



CENTRO FEDERAL DE EDUCAÇÃO TECNOLÓGICA DE MINAS GERAIS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

**INFLUÊNCIA DAS FORÇAS DE PROTENSÃO NOS PARÂMETROS
DINÂMICOS DE VIGAS EM CONCRETO**

Diego Goulart de Lucena

Belo Horizonte, 2019.

L935i Lucena, Diego Goulart de
Influência das forças de protensão nos parâmetros dinâmicos de
vigas em concreto / Diego Goulart de Lucena. – 2019.
141 f. : il., gráfs, tabs., fotos.

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em
Engenharia de Civil.

Orientador: Cláudio José Martins.

Bibliografia: f. 85-87.

Dissertação (mestrado) – Centro Federal de Educação
Tecnológica de Minas Gerais, Departamento de Engenharia Civil.

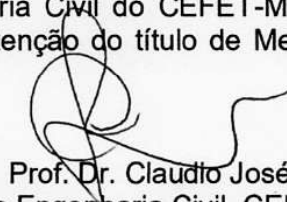
1. Concreto protendido – Teses. 2. Análise modal – Teses.
3. Análise estrutural (Engenharia) – Teses. 4. Vibração aleatória –
Teses. I. Martins, Cláudio José. II. Centro Federal de Educação
Tecnológica de Minas Gerais. Departamento de Engenharia Civil.
III. Título.

CDD 623.542

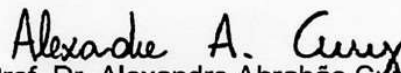
DIEGO GOULART DE LUCENA

**INFLUÊNCIA DAS FORÇAS DE PROTENSÃO NOS
PARÂMETROS DINÂMICOS DE VIGAS EM CONCRETO**

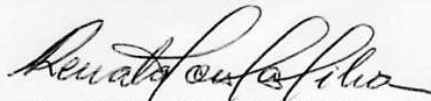
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do CEFET-MG como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil



Prof. Dr. Claudio José Martins
Departamento de Engenharia Civil, CEFET-MG



Prof. Dr. Alexandre Abrahão Cury
Departamento de Mecânica Aplicada e Computacional, UFJF



Prof.ª Dra. Renata G. Lanna da Silva
Departamento de Engenharia Civil, CEFET-MG

Belo Horizonte, 15 de 02 de 2019

INFLUÊNCIA DAS FORÇAS DE PROTENSÃO NOS PARÂMETROS DINÂMICOS DE VIGAS EM CONCRETO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil do Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia em Civil.

Orientador: Professor Doutor Cláudio José Martins

**BELO HORIZONTE
2019**

DEDICATÓRIA

Aos meus pais Fábio e Solange, meu irmão Hugo e minha namorada Nina, por
todo amor e carinho.

Ao Professor Claudio e os outros professores do CEFET/MG, pelos
ensinamentos e paciência.

Aos meus colegas e amigos, pelas palavras de incentivo, companheirismo e
ajuda.

Muito Obrigado

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao CEFET/MG e o PPGEC, pelas oportunidades e ensinamentos nos últimos nove anos que me formaram o profissional que sou hoje.

Agradeço aos meus pais, Fábio e Solange, meu irmão Hugo, minha namorada Nina e minha família por me acompanhar na maior aventura em busca de conhecimento de toda a minha vida.

Ao meu orientador e mentor, Dr. Claudio, que me acompanhou nos últimos cinco anos. Sem seus ensinamentos eu nunca teria descoberto o meu amor pela área de estruturas.

Aos professores do CEFET/MG, pelas palavras de incentivo, confiança e todo os ensinamentos que me fazem um profissional e pessoa melhor.

Ao Wenderson, Evandro e Darlei, funcionários que me ajudaram no meu trabalho, sem eles esta pesquisa nunca poderia ter sido realizada.

Aos meus amigos, Arthur, Bernardo, Braulio, Daniel, Danilo, Guilherme Fernandes, Guilherme Perez, Henrique, Leandro, Leonardo, Murillo, Renato e Tiago, por me acompanharem a vida inteira.

Aos meus colegas do CEFET/MG, por alegrarem as tardes de trabalho com café e boas histórias.

Por fim, agradecer à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CEPES) pela concessão da bolsa de estudos.

