de moagem se restringem às frações mais finas e utilizam, sobretudo, mecanismos de abrasão e arredondamento (quebra de arestas) (CHAVES E PERES, 1999).

O modo pelo qual ocorre a quebra de uma partícula depende de sua natureza e da maneira como a força é aplicada sobre ela, e neste evento podem ocorrer os seguintes mecanismos (KELLY & SPOTTISWOOD, 1982; BERALDO, 1987):

- Abrasão: ocorre quando a energia aplicada é insuficiente para promover um fraturamento significativo da partícula; os esforços ficam concentrados localmente e apenas uma pequena área é fraturada, gerando uma distribuição de partículas finas ao lado da partícula original, cujo tamanho quase não é modificado. Este mecanismo ocorre tipicamente em moinhos,

devido ao atrito gerado no contato dos corpos moedores com as partículas minerais.

- Compressão: ocorre quando a energia é aplicada de forma lenta, induzindo o aparecimento de poucas fraturas, que aliviam a carga sobre a partícula. Como resultado são gerados poucos fragmentos, com tamanhos próximos entre si. É um mecanismo que aparece nos britadores e, em moinhos, quando dois ou mais corpos moedores comprimem as partículas;

- Impacto: ocorre quando a energia aplicada é superior à necessária para a fragmentação e é aplicada de maneira rápida, resultando uma distribuição de partículas finas. É observado em equipamentos de impacto e, nos moinhos tubulares, nas regiões de queda dos corpos moedores sobre o minério.

## 3.3. Teorias empíricas da cominuição

Para Bond (1952), uma teoria consistente deve apresentar resultados confiáveis quando aplicada a distintas operações de redução de tamanho, considerando as características específicas dos materiais, dos equipamentos e das faixas granulométricas envolvidas. Além disso, é fundamental que essa teoria permita corrigir as diferenças entre esses fatores e possibilite a escolha da operação mais eficiente do ponto de vista mecânico (BOND, 1952). Bond também destaca que a teoria deve ser sustentada por um amplo conjunto de dados operacionais obtidos em diversos materiais, correlacionados com testes laboratoriais realizados nos mesmos materiais.

## 3.4. 1ª Teoria empírica da cominuição: lei de Rittinger

Rittinger (1867) propôs que a energia consumida para a cominuição de partículas é proporcional a nova área superficial do corpo moedor. De acordo com Rittinger, o módulo da diferença das razões entre área superficial e volume de partículas esféricas antes e após um evento de cominuição, multiplicado por uma constante, resulta na energia consumida no processo. Como a relação entre área superficial ($\alpha d^2$) e volume ($\alpha d^3$) de uma esfera resulta em 1/d, a relação de Rittinger é normalmente apresentada na forma da equação 1.

$$E = K * \left( \frac{1}{d2} - \frac{1}{d1} \right) \quad (1)$$

Onde:

E = energia específica total fornecida ao sistema;

K = constante de Rittinger;

d1 = diâmetro inicial;

d2 = diâmetro final.

Atualmente considera-se que o postulado de Rittinger é válido para etapas de moagem cujo produto seja bastante fino, conhecidas como remoagem. Donda (2005) demonstrou que a partir de ensaios laboratoriais de moagem em batelada é possível estabelecer uma relação entre energia aplicada e área superficial resultante, que segue o postulado de Rittinger.

## 3.5. 2ª Teoria empírica da cominuição: lei de Kick

Kick (1883) propôs que se o minério é homogêneo, a energia necessária para a cominuição é proporcional à razão de redução de diâmetro das partículas de interesse. De acordo com Kick, a energia dissipada na quebra da partícula é proporcional à redução de volume das partículas fragmentadas e sua relação matemática está expressa na equação 2.

$$E = K * \ln \left( \frac{d1}{d2} \right) \quad (2)$$

Onde:

E = energia específica total fornecida ao sistema;

K = constante de Rittinger;

d1 = diâmetro inicial;

d2 = diâmetro final.

Embora houvesse debate acalorado entre Rittinger e Kick, o fato é que cada postulado parecia ser adequado a uma determinada faixa de tamanho de partículas. Dessa forma, nenhum dos dois postulados é totalmente abrangente conforme inicialmente considerados pelos respectivos autores. Assim, ainda que não seja utilizado na prática, o postulado de Kick é considerado restrito a

operações de cominuição de fragmentos relativamente grossos, típicos portanto de operações de britagem.

## 3.6. 3ª Teoria empírica da cominuição: lei de Bond

Bond (1952) propôs que a energia necessária para reduzir o tamanho das partículas não é proporcional apenas à área superficial (como Rittinger) nem ao tamanho inicial (como Kick), mas sim à raiz quadrada do tamanho das partículas, sua relação está expressa na equação 3:

$$E = WI * \left(\frac{10}{\sqrt{P80}} - \frac{10}{\sqrt{A80}}\right) \quad (3)$$

Onde:

E = energia requerida para moagem (kWh/t);

WI = índice de trabalho do minério (*work index*), calculado por meio de ensaio padronizado de laboratório (kWh/t), conforme apresentado na figura 1;

P80 = abertura da malha em μm, através da qual passam 80% do produto moído;

A80 = abertura da malha em μm, através da qual passam 80% da alimentação.

**Figura 1 - Índice médio de trabalho do minério (WI) em kWh/st.**

| | Moinho de barras | | | Moinho de bolas | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Nº de testes | Média | Intervalo | Nº de testes | Média | Intervalo |
| Alumina | 3 | 12,2 | 9-17 | 6 | 17,9 | 7-34 |
| Barita | 6 | 5,7 | 2-12 | 7 | 5,8 | 4-9 |
| Bauxita | 33 | 10,8 | 2-20 | 29 | 14,5 | 1-31 |
| Clínquer | 29 | 12,1 | 8-15 | 180 | 13,6 | 7-77 |
| Matéria-prima para cimento | 115 | 12,3 | 4-18 | 284 | 10,0 | 3-27 |
| Minério de cromo | 2 | 7,9 | 7-9 | 5 | 13,4 | 7-17 |
| Argila | 4 | 12,5 | 6-18 | 11 | 10,8 | 4-23 |
| Argila calcinada | 4 | 7,0 | 3-13 | 7 | 19,6 | 15-26 |
| Carvão | 4 | 9,8 | 8-12 | 6 | 15,4 | 13-18 |
| Coque | 7 | 16,9 | 12-24 | 4 | 33,5 | 29-40 |
| Minério de cobre-níquel | 4 | 19,2 | 16-24 | 6 | 15,5 | 13-18 |
| Minério de cobre | 396 | 14,3 | 4-34 | 769 | 12,8 | 4-30 |
| Minério de cobre-zinco | 4 | 11,0 | 6-16 | 9 | 9,8 | 5-14 |
| Diorito | 7 | 17,5 | 10-30 | 2 | 11,6 | 10-13 |
| Dolomita | 11 | 14,2 | 3-24 | 5 | 13,9 | 6-25 |
| Feldspato | 7 | 11,0 | 8-16 | 7 | 11,7 | 9-14 |
| Ferro-cromo | 1 | 8,4 | - | 6 | 20,4 | 3-77 |
| Ferro-magnésio | - | - | - | 5 | 7,2 | 6-9 |
| Ferro-manganês | 2 | 7,6 | 7-8 | 5 | 7,9 | 5-14 |
| Ferro-silício | 3 | 7,1 | 4-11 | 8 | 17,9 | 6-51 |
| Marga | 2 | 10,6 | 10-11 | 8 | 10,2 | 4-18 |
| Sílex | 1 | 18,1 | - | 5 | 27,4 | 22-31 |
| Fluorita | 4 | 11,0 | 9-13 | 9 | 12,7 | 6-25 |
| Minério de ouro | 42 | 15,2 | 8-29 | 183 | 14,6 | 3-42 |
| Granito | 10 | 16,3 | 8-36 | 8 | 9,9 | 10-11 |
| Cascalho | 21 | 15,9 | 8-24 | 6 | 18,0 | 11-27 |
| Minério de ferro | 54 | 11,3 | 3-20 | 118 | 12,4 | 4-31 |
| Hematita | 64 | 12,5 | 5-22 | 116 | 11,1 | 2-31 |
| Limonita | 12 | 9,3 | 4-16 | 20 | 9,0 | 5-19 |
| Magnetita Conc. | 43 | 11,4 | 5-25 | 73 | 13,2 | 6-29 |

Fonte: Rowland Jr., C.A. Teste para seleção de circuitos de Cominuição. Beraldo, J.L. – Moagem de minérios em moinhos tubulares (1987).

## 3.7. Lei da moagem de Joaquim Donda

Donda (1999) apud Silva (2022) conduziram pesquisas sobre uma metodologia que vinha sendo estudada desde 1995, com o objetivo de prever o consumo específico de energia na moagem. A proposta de Donda era criar um teste simples e rápido, que utilizasse pequenas quantidades de amostras, possibilitando a realização de estudos geometalúrgicos. O método desenvolvido apresentou resultados com baixa variação média em relação aos dados industriais, variando entre 2% e 10%, o que demonstra boa precisão (DONDA *et al*., 1999 apud SILVA, 2022).