EPÍGRAFE

“Há de vir o tempo no qual uma pesquisa diligente durante longos períodos revelará coisas que hoje estão ocultas.”

Sêneca, Questões naturais, livro 7, século I

RESUMO

A identificação das forças de protensão em peças de concreto armado é um tema de interesse de diversas pesquisas, principalmente aquelas ligadas ao monitoramento da integridade estrutural, reforma e manutenção de estruturas e aprimoramento de parâmetros estruturais. Uma das técnicas difundidas para se avaliar esta força de protensão atuante em uma peça é a análise modal operacional. Observa-se, porém, que os estudos de concretos protendidos utilizando a análise modal apresentam diferentes conclusões sobre a influência da carga de protensão nos parâmetros modais de estruturas protendidas. Desta forma, a pesquisa realizada buscou avaliar a influência do carregamento de protensão nos parâmetros modais de seis vigas de concreto protendido destinadas a um viaduto rodoviário utilizando a análise modal operacional. Foram realizadas medições das acelerações das vigas antes e após suas protensões. Nas medições foram utilizados dois conjuntos de acelerômetros triaxiais com taxa de amostragem de 1kHz. Os dados obtidos em campo foram processados de duas maneiras: com um programa computacional desenvolvido em FORTRAN, que utiliza a técnica de decomposição no domínio da frequência, e com o software comercial Artemis que foi configurado para a técnica de identificação estocástica em subespaço. Com o processamento dos dados foram obtidas as frequências naturais e taxas de amortecimento para cada viga analisada. A comparação entre os parâmetros modais aponta que a protensão pode enrijecer ligeiramente a estrutura na direção desse esforço, devido a mudança do estado de tensões do elemento estrutural.

Palavras chaves: Análise modal operacional, concreto protendido, parâmetros modais, vibrações aleatórias.

ABSTRACT

The identification of the prestress force in reinforced concrete elements is an aspect of interest of diverse studies, mostly those related to structural health monitoring, maintenance and recovering of structures and the improvement of structural behaviour. A well defused technic to evaluate the prestress force in structural element is the Operational Modal Analysis. However, different studies on operational modal analysis of prestressed concrete presents different conclusions on how the prestress force influences modal parameters for these structures. Thus, this research accessed the influence of the prestress force in the modal parameters of six prestressed concrete beam of road viaduct with the operational modal analysis technique. Field measurements took place before and after the prestress of each beam. Two sets triaxial accelerometers were used with a 1 kHz sampling rate frequency. The measurement data were processed in two different ways, with a software developed in FORTRAN, which uses the frequency domain decomposition, and with the commercial software Artemis, which was set to use the stochastic subspace identification. With the processed data, the natural frequencies and dumps were acquired for each beam analysed. The comparison between the modal parameters suggests that the prestress creates a slightly stiffness on the direction of this force, due to a change on the stress state of the structural element

Key words: Modal parameters, operational modal analysis, prestressed concrete, random calibrations.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Sinal em diferentes ângulos nos domínios do tempo e da frequência	30
Figura 2 - Frequências naturais e modos de vibração (1º e 2º modo) medidos aumentando-se e reduzindo-se a carga de protensão	46
Figura 3 – Evolução da primeira frequência natural durante a sequência de teste ...	48
Figura 4 - (a) processamento dos sinais no domínio da frequência em função do carregamento axial (3D). (b) todos os modos plotados em função do carregamento axial (2D). (c) zoom na frequência fundamental a flexão. (d) análise simples dos dados das frequências medidas em função da força axial (viga 2).....	49
Figura 5 - Frequências naturais por força de protensão.....	50
Figura 6 – Corte transversal das vigas protendidas, unidades em (cm).....	51
Figura 7 - Posição das cordoalhas	52
Figura 8 - (a) Contraflecha da viga (b) Viga sendo içada	53
Figura 9 - (a) Armação das vigas (b) Viga já concretada na forma.	53
Figura 10 - (a) Conjunto de aquisição posicionado no fundo da viga (b) Ao fundo as vigas metálicas apoiadas no solo.....	54
Figura 11 - Corte longitudinal das vigas, unidades em (cm)	55
Figura 12 - Acelerômetro Syscom MR3000C	56
Figura 13 - Posição dos acelerômetros.....	57
Figura 14 - Modelo Fase 1	59
Figura 15 - Modelo fase 3	60
Figura 16 - Perfil das Vigas e Tubos metálicos	60
Figura 17 - - Modo 3 fase 1, flexão das paredes no vão central.....	62
Figura 18 - Modo 4 fase 1, flexão das abas nos vãos laterais	63
Figura 19 - Modo 6 fase 1, movimento de corpo rígido na direção longitudinal	63
Figura 20 - Modo 7 fase 1, encurtamento longitudinal e flexão das abas	64
Figura 21 - Modo 1 fase 3, flexão pura.....	64
Figura 22 - Modo 3 fase 3, flexão das abas ao longo da viga	65
Figura 23 - Modo 4 fase 3, flexão das abas	65
Figura 24 - Modo 6 fase 3, encurtamento longitudinal e flexão da viga	66
Figura 25 - Modo 7 fase 3, movimento de corpo rígido longitudinal e flexão das abas	66

Figura 26 – Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 1 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	68
Figura 27 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 1 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	68
Figura 28 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 1 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	71
Figura 29 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 1 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	71
Figura 30 - Resumo das frequências do modo 1 pela FDD	78
Figura 31 - Resumo das frequências do modo 3 pela FDD	78
Figura 32 - Resumo das frequências do modo 3 pela SSI	79
Figura 33 - Resumo das frequências do modo 4 pela FDD	80
Figura 34 - Resumo das frequências do modo 6 pela FDD	81
Figura 35 - Resumo das frequências do modo 6 pela SSI	82
Figura 36 - Resumo das frequências do modo 7 pela FDD	83
Figura 37 - Resumo das frequências do modo 7 pela SSI	83
Figura 38 - Time History da Viga 1 Acelerômetro 1 Fase 1.....	92
Figura 39 - Time History da Viga 1 Acelerômetro 1 Fase 3.....	92
Figura 40 - Time History da Viga 1 Acelerômetro 2 Fase 1.....	93
Figura 41 - Time History da Viga 1 Acelerômetro 2 Fase 1.....	93
Figura 42 - Time History da Viga 2 Acelerômetro 1 Fase 1.....	94
Figura 43 - Time History da Viga 2 Acelerômetro 1 Fase 3.....	94
Figura 44 - Time History da Viga 2 Acelerômetro 2 Fase 1.....	95
Figura 45 - Time History da Viga 2 Acelerômetro 2 Fase 3.....	95
Figura 46 - Time History da Viga 3 Acelerômetro 1 Fase 1.....	96
Figura 47 - Time History da Viga 3 Acelerômetro 1 Fase 3.....	96
Figura 48 - Time History da Viga 3 Acelerômetro 2 Fase 1.....	97
Figura 49 - Time History da Viga 3 Acelerômetro 2 Fase 3.....	97
Figura 50 - Time History da Viga 4 Acelerômetro 1 Fase 1.....	98
Figura 51 - Time History da Viga 4 Acelerômetro 1 Fase 3.....	98
Figura 52 - Time History da Viga 4 Acelerômetro 2 Fase 1.....	99
Figura 53 - Time History da Viga 4 Acelerômetro 2 Fase 3.....	99
Figura 54 - Time History da Viga 5 Acelerômetro 1 Fase 3.....	100
Figura 55 - Time History da Viga 5 Acelerômetro 1 Fase 1.....	100

Figura 56 - Time History da Viga 5 Acelerômetro 2 Fase 1.....	101
Figura 57 - Time History da Viga 5 Acelerômetro 2 Fase 3.....	101
Figura 58 - Time History da Viga 6 Acelerômetro 1 Fase 3.....	102
Figura 59 - Time History da Viga 6 Acelerômetro 1 Fase 1.....	102
Figura 60 - Time History da Viga 6 Acelerômetro 2 Fase 1.....	103
Figura 61 - Time History da Viga 6 Acelerômetro 2 Fase 3.....	103
Figura 62 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 2 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	104
Figura 63 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 2 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	104
Figura 64 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 3 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	105
Figura 65 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 3 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	105
Figura 66 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 4 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	106
Figura 67 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 4 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	106
Figura 68 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 5 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	107
Figura 69 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 5 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	107
Figura 70 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 6 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	108
Figura 71 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 6 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	108
Figura 72 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 2 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	109
Figura 73 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 2 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	109
Figura 74 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 3 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	110
Figura 75 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 3 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	110