Conforme citado por Silva (2022), de forma empírica, a partir da obtenção das curvas granulométricas, é possível estimar a energia específica necessária para reduzir o tamanho dos minérios do Quadrilátero Ferrífero no eixo do pinhão de um moinho de bolas. De acordo com Donda e Rosa (2014) apud Silva (2022), essa energia específica é expressa pela equação 4:

$$R = Ro * e^{-K*E} \quad (4)$$

Onde,

E = energia requerida para a moagem em moinhos tubulares com acionamento no eixo do pinhão em kWh/t;

K = característica do minério que é usada como parâmetro para a velocidade de moagem;

Ro = percentual de partículas que são retidas na malha da alimentação do circuito;

R = percentual de partículas que são retidas na malha do produto do circuito.

De acordo com Silva (2022) K é uma característica do minério, que é usada como parâmetro e depende das condições de moagem. Esse parâmetro é comumente referido como "K de Donda".

## 3.8. Regressão linear

A regressão linear é uma técnica estatística utilizada para modelar a relação entre duas variáveis quantitativas. No contexto do cálculo do coeficiente de determinação ($R^2$), a regressão linear busca ajustar uma reta que melhor descreva a relação entre uma variável independente (no caso, a energia específica) e uma variável dependente (o percentual retido acumulado).

Em um gráfico que relaciona energia específica no eixo horizontal e a porcentagem de retido acumulado no eixo vertical, os pontos representam observações experimentais. A regressão linear procura traçar uma linha que minimize a soma dos quadrados das diferenças entre os valores observados ($y_i$) e os valores estimados pela reta ($\hat{y}_i$). Esse método é conhecido como mínimos quadrados.

Após ajustar a reta, calcula-se o coeficiente de determinação ($R^2$), que indica o quanto da variação de porcentagem de retido acumulado é explicada pela variação da energia específica.

## 3.9. Método de bateladas (*Batch*)

O método de bateladas, também conhecido como *batch grinding*, é uma técnica experimental amplamente empregada em estudos de cominuição para avaliar a eficiência de moagem sob condições controladas. Diferentemente da moagem contínua, na qual ocorre alimentação e descarga simultâneas, no método de bateladas todo o material é carregado no moinho no início do teste e permanece até o término da moagem, sem reposição ou retirada intermediária. Essa abordagem permite isolar variáveis e estabelecer, com maior precisão, a relação entre a energia aplicada e a redução granulométrica do material (DONDA, 2010).

## 3.10. Moinho de jarro (10” x 10”)

O moinho de jarro, composto pelo jarro exposto na figura 2 e os roletes da figura 3, é amplamente utilizado em processos laboratoriais para moagem e mistura de materiais, especialmente quando se busca minimizar contaminação e aquecimento excessivo. Seu princípio de funcionamento baseia-se no movimento de rolamento dos jarros sobre roldanas, promovendo a ação de fricção e impacto suave das bolas contra o material, o que garante uma moagem eficiente e controlada (TENCAN, 2023). A velocidade de operação geralmente varia entre 50% e 70% da velocidade crítica, evitando centrifugação excessiva e assegurando o movimento em cascata das bolas (RETSCH, 2023). Os jarros podem ser fabricados em porcelana, alumina, aço inoxidável ou zircônia, dependendo da aplicação e da necessidade de evitar contaminação (U.S. STONEWARE, 2023). Além disso, os moinhos de jarro oferecem flexibilidade para moagem úmida ou seca, podendo operar em sistemas fechados e sob atmosfera controlada, o que os torna ideais para aplicações em indústrias cerâmicas, farmacêuticas e de materiais avançados (E.J. PAYNE, 2023).

**Figura 2 - Moinho de jarro 10"x 10" utilizado nas simulações de moagem do minério de ferro.**



Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

**Figura 3 - Roletes do moinho de jarro.**




Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

## 3.11. Moinho vertical – *Vertimill*

A cominuição do minério é executada pelo processo dinâmico dos corpos moedores encontrados no interior dos moinhos tubulares (BERALDO,1987). A extensa faixa de relações comprimento diâmetro é levada em consideração na fabricação dos moinhos de bolas (BERALDO,1987).

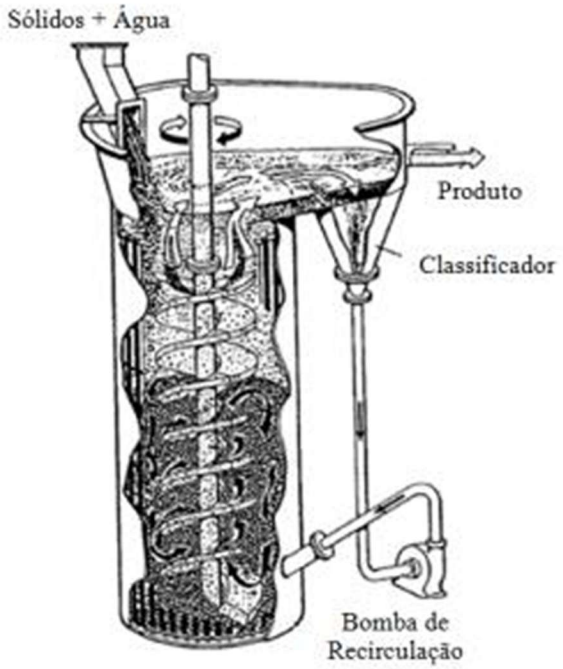
O *Vertimill* normalmente é organizado em circuito fechado e alimentado pelo fluxo insuficiente do ciclone, conforme esquemático exposto na figura 4. A

potência do motor gira o parafuso *Vertimill* em velocidade constante para agitar as bolas de moagem e a lama (Metso, 2025).

À medida que as partículas são moídas, elas sobem para o topo do moinho e transbordam para o tanque de separação. Uma mudança na direção de rotação da pasta quando ela transita do moinho para o tanque de separação causa turbulência, o que facilita a sedimentação do material mais grosseiro (Metso, 2025).

O produto da fábrica sai do tanque através de um tubo de suporte e depois para o tanque do ciclone. A parte um pouco mais grossa do excesso do moinho é reciclada de volta ao fundo do *Vertimill* (Metso, 2025).

**Figura 4 - Esquemático de funcionamento do moinho vertical.**

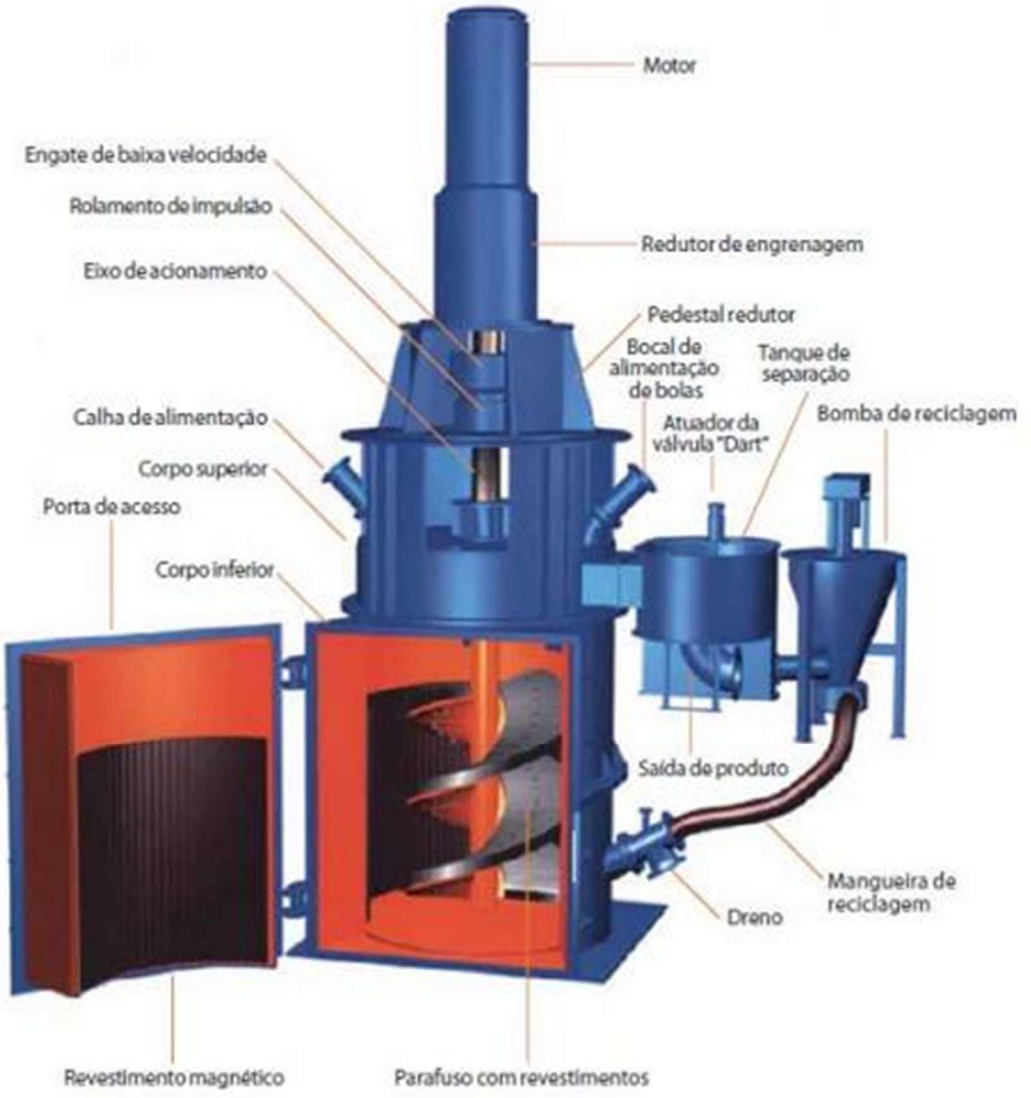



Fonte: WILLS 1988, apud MAZZINGHY, 2012.

De acordo com Gomes (2014), Oliveira (2012), Souza, Assis e Alves (2019) as variáveis fundamentais para os moinhos são: o comprimento, os sólidos presentes na polpa alimentada e a potência requerida. O grau de enchimento e a velocidade de rotação desempenham uma influência no movimento da carga no interior do moinho (GOMES, 2014; OLIVEIRA, 2012; SOUZA, ASSIS E ALVES, 2019).

Segundo Kalra (1999, apud MAZZINGHY, 2012), o moinho *Vertimill*, fabricado pela Metso, tem basicamente o mesmo princípio de funcionamento do *Tower Mill* e foi introduzido na década de 1990. A figura 5 ilustra os principais componentes do *Vertimill*.

**Figura 5 - Componentes do *Vertimill.***




Fonte: Metso 2006, apud MAZZINGHY, 2012.

O estudo apresentado nesse trabalho, considera o moinho *Vertimill* de fabricação Metso, já aplicado em usinas de beneficiamento mineral no Brasil.

## 3.12. Liga de ferro alto cromo

Ferros fundidos comuns são, basicamente, ligas constituídas pelos elementos: ferro, carbono, silício, manganês, fósforo e enxofre. Quando são

incluídos voluntariamente outros elementos ou alguns dos citados anteriormente em concentrações mais elevadas, a fim de melhorar as propriedades mecânicas, constituem aços ou ferros fundidos ligados (SENAI, 1987a).

Segundo Chiaverini (2005), o cromo é utilizado em teores de 1 a 4% nos ferros fundidos, aumentando a dureza e a resistência ao desgaste, porque estabiliza a cementita e impede a formação de grafita. Em teores de 12 a 35% confere resistência à corrosão e à oxidação a altas temperaturas, além de aumentar a resistência à a brasão.

## 3.13. Corpo moedor

Os corpos moedores de ferro fundido alto cromo, mostrados na figura 6, com teor aproximado de 24% de Cr, são amplamente utilizados em processos de moagem de minérios devido à sua elevada resistência ao desgaste e à corrosão. Segundo Gupta e Yan (2006), a adição de cromo em teores superiores a 20% promove a formação de carbonetos complexos, que conferem alta dureza e estabilidade térmica à liga. Essa característica é essencial para ambientes abrasivos, como moinhos de bolas em plantas de beneficiamento mineral.

**Figura 6 - Corpo moedor composto de ferro cromo.**



Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

A composição típica dessas ligas inclui 23–28% de Cr e 2,7–3,0% de C, além de pequenas quantidades de manganês e silício para aumentar a tenacidade (Bedekar *et al*., 2012). Após o processo de fundição, as bolas

passam por tratamento térmico envolvendo têmpera e revenimento, resultando em uma microestrutura martensítica com carbonetos dispersos, garantindo dureza na faixa de 58–65 HRC (Dogra *et al*., 2013).

Em termos de desempenho, estudos indicam que corpos moedores de alto cromo apresentam taxas de desgaste significativamente menores que ligas de baixo cromo ou aço forjado, especialmente em ambientes com pH ácido e presença de cloretos (Matsanga *et al*., 2023). Essa vantagem se deve à resistência à corrosão proporcionada pelo cromo, que forma uma camada passiva na superfície do material.

Além disso, a vida útil das bolas de 24% Cr pode ser até 50% maior em comparação às ligas convencionais, reduzindo custos operacionais e consumo específico de energia (Gupta e Yan, 2006).

Os corpos moedores utilizados nas simulações são os mesmos utilizados na operação industrial e suas especificações técnicas estão expostas no quadro 1.

**Quadro 1 - Especificação técnica do corpo moedor.**

| ITEM | ESPECIFICAÇÃO |
|---|---|
| Carbono | 2,7 a 3,0% |
| Cromo | 24% |
| Manganês | 0,30 a 1,0% |
| Silício | 0,25 a 1,20% |
| Dureza | 65HRc mínima na superfície |
| Estrutura | Microestrutura martensítica com carbonetos de cromo primário e secundário |

Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

## 3.14. Artigos científicos relacionados

Estudos recentes focados no comportamento dinâmico de moinhos verticais induzidos por gravidade confirmam que o mecanismo predominante de fratura nessas configurações operacionais é o atrito/abrasão, em detrimento do impacto direto (HASAN, 2020). Sob essa ótica de cominuição, Kumar, Sahu e Tripathy (2023) apontam que mídias moedoras com diâmetros reduzidos são imperativas para o processamento de frações inferiores a 100 μm, dado que eliminam as chamadas 'zonas mortas' de moagem e elevam exponencialmente

o número de eventos colisionais necessários para capturar as partículas finas em suspensão (KUMAR *et al*., 2023). Complementarmente, investigações voltadas a circuitos de minério de ferro no cenário brasileiro demonstram que parâmetros cinéticos obtidos via ensaios laboratoriais padronizados em bateladas mimetizam com alta precisão o escalonamento para moinhos industriais *Vertimill*, chancelando o uso de dados cinéticos de bancada para prever curvas granulométricas industriais (BERGERMAN; DELBONI JUNIOR, 2020).

## 3.15. *Visual Basic for Applications* (VBA)

O *Visual Basic for Applications* (VBA) é uma linguagem de programação desenvolvida pela Microsoft e integrada nativamente aos aplicativos do pacote Office, como o Excel. Essa ferramenta atua como um canal direto de comunicação entre o usuário e o software, permitindo a automação de rotinas operacionais e a execução autônoma de tarefas repetitivas. Na prática, o VBA funciona através da criação de macros, que são sequências de comandos estruturados para realizar operações padronizadas em frações de segundo, substituindo a necessidade de cliques e inserções manuais constantes por parte do operador.

No contexto da pesquisa acadêmica e da engenharia, essa capacidade de automação ganha especial relevância no tratamento de grandes volumes de dados experimentais. Ao processar informações complexas, como os resultados empíricos de ensaios de desgaste abrasivo ou os parâmetros de eficiência em processos de moagem, o pesquisador pode utilizar o VBA para padronizar a filtragem dos dados, calcular taxas de perda de massa e gerar representações gráficas de maneira contínua e ágil. A adoção dessa tecnologia transcende a simples conveniência operacional, pois sua principal contribuição científica reside na mitigação de falhas humanas inerentes à digitação e à manipulação exaustiva de planilhas. Com isso, a automação garante que os cálculos sigam estritamente a lógica programada, conferindo maior rigor metodológico, rastreabilidade e confiabilidade às análises e aos resultados apresentados na pesquisa.

# 4. MATERIAIS E METODOLOGIA

O estudo foi conduzido como um caso experimental, combinando testes em planta piloto e simulações computacionais representativas do circuito industrial de moagem secundária.

A metodologia adotada baseou-se na Lei da Moagem proposta por Joaquim Donda, originalmente desenvolvida para calcular a energia específica consumida no processo de cominuição. Neste estudo, porém, essa lei foi aplicada para determinar o fator cinético (K), analisando como a variação do diâmetro dos corpos moedores influencia a taxa de redução granulométrica, expressa pelo percentual de material retido acumulado.

## 4.1. Terminologia

Termos e terminologias vitais para entendimento do estudo.

- Balanço de massa: cálculo que relaciona as vazões e distribuições granulométricas das correntes do circuito (alimentação, *overflow, underflow*, descarga), garantindo consistência do modelo.

- Carga circulante: se trata da razão entre a alimentação do hidro ciclone e o *overflow.*

- Carga em equilíbrio: distribuição de tamanhos de bolas dentro do moinho, resultante do desgaste e da política de recarga, usada como base para os testes.

- Coeficiente K: parâmetro cinético que indica a rapidez da quebra de partículas em uma faixa granulométrica específica; quanto maior K, maior a eficiência de moagem.