Figura 76 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 4 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	111
Figura 77 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 4 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	111
Figura 78 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 5 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	112
Figura 79 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 5 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	112
Figura 80 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 6 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	113
Figura 81 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 6 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)	113
Figura 82 - Valores Singulares da FDD Viga 1, ponto 1 fase 1	116
Figura 83 - Valores Singulares da FDD Viga 1, ponto 1 fase 3	117
Figura 84 - Valores Singulares da FDD Viga 1, ponto 2 fase 1	118
Figura 85 - Valores Singulares da FDD Viga 1, ponto 2 fase 3	119
Figura 86 - Valores Singulares da FDD Viga 2, ponto 1 fase 1	120
Figura 87 - Valores Singulares da FDD Viga 2, ponto 1 fase 3	121
Figura 88 - Valores Singulares da FDD Viga 2, ponto 2 fase 1	122
Figura 89 - Valores Singulares da FDD Viga 2, ponto 2 fase 3	123
Figura 90 - Valores Singulares da FDD Viga 3, ponto 1 fase 1	124
Figura 91 - Valores Singulares da FDD Viga 3, ponto 1 fase 3	125
Figura 92 - Valores Singulares da FDD Viga 3, ponto 2 fase 1	126
Figura 93 - Valores Singulares da FDD Viga 3, ponto 2 fase 3	127
Figura 94 - Valores Singulares da FDD Viga 4, ponto 1 fase 1	128
Figura 95 - Valores Singulares da FDD Viga 4, ponto 1 fase 3	129
Figura 96 - Valores Singulares da FDD Viga 4, ponto 2 fase 1	130
Figura 97 - Valores Singulares da FDD Viga 4, ponto 2 fase 3	131
Figura 98 - Valores Singulares da FDD Viga 5, ponto 1 fase 1	132
Figura 99 - Valores Singulares da FDD Viga 5, ponto 1 fase 3	133
Figura 100 - Valores Singulares da FDD Viga 5, ponto 2 fase 1	134
Figura 101 - Valores Singulares da FDD Viga 5, ponto 2 fase 3	135
Figura 102 - Valores Singulares da FDD Viga 6, ponto 1 fase 1	136
Figura 103 - Valores Singulares da FDD Viga 6, ponto 1 fase 3	137

Figura 104 - Valores Singulares da FDD Viga 6, ponto 2 fase 1	138
Figura 105 - Valores Singulares da FDD Viga 6, ponto 2 fase 3	139
Figura 106 – Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 1 Fase 1	140
Figura 107 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 1 Fase3	140
Figura 108 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 2 Fase1	141
Figura 109 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 2 Fase3	141
Figura 110 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 3 Fase 3	142
Figura 111 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 3 Fase 1	142
Figura 112 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 4 Fase 3	143
Figura 113 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 4 Fase 1	143
Figura 114 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 5 Fase 1	144
Figura 115 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 5 Fase 3	144
Figura 116 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 6 Fase 1	145
Figura 117 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 6 Fase 3	145

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Frequências medidas e efetiva rigidez da viga	43
Tabela 2 - Lista dos resultados dos testes (frequências naturais $f_1 \sim f_3$).....	44
Tabela 3 - Frequências medidas das vigas de concreto protendido	44
Tabela 4 - Frequências naturais para cinco níveis de protensão e um nível sem protensão	46
Tabela 5 –Variação da frequência natural (Hz)	46
Tabela 6 - Frequências naturais identificadas durante a Fase 1 (antes do reparo) e Fase 2 (após reparo).....	50
Tabela 7 - Características dos materiais	61
Tabela 8 - Médias das influências dos modos na fase 1	69
Tabela 9 - Resumo das frequências dos modo na fase 1 pela FDD	70
Tabela 10 - Médias das influências dos modos na fase 3.....	72
Tabela 11 - Resumo das frequências dos modo na fase 3 pela FDD	73
Tabela 12 - Resumo das frequências dos modos da fase 1 pela SSI	75
Tabela 13 - Resumo das frequências dos modos da fase 3 pela SSI	76
Tabela 14 - Comparação das frequências do modo Fase 1 (Parte 1).....	85
Tabela 15 - Comparação das frequências do modo Fase 1 (Parte 2).....	85
Tabela 16 - Comparação das frequências do modo Fase 3 (Parte 1).....	86
Tabela 17 - Comparação das frequências do modo Fase 3 (Parte 2).....	86
Tabela 18 - Influência dos deslocamentos dos modos na fase 1 acelerômetro 1 ...	114
Tabela 19 - Influência dos deslocamentos dos modos na fase 1 acelerômetro 2 ...	114
Tabela 20 - Influência dos deslocamentos dos modos na fase 3.....	115
Tabela 21 - Influência dos deslocamentos dos modos na fase 3.....	115