- Coeficiente de determinação ($R^2$): indicador estatístico que mede a qualidade do ajuste do modelo às curvas experimentais; valores próximos de 1 indicam alta representatividade.

- Consumo específico (kWh/t): energia elétrica consumida por tonelada de material moído, usada para avaliar eficiência energética do processo.

- Curva de moagem: representação gráfica da relação entre porcentagem de retido acumulado e energia específica, ajustada pela equação 4.

- Distribuição granulométrica (PSD): percentual acumulado de partículas que passam por diferentes malhas (ex.: 45 µm, 75 µm, 106 µm), usado para avaliar qualidade do produto.

- Fator de circulação: razão entre a massa que retorna ao moinho (*underflow*) e a massa que sai como produto (*overflow*), indicando intensidade de recirculação.

- *Overflow* (OF): corrente fina que sai pelo transbordo do hidro ciclone, representando o produto da classificação.

- *Underflow* (UF): corrente grossa que retorna ao moinho para nova moagem, após classificação.

- Planta piloto: instalação experimental com moinhos de menor escala, usada para testes controlados que simulam condições industriais.

- Recarga: ação de adicionar bolas novas ao moinho para manter a carga em equilíbrio, evitando perda de eficiência por desgaste.

- Simulação de circuito: modelagem computacional do processo industrial, calibrada com dados reais e parâmetros obtidos em laboratório, para prever desempenho sob diferentes condições.

- Porcentagem de retido acumulado: indica a fração de material que permanece sobre a peneira (não passa), acumulada até determinada malha.

## 4.2. Materiais

A seguir estão listados todos os materiais e *softwares* utilizados nos testes e simulações.

- Amostra de minério retirada do *underflow* do *Vertimill* (≈100 kg), homogeneizada e fracionada,

- Corpos moedores (bolas de ferro cromo): diâmetros 8 mm, 10 mm, 12,7 mm, 15 mm e 17 mm,

- Moinho de bolas de jarro (10" x 10"),
- Peneiras para análise granulométrica: 300 µm, 212 µm, 150 µm, 106 µm, 75 µm e 45 µm,
- Instrumentos de medição: potência específica (kWh/t), porcentagem de sólidos, gravidade específica (SG) e vazão (m³/h),
- Simulador de circuito calibrado com dados industriais para testar cenários de recarga.

## 4.3. Fluxograma metodológico

A metodologia adotada para o desenvolvimento das etapas experimentais deste trabalho encontra-se sintetizada no fluxograma apresentado a seguir, conforme detalhado na figura 7.

**Figura 7 - Fluxograma da metodologia aplicada nos testes avaliados neste trabalho.**



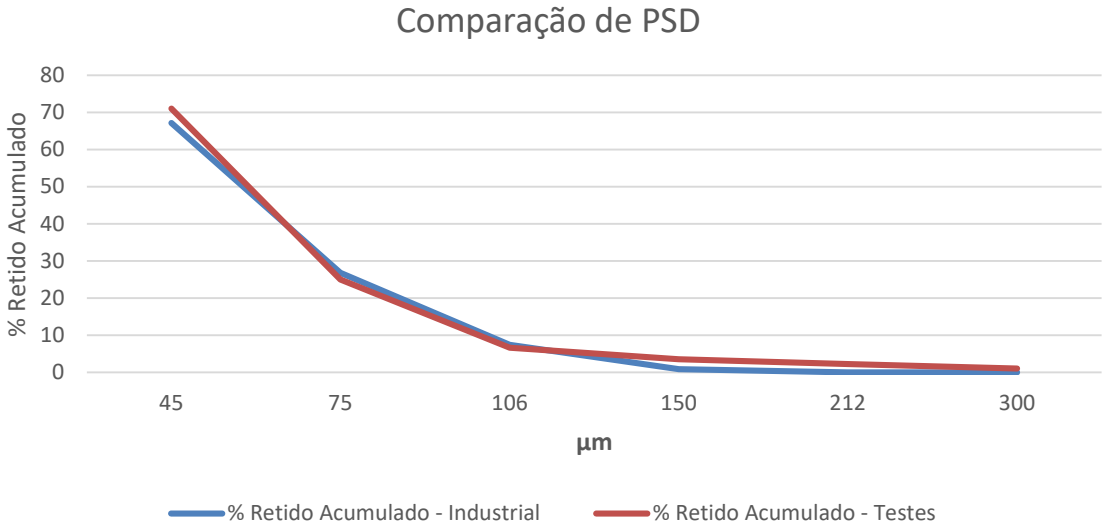

Fonte: autoria própria.

## 4.4. Comparação granulométrica

No relatório dos testes, a comparação granulométrica entre a amostra utilizada nos testes e o minério processado na indústria foi feita para garantir representatividade dos ensaios *batch* (moinho de jarro). Para isso, a amostra recebida, de aproximadamente 100 kg, foi homogeneizada e fracionada, e sua distribuição de tamanho de partículas (PSD) foi determinada por peneiramento. Em seguida, essa curva foi confrontada com a granulometria da fração UF (*underflow*) da classificação industrial, que corresponde à alimentação real do

moinho VTM1500. A figura 8 mostra que ambas as curvas possuem comportamento semelhante, com pontos de controle em malhas como 300 µm, 212 µm, 150 µm, 106 µm, 75 µm e 45 µm, assegurando que o material testado reproduz as condições do circuito industrial. Essa equivalência é fundamental para que os fatores cinéticos (K) obtidos em laboratório possam ser aplicados com confiabilidade nas simulações do circuito.

**Figura 8 - Gráfico comparativo da granulometria entre as partículas industriais e as utilizadas nos testes inicialmente.**




Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

## 4.5. Carga de bolas utilizadas

No processo industrial, tanto a adição dos corpos moedores quanto o fluxo de polpa de minério que entra e sai do *Vertimill* ocorrem de forma contínua. Isso difere do teste realizado por bateladas, no qual a mesma quantidade de minério e bolas é mantida do início ao fim da moagem. Para simular as condições reais do processo, foram utilizadas bolas de 8 mm e 10 mm, representando aqueles corpos moedores que já estariam em operação há mais tempo e, consequentemente, sofreriam desgaste, reduzindo seu diâmetro.

Foram realizadas três cargas diferentes, sempre totalizando 18 kg de corpos moedores no processo conforme apresentado no quadro 2.

**Quadro 2 - Configurações de cargas de corpos moedores utilizadas nos testes de bateladas.**

| Carga 1 | | |
|---|---|---|
| Diâmetro dos corpos moedores (mm) | % Quantidade | Massa (kg) |
| 8 | 19,3 | 3,48 |
| 10 | 40,1 | 7,22 |
| 12,7 | 40,6 | 7,31 |
| Total | 100 | 18,0 |
| Carga 2 | | |
| Diâmetro dos corpos moedores (mm) | % Quantidade | Massa (kg) |
| 8 | 10,7 | 1,92 |
| 10 | 22,2 | 3,99 |
| 12,7 | 42,4 | 7,64 |
| 15 | 24,8 | 4,46 |
| Total | 100 | 18,0 |
| Carga 3 | | |
| Diâmetro dos corpos moedores (mm) | % Quantidade | Massa (kg) |
| 8 | 6,4 | 1,15 |
| 10 | 13,3 | 2,39 |
| 12,7 | 25,4 | 4,58 |
| 15 | 33,0 | 5,94 |
| 17 | 21,9 | 3,94 |
| Total | 100 | 18,0 |

Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

## 4.6. Condições Operacionais do Moinho de Jarro

As condições operacionais foram mantidas constantes para todos os testes realizados, a única variação foi o diâmetro das bolas. O quadro 3 detalha as condições de operação aplicadas aos testes.

**Quadro 3 - Condições operacionais dos testes de bateladas.**

| PARÂMETRO | VALOR |
|---|---|
| Massa total de bolas | 18 kg |
| Minério testado | Amostra única fracionada e homogeneizada |
| Densidade da polpa | Idêntico ao *underflow* industrial |
| Velocidade de rotação | Ajustada para simular o *Vertimill* |
| Energia especifica | 2,7 kWh/ton (três bateladas 0,9 kWh/ton) |
| %Sólidos | 74,40% |

Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

## 4.7. Fator K

A equação do método de Donda é de natureza exponencial e, para facilitar o cálculo do fator K, foi realizada uma linearização, aplicando logaritmo natural, para alcançar o formato da equação 5:

$$y = ax + b \tag{5}$$

Dessa maneira, a equação linear utilizada para calcular o fator K é dada pela equação 6:

$$\ln(R) = \ln(Ro) - (K * E) \tag{6}$$

Onde,

y = ln (R);

x = E;

b = ln (Ro), coeficiente linear
que indica onde a função intercepta o eixo y;

a = -K, coeficiente angular que determina a inclinação da reta.

O fator K é fundamental na calibração porque ele ajusta as equações do modelo de fragmentação para representar a eficiência real da moagem industrial. Dessa forma:

- Cada valor de K descreve como o circuito responde em termos de quebra de partículas em diferentes faixas granulométricas.