LISTA DE SIGLAS

EMA – Análise modal experimental (do inglês – “*experimental modal analysis*”)

FDD – decomposição no domínio da frequência (do inglês – “*frequency domain decomposition*”)

FFT - Transformada rápida de Fourier (do inglês – “*fast Fourier transformation*”)

MEF – Método dos elementos finitos

OMA – Análise modal operacional (do inglês – “*operationmodal analysis*”)

PSD – Densidade de energia do espectral (do inglês – “*power spectral density*”)

RFT - Transformada inversa de Fourier (do inglês – “*reverse Fourier transformation*”)

SGL – Sistemas com um grau de liberdade

SMGL – Sistemas com múltiplos graus de liberdade

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	22
1.1	<i>Contextualização</i>	22
1.2	<i>Pergunta de pesquisa</i>	24
1.3	<i>Objetivos.....</i>	24
1.3.1	Objetivo Geral.....	24
1.3.2	Objetivo específico.....	24
1.4	<i>Justificativa e Relevância.....</i>	24
1.5	<i>Restrições e limitações da pesquisa.....</i>	25
1.6	<i>Estrutura da pesquisa</i>	25
2	REVISÃO TEÓRICA.....	27
2.1	<i>Análise Modal</i>	27
2.1.1	Análise Modal Experimental.....	27
2.1.2	Análise Modal Operacional	27
2.2	<i>Processamento de sinais.....</i>	28
2.2.1	Teorema da amostragem.....	28
2.2.2	Função de Correlação	29
2.2.3	Séries de Fourier	29
2.2.4	Densidade de energia do espectral.....	31
2.2.5	Decomposição no domínio da frequência	31
2.2.6	Identificação estocástica em subespaço	33
2.3	<i>Concreto Protendido</i>	36
2.3.1	Sistemas de aplicação de protensão	37
2.3.2	Perda parcial de protensão	38
2.4	<i>Estado da Arte</i>	39
3	METODOLOGIA.....	51
3.1	<i>Método de coleta de dados em campo</i>	51
3.1.1	Estrutura estudada.....	51

3.1.2	Análise modal operacional	56
3.2	Obtenção dos parâmetros modais	58
3.3	Modelo numérico	59
4	RESULTADOS	62
4.1	Resultados modelo numérico.....	62
4.2	Resultados dos Processamentos.....	67
4.2.1	Decomposição no domínio da frequência	67
4.2.2	Identificação estocástica em subespaço	74
5	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	77
5.1	Processamentos	77
6	CONCLUSÃO	87
	REFERÊNCIAS	89
	ANEXO A – Time History das medições.	92
	ANEXO B – Densidades de Blackman-Tukey das vigas Fase 1.....	104
	ANEXO C – Densidades de Blackman-Tukey das vigas Fase 3	109
	ANEXO D – INFLUÊNCIA DOS DESLOCAMENTOS DOS MODOS PARA AS VIGAS NA FASE 1	114
	ANEXO E – INFLUÊNCIA DOS DESLOCAMENTOS DOS MODOS PARA AS VIGAS NA FASE 3	115
	ANEXO F – VALORES SINGULARES DAS FDDs POR PONTO.	116
	ANEXO G – Diagramas de estabilização ARTeMIS.	140

1 INTRODUÇÃO

A proposta apresentada para esta pesquisa consiste da aplicação de análises modais operacionais em vigas de concreto protendido, visando observar a influência das cargas de protensão nos parâmetros modais. O primeiro capítulo proposto terá como foco a apresentação e contextualização do tema, justificativa para o estudo proposto, exposição dos objetivos e restrições da pesquisa.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

A técnica de protensão de concretos armados surgiu no final do século XIX, tendo sua primeira patente registrada em 1872 pelo engenheiro P. H. Jackson na Califórnia, Estados Unidos da America (EUA), que propôs a utilização de tirantes em blocos individuais para a construção de vigas e arcos. Em 1888, C. W. Doehring desenvolveu na Alemanha a segunda patente registrada de concreto protendido, onde propôs a protensão de lajes por meio de cabos. Estas primeiras tentativas de concreto protendido não foram consideradas bem sucedidas devido à perda da força de protensão, problema esse que seria resolvido apenas no final da década de 20 (NAWY, 2011).