- Durante a calibração, encontrar um conjunto adequado de valores K significa que foi simulado corretamente o desempenho de moagem do circuito.

## 4.8. Determinação do coeficiente de determinação $R^2$

Segundo Montgomery, Peck e Vining (2012), o coeficiente de determinação é definido pela equação 7:

$$R^2 = 1 - \frac{SQ_{res}}{SQ_{total}} \quad (7)$$

Onde,

$SQ_{res}$ = soma dos quadrados dos resíduos (variação não explicada pelo modelo);

$SQ_{total}$ = soma total dos quadrados (variação total da variável dependente).

Para calcular $R^2$, seguem-se os seguintes passos:

- Calcular a média da variável dependente ($\bar{y}$);
- Determinar a soma total dos quadrados ($SQ_{Total}$) dada pela equação 8:

$$SQ_{total} = \sum (y_i - \bar{y})^2 \quad (8)$$

- Calcular a soma dos quadrados dos resíduos ($SQ_{Res}$) dada pela equação 9:

$$SQ_{res} = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (9)$$

- Aplicar na equação 7.

O valor de $R^2$ varia entre 0 e 1:

- $R^2 = 0$: o modelo não explica nenhuma variação da variável dependente.
- $R^2 = 1$: o modelo explica 100% da variação da variável dependente.

Valores próximos de 1 indicam um bom ajuste, enquanto valores próximos de 0 indicam que o modelo tem baixa capacidade explicativa.

## 4.9. Simulações

A simulação computacional do circuito de moagem foi realizada por meio da integração de dados experimentais obtidos em laboratório com modelos matemáticos implementados em software especializado para simulação de processos minerais, denominado *LIMN: The flowsheet processor.*

A arquitetura do *LIMN* difere dos simuladores tradicionais de "caixa preta". Ao operar como um suplemento integrado ao Excel, ele transforma planilhas convencionais em um ambiente de Desenho Assistido por Computador (CAD) simplificado e um motor de resolução de balanço de massa. Essa transparência permite que os engenheiros e pesquisadores auditem cálculos, estruturem matrizes de dados e utilizem ferramentas estatísticas nativas de forma contínua.

Para a simulação de processos de cominuição, como a britagem e a moagem em moinhos de bolas, o LIMN baseia-se na teoria do Balanço Populacional. O minério não é tratado como um fluxo de massa homogêneo, mas sim particionado em matrizes de distribuição granulométrica (vetores). O modelo matemático central da quebra de partículas é governado por duas funções fundamentais:

- Função de Seleção (S): representa a probabilidade e a taxa com que uma partícula de uma faixa de tamanho específica é fraturada dentro do moinho. Esta variável é criticamente afetada pelas condições operacionais e pelas características físicas do meio moedor. Por exemplo, ao investigar a eficiência energética e o desgaste abrasivo de corpos moedores de ferro fundido de alto cromo aplicados à moagem de minério de ferro, o simulador permite modelar como a alteração na distribuição de tamanhos das bolas afeta diretamente a probabilidade de impacto e a cinética de quebra das partículas.

- Função de Quebra (B): descreve a distribuição granulométrica dos fragmentos gerados após a fratura de uma partícula primária, refletindo as

propriedades intrínsecas e de fratura da litologia do minério (sua dureza, tenacidade e textura mineralógica).

A matriz de saída do moinho é calculada iterativamente por meio da multiplicação das matrizes de alimentação pelas funções S e B, ajustadas pelo tempo de residência e pela potência consumida.

O "motor" interno que resolve os cálculos do LIMN é feito em linguagens rápidas compiladas (C/C++ empacotado em DLLs), a integração e os menus são feitos em VBA/.NET, e o usuário interage e personaliza os cálculos exclusivamente utilizando fórmulas do Excel.

Isso torna a ferramenta extremamente transparente (uma "caixa branca"), permitindo que qualquer engenheiro que domine o Excel consiga auditar e modificar os parâmetros matemáticos do processo de mineração.

## 4.10. Parâmetros utilizados nas simulações

Foram utilizados parâmetros industriais medidos nas entradas (alimentação e *underflow*) e saídas (alimentação do hidro ciclone e *overflow*) do *Vertimill* que opera com corpos moedores de 12,7 mm, além do fator K calculado a partir dos testes de bateladas para simular o funcionamento do VTM1500 com os diâmetros de 15 mm e 17 mm. O quadro 4 detalha os parâmetros medidos.

**Quadro 4 - Parâmetros medidos durante a operação industrial do *Vertimill*.**

| PARÂMETRO | VALOR |
|---|---|
| Alimentação do *Vertimill* (100% seco) | 1500 ton/h |
| Potência absorvida pelo *Vertimill* | 7827 kWh |
| Produção *Vertimill* - Industrial | 1500 ton/h |
| Diâmetro das bolas - Industrial | 12,7 mm |
| Carga circulante | 307% |
| % sólidos no *underflow* - Industrial | 74,40% |

Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

Importante notar que:

- produção real foi fixada para todas as simulações;
- alimentação foi fixada e é realizada com minério 100% seco para todas as simulações.

# 5. RESULTADOS

## 5.1. Porcentagem de retido acumulado nos testes de bateladas

Nos quadros a seguir estão expostas as porcentagens de acumulado retido encontradas antes e depois das três bateladas realizadas. Os quadros 5, 6, 7 detalham os resultados encontrados ao realizar o teste de bateladas com as cargas 1, 2, 3, respectivamente, expostas no quadro 2.

Importante destacar que A0 é referente à polpa de minério sem qualquer processamento, A1 após a primeira batelada, A2 após a segunda batelada e A3 após a terceira.

**Quadro 5 - Resultados dos testes de bateladas com corpos moedores de 12,7 mm.**

| Granulometria µm | A0 %acumulado retido | A1 %acumulado retido | A2 %acumulado retido | A3 %acumulado retido |
|---|---|---|---|---|
| 425 | 0,3904 | 0,29 | 0,23 | 0,18 |
| 300 | 1,1528 | 0,96 | 0,73 | 0,54 |
| 212 | 2,224 | 1,77 | 1,42 | 1,00 |
| 150 | 3,6422 | 2,89 | 2,18 | 1,59 |
| 106 | 6,6719 | 4,84 | 3,47 | 2,49 |
| 75 | 23,3628 | 16,28 | 12,78 | 10,65 |
| 45 | 71,8109 | 66,94 | 61,12 | 55,57 |
| Energia específica simples kWh/ton | 0,0 | 0,9 | 0,9 | 0,9 |
| Energia específica acumulada kWh/ton | 0,0 | 0,9 | 1,8 | 2,7 |

Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

**Quadro 6 - Resultados dos testes de bateladas com corpos moedores de 15 mm.**

| Granulometria µm | A0 %acumulado retido | A1 %acumulado retido | A2 %acumulado retido | A3 %acumulado retido |
|---|---|---|---|---|
| 425 | 0,4162 | 0,35 | 0,28 | 0,21 |
| 300 | 1,0359 | 0,75 | 0,75 | 0,57 |
| 212 | 2,0144 | 1,42 | 1,3 | 1,01 |
| 150 | 3,3595 | 2,39 | 2 | 1,56 |
| 106 | 6,3713 | 4,35 | 3,49 | 2,54 |
| 75 | 22,1225 | 14 | 12,35 | 10,17 |
| 45 | 70,9822 | 65,5 | 61,48 | 56,55 |
| Energia específica simples kWh/ton | 0,0 | 0,9 | 0,9 | 0,9 |
| Energia específica acumulada kWh/ton | 0,0 | 0,9 | 1,8 | 2,7 |

Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

**Quadro 7 - Resultados dos testes de bateladas com corpos moedores de 17 mm.**

| Granulometria µm | A0 %acumulado retido | A1 %acumulado retido | A2 %acumulado retido | A3 %acumulado retido |
|---|---|---|---|---|
| 425 | 0,3529 | 0,22 | 0,2 | 0,16 |
| 300 | 1,0013 | 0,68 | 0,56 | 0,48 |
| 212 | 2,0280 | 1,38 | 1,13 | 0,86 |
| 150 | 3,4180 | 2,46 | 1,88 | 1,47 |
| 106 | 6,5379 | 4,7 | 3,42 | 2,58 |
| 75 | 22,6880 | 15,5 | 12,74 | 11,16 |
| 45 | 70,4651 | 66,43 | 60,52 | 59,86 |
| Energia específica simples kWh/ton | 0,0 | 0,9 | 0,9 | 0,9 |
| Energia específica acumulada kWh/ton | 0,0 | 0,9 | 1,8 | 2,7 |

Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

Os resultados quantificam a progressiva redução granulométrica do minério ao longo de três bateladas de moagem, empregando uma energia específica de 0,9 kWh/ton por etapa (totalizando 2,7 kWh/ton). A análise das

amostras processadas com corpos moedores de 12,7 mm, 15 mm e 17 mm demonstra como a fração de material retido diminui progressivamente desde a medição inicial da amostra (A0) até a terceira batelada (A3) em todas as malhas analisadas.

Cabe salientar que, ao final de três bateladas, o sistema utilizando corpos moedores de 12,7 mm proporcionou a menor fração retida acumulada na malha de 45 µm em relação aos outros diâmetros avaliados.

Corroborando com os resultados obtidos nestes testes experimentais, a literatura científica demonstra que o diâmetro dos corpos moedores afeta diretamente a redução granulométrica em ensaios de batelada. O trabalho de Kotake *et al*. (2004), juntamente com as investigações de Katubilwa *et al*. (2009) sobre a otimização do tamanho da carga moedora, indica que esferas de menor diâmetro (como as de 12,7 mm aqui avaliadas) maximizam a área superficial de contato e a frequência de colisões dentro do moinho. A literatura comprova que isso resulta em uma eficiência muito superior para a geração de partículas finas quando comparado ao uso de corpos moedores maiores, justificando plenamente a menor porcentagem de material retido acumulado encontrada nas malhas mais finas após as bateladas com as bolas de 12,7 mm.

## 5.2. Valores obtidos para o fator K

Os cálculos dos fatores K foram realizados com base nos resultados encontrados nos testes de bateladas, nos quais foram utilizadas peneiras vibratórias de diâmetros diferentes para identificar a porcentagem de retido acumulado antes e depois do processamento. Resultados encontrados para o fator K, expostos no quadro 8 a seguir.

**Quadro 8 - Valores calculados para o fator K.**

| K | 12,7 mm | 15 mm | 17 mm |
|---|---|---|---|
| 45 | 0,0922 | 0,0833 | 0,0677 |
| 75 | 0,3115 | 0,3139 | 0,2908 |
| 106 | 0,3639 | 0,3448 | 0,3504 |
| 150 | 0,2972 | 0,2920 | 0,3219 |

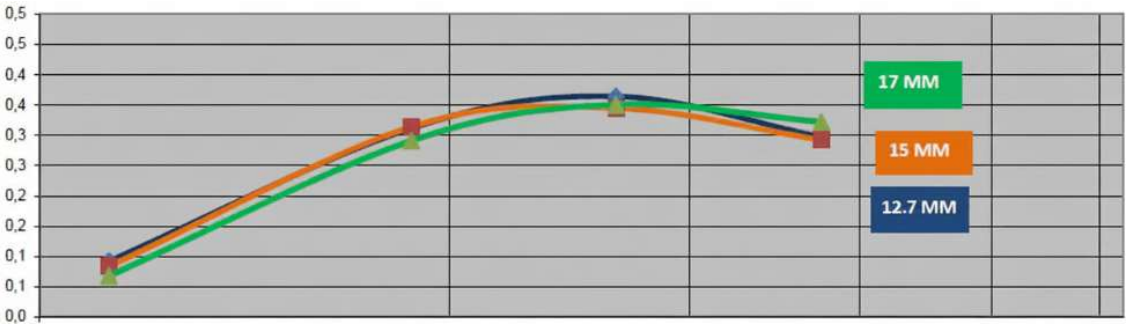
Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

Importante notar que:

- granulometria 45 µm: 12,7 mm obteve o maior K=0,0922, enquanto 17 mm o menor K=0,0677;
- granulometria 75 µm: 15 mm obteve maior K = 0,3139, enquanto 17 mm o menor K = 0,2908;
- granulometria 106 µm: 12,7 mm obteve maior K= 0,3639, enquanto 15 mm o menor K = 0,3448;
- granulometria 150 µm: 17 mm obteve maior K=0,3219, enquanto 15 mm o menor K= 0,2920.

A figura 9 expõe a curva formado pelos fatores K encontrados em relação ao tamanho da granulometria das peneiras vibratórias analisadas.

**Figura 9 - Gráfico fator K x Granulometria das partículas passante.**




Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

Os valores calculados revelam que o desempenho de fratura é diretamente influenciado pela relação entre a abertura da malha e o diâmetro da bola. Para a granulometria mais fina (45 µm), as bolas de 12,7 mm registraram a maior velocidade de quebra (K = 0,0922), enquanto as de 17 mm apresentaram o pior desempenho nesta faixa (K = 0,0677). Nas malhas maiores, as bolas de 15 mm e 17 mm mostraram picos de eficiência nas granulometrias de 75 µm e 150 µm, respectivamente. Os dados atestam que as bolas de 12,7 mm possuem eficiência superior para a moagem fina.

A variação do fator K (velocidade de quebra) em função do tamanho das partículas e do diâmetro dos corpos moedores observada neste estudo está em perfeita concordância com o Modelo de Balanço Populacional e os fundamentos da função seleção. O comportamento empírico demonstrado

pelas amostras corrobora diretamente os dados apresentados no clássico trabalho de Austin, Klimpel e Luckie (1984), bem como nas investigações de Erdem e Ergün (2009). Ambas as literaturas provam matematicamente que bolas menores (como as de 12,7 mm) possuem uma taxa de quebra específica significativamente mais alta para partículas finas (malha de 45 µm) devido à maior frequência de impactos e área de contato. Em contrapartida, partículas iniciais mais grossas necessitam de uma energia pontual de fratura muito superior, justificando plenamente o aumento da eficiência cinética (fator K) nas malhas maiores quando se utilizam esferas de maior massa, como as de 15 mm e 17 mm.

## 5.3. Curvas de moagem e fator de determinação

As curvas de moagem, encontrados da relação da porcentagem de retido acumulada medido nos testes de bateladas e do fator K obtido pela lei de donda, estão expostos nos quadros 9, 10, 11.

**Quadro 9 - Equações das curvas Fator K para corpos moedores de 12,7 mm.**

| Granulometria (µm) | Curva |
|---|---|
| 45 | $y = 71{,}8109 * e^{-0{,}0922*x}$ |
| 75 | $y = 23{,}3628 * e^{-0{,}3115*x}$ |
| 106 | $y = 6{,}6719 * e^{-0{,}3639*x}$ |
| 150 | $y = 3{,}6422 * e^{-0{,}2972*x}$ |
| 212 | $y = 2{,}2240 * e^{-0{,}2796*x}$ |
| 300 | $y = 1{,}1528 * e^{-0{,}2676*x}$ |
| 425 | $y = 0{,}3904 * e^{-0{,}2919*x}$ |

Fonte: autoria própria.

**Quadro 10 - Equações das curvas Fator K para corpos moedores de 15 mm.**

| Granulometria (μm) | Curva |
|---|---|
| 45 | $y = 70{,}9822 * e^{-0{,}0833*x}$ |
| 75 | $y = 22{,}1225 * e^{-0{,}3139*x}$ |
| 106 | $y = 6{,}3713 * e^{-0{,}3448*x}$ |
| 150 | $y = 3{,}3595 * e^{-0{,}2920*x}$ |
| 212 | $y = 2{,}0144 * e^{-0{,}2616*x}$ |
| 300 | $y = 1{,}0359 * e^{-0{,}2191*x}$ |
| 425 | $y = 0{,}4162 * e^{-0{,}2396*x}$ |

Fonte: autoria própria.

**Quadro 11 - Equações das curvas Fator K para corpos moedores de 17 mm.**

| Granulometria (μm) | Curva |
|---|---|
| 45 | $y = 70{,}4651 * e^{-0{,}0677*x}$ |
| 75 | $y = 22{,}6880 * e^{-0{,}2908*x}$ |
| 106 | $y = 6{,}5379 * e^{-0{,}3504*x}$ |
| 150 | $y = 3{,}4180 * e^{-0{,}3219*x}$ |
| 212 | $y = 2{,}0280 * e^{-0{,}3276*x}$ |
| 300 | $y = 1{,}0013 * e^{-0{,}2980*x}$ |
| 425 | $y = 0{,}3529 * e^{-0{,}3160*x}$ |

Fonte: autoria própria.

Na literatura científica, a metodologia de cinética de moagem em bateladas, estabelecida em trabalhos fundamentais como os de Austin *et al*. (1984) e amplamente validada em pesquisas contemporâneas focadas na estimação de parâmetros cinéticos em moinhos de bolas, postula que a taxa de desintegração de uma faixa granulométrica obedece estritamente a um decaimento exponencial análogo ao demonstrado pelas curvas modeladas neste trabalho.

## 5.4. Simulações

Os quadros 12, 13 e 14 detalhem os resultados das simulações realizadas no software LIMN modelado pelos parâmetros citados nos quadros 4 e pelas curvas do fator K dos quadros 9, 10, 11.