A utilização de vigas de concreto protendido está ligada principalmente à redução das tensões de tração e deflexão e consequente possibilidade de aumento no comprimento de vão destas peças (KIM, JEONG T. *et al.*, 2004; SUN *et al.*, 2014). Devido ao aprimoramento da performance estrutural, a técnica de protensão do concreto armado vem sendo utilizada em diversas estruturas civis, destacando o seu uso em pontes e viadutos com longos vãos livres (CIGADA; CAPRIOLI; VANALI, 2011; JIANG; YE, 2010; ZHANG; LI, 2007).

O envelhecimento, a presença de ambientes progressivamente mais agressivos e o aumento das cargas de serviço aplicadas em estruturas de concreto protendido são os fatores que impulsionaram o estudo da sua integridade estrutural em diversos países (LAW; LU, 2005; LIMONGELLI *et al.*, 2016). De acordo com Toyota et al. (2017) existem 7.133 pontes de concreto protendido no Japão, o que representa 39% de todas as pontes rodoviárias japonesas. Os autores também avaliam que cerca de 33% destas pontes foram construídas a mais de 30 anos, reforçando assim a necessidade da análise da integridade estrutural dessas construções.

É possível encontrar na literatura diversos autores reforçando a necessidade de se desenvolver métodos de monitoramento estrutural de estruturas de concreto protendido, principalmente pelo fato da perda temporal das forças de protensão que são inerentes aos materiais (CIGADA; CAPRIOLI; VANALI, 2011; KIM, JEONG T. *et al.*, 2004; LAW; LU, 2005; LIMONGELLI *et al.*, 2016; NOBLE *et al.*, 2015; NOH *et al.*, 2015; SAIIDI; DOUGLAS; FENG, 1994; ZHANG; LI, 2007).

A perda temporal dessa força de protensão e seu impacto na integridade estrutural de concretos protendidos torna necessária a correta previsão dos seus valores. Porém, caso as estruturas não sejam equipadas com sensores que avaliam essas cargas nos tendões durante a sua fase de construção, o processo de estimativa desses esforços nas cordoalhas torna-se complexo (KIM, JEONG T. *et al.*, 2004; LIMONGELLI *et al.*, 2016; SAIIDI; DOUGLAS; FENG, 1994; TOYOTA *et al.*, 2017; ZHANG; LI, 2007).

Um dos métodos experimentais não destrutivos proposto para a análise de parâmetros dinâmicos e avaliação da performance estrutural de estruturas em concreto armado e protendido é a análise modal operacional (OMA). A utilização dos parâmetros modais na análise da performance estrutural se deve ao fato de esses parâmetros estarem ligados diretamente às propriedades físicas da estrutura.

O método experimental de OMA consiste na caracterização dinâmica de uma estrutura elástica identificando de seus parâmetros modais (frequências naturais, taxas de amortecimento e modos de vibração) ao se processar os dados de vibrações operacionais captadas por sensores posicionados sobre a mesma, em locais previamente escolhidos (BRINCKER; VENTURA, 2015).

As aquisições de dados com uma boa qualidade é um dos fatores determinantes para que a realização de qualquer OMA seja bem-sucedida. Os próprios sensores e os sistemas de aquisição de dados geram ruídos nas aquisições, fazendo-se com que a qualidade de equipamentos e softwares utilizados interfiram diretamente nos resultados dos testes em campo (RAINIERI; FABBROCINO, 2014). Devido a uma constante redução nos preços dos equipamentos e progressos na precisão e sensibilidade dos sistemas de aquisição de dados e sensores para se realizar essas análises, a técnica experimental OMA tem-se destacado dentre outras técnicas de análise dinâmica de estruturas civis (BRINCKER; VENTURA, 2015).

1.2 PERGUNTA DE PESQUISA

As cargas protensão em uma viga de concreto alteram os parâmetros modais desse elemento?

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo do presente trabalho é identificar e avaliar, por meio da análise modal operacional se as forças de protensão em vigas de concreto protendido para um viaduto rodoviário alteram as rigidezes das mesmas.

1.3.2 Objetivo específico

Os objetivos específicos do presente trabalho são:

- Realizar ensaios de análise modal operacional em vigas de concreto protendido antes e após a aplicação das cargas de protensão;
- Obter os parâmetros modais antes e após aplicação das cargas de protensão com o auxílio de modelo numérico baseado no método dos elementos finitos e softwares de identificação estocástica baseado na decomposição no domínio da frequência e identificação estocástica em subespaço;
- Identificar a influência das forças de protensão nos parâmetros modais de vigas em concreto protendido.

1.4 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA

O elevado desempenho proporcionado pelo concreto protendido impulsionou a utilização dessa técnica na construção civil, principalmente em obras de arte como viadutos e pontes. Com o crescente uso do concreto protendido, torna-se necessário um melhor entendimento das características dos mecanismos e do monitoramento desse material.

A avaliação e caracterização dinâmica de concretos protendidos não é um assunto recente. Porém, analisando-se a evolução das pesquisas desenvolvidas nessa área, percebe-se o surgimento de três abordagens distintas sobre o assunto. A primeira hipótese aponta que devido ao fenômeno chamado de “*compression softening*” (relaxamento por compressão) ocorreria a flexibilização das estruturas de concreto protendido devido a força de compressão da protensão (CIGADA;

CAPRIOLI; VANALI, 2011). A segunda abordagem aponta que o fenômeno de “*compression softening*” não é aplicável a estruturas protendidas, e essas forças de compressão não se relacionam com os parâmetros dinâmicos das estruturas (LIMONGELLI *et al.*, 2016; NOBLE *et al.*, 2016). A última abordagem estudada aponta que é possível observar um acréscimo de rigidez na estrutura devido à carga de protensão, modificando assim seus parâmetros dinâmicos (KIM, JEONG T. *et al.*, 2004; KIM, JEONG TAE *et al.*, 2010; TOYOTA *et al.*, 2017).

Considerando a real influência da carga de protensão no comportamento estrutural, modelos numéricos mais confiáveis e que representam melhor as características e o comportamento dinâmico de estruturas em concreto protendido, podem ser obtidos.

1.5 RESTRIÇÕES E LIMITAÇÕES DA PESQUISA

As restrições e limitações observadas na pesquisa proposta estão listadas abaixo:

- Restrição no número de acelerômetros disponíveis para realização dos ensaios de campo;
- Limitação na disposição das cordoalhas de protensão nas peças estudadas devido ao projeto da empresa fabricante das mesmas.

1.6 ESTRUTURA DA PESQUISA

A proposta de pesquisa é dividida em cinco capítulos: a contextualização do tema de pesquisa e revisão bibliográfica, metodologia e métodos utilizados, estudo preliminar, resultados esperados.

No capítulo 2, apresenta-se a revisão teórica, são descritos os conceitos básicos sobre análise modal operacional; processamentos de sinais; e concretos protendidos. Por fim, apresenta-se uma revisão do estado da arte sobre o tema de pesquisa proposto.

A metodologia proposta para a realização do trabalho é discutida no capítulo 3. Nesse capítulo apresenta-se o método de revisão bibliográfica ProKnow-C, as vigas protendidas estudadas, o método de coleta de dados em campo, bem como o procedimento de tratamento dos dados das medições. Os modelos numéricos que serão desenvolvidos e suas calibrações são discutidas ao final desse capítulo.

No capítulo 4 são apresentados os resultados, ou seja, os parâmetros modais antes e após a protensão das vigas.

No capítulo 5 são discutidos os resultados e, finalmente, as conclusões deste trabalho são apresentadas no capítulo 6.

2 REVISÃO TEÓRICA

Neste capítulo são abordados aspectos básicos sobre análise modal operacional, o processamento de sinais e concretos protendidos. A última parte desse capítulo apresentará o estado da arte sobre a influência da carga de protensão nas características dinâmicas de concretos protendidos.