**Quadro 12 - Resultados das simulações realizadas para diâmetro de 12,7 mm.**

| | Alimentação hidrociclone | Alimentação nova | *Underflow* | *Overflow* |
|---|---|---|---|---|
| Ton/h (sólidos) | 4670,07 | 1500,00 | 3170,75 | 1500,00 |
| % sólidos | 42,67 | 100,00 | 74,79 | 22,37 |
| Densidade relativa | 1,52 | 5,00 | 2,49 | 1,22 |
| Vazão (m^3/h) | 7207,39 | 300,00 | 1702,39 | 5505,00 |
| Granulometria | % retido acumulado | | | |
| 150 | 0,60 | 0,56 | 0,70 | 0,00 |
| 106 | 4,46 | 4,54 | 4,30 | 0,00 |
| 75 | 14,58 | 15,90 | 11,80 | 0,71 |
| 45 | 32,50 | 34,35 | 28,60 | 17,73 |

Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

**Quadro 13 - Resultados das simulações realizadas para diâmetro de 15 mm.**

| | Alimentação hidrociclone | Alimentação nova | *Underflow* | *Overflow* |
|---|---|---|---|---|
| Ton/h (sólidos) | 4712,52 | 1500,00 | 3212,52 | 1500,00 |
| % sólidos | 42,92 | 100,00 | 75,16 | 22,37 |
| Densidade relativa | 1,52 | 5,00 | 2,51 | 1,22 |
| Vazão (m^3/h) | 7209,24 | 300,00 | 1704,24 | 5505,00 |
| Granulometria | % retido acumulado | | | |
| 150 | 0,61 | 0,70 | 0,90 | 0,00 |
| 106 | 4,70 | 4,30 | 6,89 | 0,00 |
| 75 | 14,22 | 11,80 | 20,51 | 0,75 |
| 45 | 34,41 | 28,60 | 41,40 | 19,45 |

Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

**Quadro 14 - Resultados das simulações realizadas para diâmetro de 17 mm.**

| | Alimentação hidrociclone | Alimentação nova | *Underflow* | *Overflow* |
|---|---|---|---|---|
| Ton/h (sólidos) | 4813,54 | 1500,00 | 3313,54 | 1500 |
| % sólidos | 43,5 | 100,00 | 76 | 22,37 |
| Densidade relativa | 1,534 | 5,00 | 2,551 | 1,218 |
| Vazão (m^3/h) | 7213,62 | 300,00 | 1708,62 | 5505 |
| Granulometria | % retido acumulado | | | |
| 150 | 0,57 | 0,7 | 0,83 | 0 |
| 106 | 4,69 | 4,3 | 6,81 | 0 |
| 75 | 15,47 | 11,8 | 22,03 | 0,97 |
| 45 | 36,81 | 28,6 | 43,25 | 22,59 |

Fonte: multinacional responsável pelo estudo de dimensionamento dos corpos moedores (2023).

Os resultados analisados no *overflow* e no *underflow* indicam que a carga com bolas de 12,7 mm gera um percentual de retido acumulado significativamente menor nas frações críticas do produto final. Especificamente nas malhas de 75 µm e 45 µm, a recarga com bolas de 12,7 mm proporcionou os valores granulométricos mais alinhados às especificações ideais do produto de moagem fina.

Os resultados gerados nestas simulações, indicando a produção de um minério mais fino utilizando corpos moedores de 12,7 mm, alinham-se aos estudos científicos sobre simulações preditivas em equipamentos *Vertimill*. Pesquisas acadêmicas como as conduzidas por Mazzinghy *et al*. Comprovam que o uso de modelos baseados em balanço populacional associados a fatores cinéticos laboratoriais simula o escalonamento para plantas industriais de forma altamente confiável.

## 5.5. Análise dos dados obtidos e calculados

Os quadros 15, 16, 17 expõe os resultados encontrados do fator de determinação $R^2$, obtidos a partir dos valores de retido acumulado expostos nos quadros 12, 13, 14, e os valores extraídos da operação da planta industrial real.

**Quadro 15 - Fator de determinação encontrado para os resultados obtidos nas simulações de 12,7 mm.**

| Granulometria (µm) | Fator de determinação $R^2$ |
|---|---|
| 45 | 0,9893 |
| 75 | 0,9619 |
| 106 | 0,9998 |
| 150 | 0,9886 |
| 212 | 0,9816 |
| 300 | 0,9678 |
| 425 | 0,9931 |

Fonte: autoria própria.

O fator de determinação variou entre 0,9619 e 0,9998 para os corpos moedores de 12,7 mm, indicando uma alta representatividade dos resultados dos testes em comparação a operação industrial real.

**Quadro 16 - Fator de determinação encontrado para os resultados obtidos nas simulações de 15 mm.**

| Granulometria (µm) | Fator de determinação $R^2$ |
|---|---|
| 45 | 0,9974 |
| 75 | 0,8921 |
| 106 | 0,9819 |
| 150 | 0,9707 |
| 212 | 0,9326 |
| 300 | 0,8877 |
| 425 | 0,9717 |

Fonte: autoria própria.

Já para os corpos moedores de 15 mm, variou entre 0,8877 e 0,9819. Ainda que os dados obtidos tenham registrado variação maior que os corpos moedores de 12,7 mm, os resultados indicam alta representatividade dos testes em comparação a operação industrial real.

**Quadro 17 - Fator de determinação encontrado para os resultados obtidos nas simulações de 17 mm.**

| Granulometria (µm) | Fator de determinação $R^2$ |
|---|---|
| 45 | 0,9383 |
| 75 | 0,9202 |
| 106 | 0,9982 |
| 150 | 0,9909 |
| 212 | 0,9683 |
| 300 | 0,9273 |
| 425 | 0,8852 |

Fonte: autoria própria.

De maneira similar, o fator de determinação para corpos moedores de 17 mm variou entre 0,8852 e 0,9982, resultados satisfatórios.

Já o quadro 18 expõe um comparativo dos resultados obtidos no tópico anterior, destacando a porcentagem de minério passante nas peneiras de 45, 75, 106 e 150 µm.

**Quadro 18 - Quadro comparativo das porcentagens de passante acumulado das simulações.**

| | Industrial 12,7 mm | Simulações 12,7 mm | Simulações 15 mm | Simulações 17 mm |
|---|---|---|---|---|
| 150 | 100,00 | 100,00 | 100,00 | 100,00 |
| 106 | 99,92 | 100,00 | 100,00 | 100,00 |
| 75 | 98,25 | 99,29 | 99,25 | 99,02 |
| 45 | 81,16 | 81,56 | 79,80 | 76,44 |

Fonte: autoria própria.

As porcentagens de passante acumulado industrial foram medidas para validação com os resultados das simulações de 12,7 mm.

Nesse viés, é possível observar que as simulações com corpos moedores de 12,7 mm tiveram resultados muito próximos do obtido na planta industrial, o que comprova mais uma vez a eficiência dos testes.

# 6. CONCLUSÃO

O presente estudo avaliou a influência do diâmetro dos corpos moedores de ferro fundido com 24% de cromo (12,7 mm, 15 mm e 17 mm) na eficiência de moagem em moinhos verticais, especificamente no equipamento *Vertimill* VTM1500. Por meio da aplicação do método de bateladas e de simulações computacionais baseadas na lei de moagem de Donda, foi possível determinar a velocidade de redução granulométrica do minério, representada pelo fator K. Os modelos matemáticos gerados a partir dos testes apresentaram alta representatividade e validação estatística em relação à operação industrial, com o coeficiente de determinação registrando valores satisfatórios entre 0,8852 e 0,9998 para as curvas de todos os diâmetros testados.

A análise cinética evidenciou que a escolha do diâmetro impacta diretamente a taxa de quebra das partículas. O diâmetro de 12,7 mm obteve o maior fator K (0,0922) para a malha mais fina de 45 µm, indicando uma maior velocidade de quebra nessa faixa, além de também apresentar o melhor resultado para a malha de 106 µm (K = 0,3639). Em contrapartida, os diâmetros maiores, de 15 mm e 17 mm, registraram maior velocidade de quebra apenas para partículas mais grossas, nas malhas de 75 µm e 150 µm, respectivamente.

As simulações representativas do circuito industrial permitiram confrontar o desempenho dos corpos moedores com as metas granulométricas estabelecidas para o produto: obter um mínimo de 97,5% passante em 75 µm e entre 82% e 87% passante em 45 µm. Os resultados indicaram que:

- Todos os três diâmetros avaliados atenderam de forma satisfatória à meta para a malha de 75 µm, entregando resultados superiores a 99% de passante acumulado.
- O diâmetro de 12,7 mm obteve o melhor desempenho na malha de 75 µm, alcançando 99,29%, seguido por 15 mm (99,25%) e 17 mm (99,02%).
- Para a malha de 45 µm, nenhum dos diâmetros testados conseguiu atingir integralmente a meta mínima de 82%.
- Apesar de não atingir a meta de 45 µm, as bolas de 12,7 mm demonstraram um desempenho significativamente superior aos demais,

alcançando 81,56% de passante e aproximando-se mais do objetivo do que os diâmetros de 15 mm (79,80%) e 17 mm (76,44%).

Diante da integração dos dados obtidos, recomenda-se a manutenção da política de recarga do moinho com os corpos moedores de 12,7 mm. Essa recomendação justifica-se pelo fato de o menor diâmetro oferecer um melhor equilíbrio operacional, demonstrando comprovada superioridade e eficiência na etapa de moagem fina. A utilização das bolas de 12,7 mm garante um atendimento mais próximo às especificações granulométricas exigidas em comparação aos diâmetros maiores, validando cientificamente a política de recarga para a otimização da qualidade do produto gerado.

# 7. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como desdobramento das discussões e dos resultados apresentados nesta pesquisa, recomendam-se as seguintes vertentes de investigação para a continuidade e o aprofundamento do tema:

- Otimização energética do circuito: realizar um estudo aprofundado acerca do ajuste da energia específica consumida no processo de cominuição, com o objetivo de estabelecer os parâmetros operacionais ótimos necessários para o estrito cumprimento da meta granulométrica de 45 μm, conciliando eficiência produtiva e racionalização energética.
- Validação e escalabilidade da metodologia: recomenda-se a aplicação da metodologia proposta neste trabalho em outros circuitos de moagem de plantas de beneficiamento distintas, visando chancelar a robustez, a adaptabilidade e a confiabilidade do modelo frente a diferentes cenários operacionais e variabilidades mineralógicas.
- Investigação da dinâmica dos corpos moedores: avaliar, por meio de ensaios em escala piloto ou industrial, a viabilidade técnica da introdução de corpos moedores com diâmetros reduzidos, com o propósito de mensurar empiricamente os impactos decorrentes dessa alteração na área superficial específica de moagem, na eficiência de quebra do mineral e na taxa cinética de desgaste dos meios moedores.
- Avaliação financeira: realizar um estudo que avalie o desempenho dos corpos moedores em detrimento ao desempenho, investigando diversas dimensões e composições químicas das bolas.

# 8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS


**ALBERTIN, E.** O desenvolvimento e o estado atual dos ferros fundidos brancos ligados ao cromo para resistência ao desgaste. In: Seminário de Tecnologia Metalúrgica. São Paulo: ABM, 1993.

**AUSTIN, L. G.; KLIMPEL, R. R.; LUCKIE, P. T.** *Process Engineering of Size Reduction: Ball Milling*. New York: SME/AIME, 1984.

**BEDEKAR, V. *et al.*** *Microstructural characterization and wear resistance of high chromium cast irons. Wear*, v. 280, p. 11-19, 2012.

**BERALDO, J. L.** Moagem de minérios em moinhos tubulares. São Paulo: Edgard Blücher, 1987.

**BERGERMAN, M. G.; DELBONI JUNIOR, H.** *Development and Validation of a Simplified Laboratory Test to Design Vertical Stirred Mills. KONA Powder and Particle Journal*, v. 37, p. 187-194, 2020

**BNDES (Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social).** O mercado mundial de minério de ferro. *BNDES Setorial*, n. 20, 2004.

**BOND, F. C.** *The third theory of comminution. AIME Transactions*, v. 193, p. 484-494, 1952.

**CHAVES, A. P.; PERES, A. E. C.** Teoria e Prática do Tratamento de Minérios: Cominuição e Classificação. São Paulo: Signus Editora, 1999.

**CHIAVERINI, V.** Aços e ferros fundidos. 7. ed. São Paulo: Associação Brasileira de Metalurgia e Materiais, 2005.

**DELBONI JÚNIOR, H.** Otimização de circuitos de cominuição. São Paulo: Editora Oficina de Textos, 2007.

**DOGRA, M. *et al*.** *Heat treatment behavior of high chromium white cast iron grinding media. Journal of Materials Engineering and Performance,* v. 22, n. 4, p. 1102-1110, 2013.

**DONDA, J. D.** Metodologia para previsão de consumo de energia na moagem de minérios. Belo Horizonte: UFMG, 2005.

**DONDA, J. D.** Moagem em Batelada: Princípios e Aplicações no Tratamento de Minérios. São Paulo: Signus, 2010.

**E.J. PAYNE.** *Laboratory Equipment and Milling Solutions*. Technical Report, 2023.

**ERDEM, A. S.; ERGÜN, S. L.** *The effect of ball size on breakage rate parameter in a pilot scale ball mill. Minerals Engineering, v*. 22, n. 4, p. 360-368, 2009.

**GOMES, R. C.** *Variáveis operacionais na moagem secundária*. Rio de Janeiro: Interciência, 2014.

**GUPTA, A.; YAN, D. S.** *Mineral Processing Design and Operation: An Introduction*. Amsterdam: Elsevier, 2006.

**HASAN, M. M**. *Process Modelling of Gravity Induced Stirred Mills. 2020. Tese (Doutorado em Engenharia Mineral) – Sustainable Minerals Institute, The University of Queensland, Brisbane, 2020.*

**KATUBILWA, F. *et al.*** *Effect of ball size distribution on the grinding of a coal sample*. 2009.

**KELLY, E. G.; SPOTTISWOOD, D. J.** *Introduction to Mineral Processing*. New York: John Wiley & Sons, 1982.

**KICK, F.** *Das Gesetz der proportionalen Widerstände und seine Anwendungen*. Leipzig: Arthur Felix, 1883.

**KOTAKE, N. *et al.*** *Experimental investigation on a grinding rate constant of solid materials by a ball mill: effect of ball diameter and feed size. Powder Technology*, v. 142, n. 2, p. 154-163, 2004.

**KUMAR, A.; SAHU, R.; TRIPATHY, S. K**. *Energy-Efficient Advanced Ultrafine Grinding of Particles Using Stirred Mills—A Review. **Energies***, v. 16, n. 14, p. 5277, 2023.

**LUZ, A. B.; SAMPAIO, J. A.; ALMEIDA, S. L. M.** Tratamento de Minérios. 4. ed. Rio de Janeiro: CETEM/MCT, 2004.

**MATSANGA, T. *et al.*** *Wear performance of high chromium cast iron grinding balls in corrosive environments. Minerals Engineering,* v. 195, p. 108-115, 2023.

**MAZZINGHY, D. B.** Simulação de moinho vertical aplicada aos minérios de ferro. Dissertação (Mestrado em Engenharia Metalúrgica e de Minas) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

**MAZZINGHY, D. B. *et al.*** *Vertimill vs. ball mill: Energy efficiency comparison at Minas-Rio operation. In: Proceedings of the International Mineral Processing Congress (IMPC)*. Santiago, 2015.

**METSO.** *Vertimill Grinding Mills: Operating Manual and Technical Specifications*. Metso Corporation, 2006/2025.

**MONTGOMERY, D. C.; PECK, E. A.; VINING, G. G.** *Introduction to Linear Regression Analysis*. 5th ed. New York: John Wiley & Sons, 2012.

**MULTINACIONAL.** Relatório Técnico: Estudo de dimensionamento dos corpos moedores para o moinho VTM1500. Dados internos corporativos, 2023.

**OLIVEIRA, R. M.** Moinhos verticais: Princípios de operação. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2012.

**PORTAL SÃO FRANCISCO.** História do Minério de Ferro e da Siderurgia. Disponível em acesso em 2026.

**RETSCH.** *Milling and Grinding in Laboratory Scale*. Retsch GmbH, Technical Note, 2023.

**REVISTA *IN THE MINE*.** Desafios da mineração brasileira: Baixos teores e cominuição. Edição de Janeiro, 2024.

**RITTINGER, P. R.** *Lehrbuch der Aufbereitungskunde*. Berlin: Ernst & Korn, 1867.

**ROVERI, L. D.; CHAVES, A. P.** Estudo do desgaste de corpos moedores na moagem de minério de ferro. *Revista da Escola de Minas*, v. 64, n. 2, p. 215-221, 2011.

**ROWLAND JR., C. A.** Teste para seleção de circuitos de Cominuição. In: BERALDO, J. L. Moagem de minérios em moinhos tubulares. São Paulo: Edgard Blücher, 1987. Cap. 4, p. 67-101.SENAI (Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial). Metalurgia dos Ferros Fundidos Ligados. São Paulo: SENAI, 1987a.

**SILVA, M. G. *et al*.** Influência do tamanho da bola e da esfericidade na eficiência de moinhos verticais. Tecnologia em Metalurgia, Materiais e Mineração, v. 16, n. 3, p. 345-352, 2019.

**SILVA, R. A.** Estudo da aplicabilidade do "K de Donda" em circuitos de moagem do Quadrilátero Ferrífero. Dissertação (Mestrado) – Belo Horizonte, 2022.

**SOUZA, L. F.; ASSIS, G. S.; ALVES, V. K.** Análise das variáveis operacionais do *Vertimill* na moagem secundária. Revista Brasileira de Mineração, v. 8, n. 1, p. 45-52, 2019.

**TENCAN.** *Operation Manual of Laboratory Jar Mills. Changsha Tencan Powder Technology* Co., 2023.

**TOMACH, J.** Otimização da carga moedora em circuitos de remoagem vertical. Belo Horizonte: Editora Poisson, 2024.

**U.S. STONEWARE.** *Ceramic and Steel Jar Mills for Laboratory Grinding. Technical Specifications*, 2023.