2.1 ANÁLISE MODAL

2.1.1 Análise Modal Experimental

Também conhecida como teste de vibrações forçadas, a análise modal experimental (EMA) é uma técnica que busca identificar as características dinâmicas de estruturas por meio da resposta estrutural oriunda de uma fonte de excitações conhecida (PEETERS; DE ROECK, 2001). Os autores Rune e Ventura (2015) explicam que, as acelerações e excitações no tempo medidas são utilizadas para se criar uma função de resposta de frequência, que são utilizadas para determinar as frequências naturais, modos de vibração e amortecimentos da estrutura real.

2.1.2 Análise Modal Operacional

A EMA enfrenta barreiras na aplicação em estruturas civis. As grandes dimensões e as baixas frequências de vibração destas estruturas obrigam a utilização de equipamentos que interrompem o funcionamento. Esses equipamentos são caros, complexos e eventualmente podem danificar a estrutura em análise (RAINIERI; FABBROCINO, 2014).

De acordo com Brincker e Ventura (2015), a análise modal operacional (OMA), ou *out-put only modal analysis*, é a área de estudo que analisa as propriedades modais de estruturas sob a ação de vibrações ambientes ou condições de operação natural. Rainieri e Fabbrocino (2014) afirmam que essas ações naturais devido aos carregamentos de vento, tráfego de veículos, microtremores e pulsos, substituem as excitações impostas na EMA.

Uma característica importante desses carregamentos naturais ou operacionais consiste no fato de apresentarem aproximadamente a característica de um ruído branco (PEETERS; DE ROECK, 2001). Ruídos brancos são carregamentos cuja energia está distribuída em uma gama de frequências abrangente o suficiente para garantir que a estrutura seja excitada no maior espectro de frequências de suas

características modais, principalmente nos modos de vibração mais relevantes (BRINCKER; VENTURA, 2015).

Brincker e Ventura (2015) afirmam que a técnica da OMA tem se tornado atrativa para o mercado da construção civil principalmente devido a um custo relativamente baixo e rapidez de implementação. Esse baixo custo comparado a outras técnicas de análise de parâmetros estruturais, e outras técnicas não destrutivas, impulsionou o seu uso no monitoramento da integridade estrutural de diversos tipos de estrutura (CIGADA; CAPRIOLI; VANALI, 2011; KIM, JEONG TAE *et al.*, 2010; NOH *et al.*, 2015). O processo de monitoramento da integridade estrutural envolve uma análise estatística de diversos sensores que irão medir a resposta dinâmica da estrutura ao longo da sua vida útil (SOHN; FARRAR, 2001).

2.2 PROCESSAMENTO DE SINAIS

2.2.1 Teorema da amostragem

O teorema da amostragem é um dos principais teoremas da análise de sinais digitais. Esse teorema propõe que os sinais analógicos podem ser representados unicamente por suas amostras discretas se, e somente se, a frequência amostrada for maior do que o dobro do intervalo de frequências (banda) do sinal analógico (BRANDT, 2011). A equação (1) abaixo representa a reconstrução do sinal analógico de acordo com o teorema da amostragem:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \text{sinc}[f_s(t - n\Delta t)] \quad (1)$$

onde

$$\text{sinc}(\phi) = \frac{\sin(\pi\phi)}{\pi\phi} \quad (2)$$

Por definição, a metade da frequência de amostragem ($f_s/2$) é chamada de frequência Nyquist.

Caso esse teorema seja verdadeiro, isto significa que todas as informações do sinal analógico estarão presentes no sinal digital medido.

Caso o teorema não seja verdadeiro, o que se observa é o fenômeno denominado de *aliasing* e *frequency-folding*. Esses fenômenos estão ligados a uma falsa interpretação das frequências dos sinais medidos, onde, ao se fazer a amostragem

de um sinal que possua frequência maior do que a frequência Nyquist, ele será representado como um sinal de frequência mais baixas (BRANDT, 2011).

2.2.2 Função de Correlação

Como já discutido, o estudo de vibrações está geralmente relacionado a fontes com características randômicas. Na análise de sinais de natureza randômica é comum utilizar a teoria de processos estocásticos para se descrever um sinal.

De acordo com Brandt (2011), a função de correlação pode ser interpretada como uma medida de similaridade entre um sinal e outro (correlação cruzada) ou entre um sinal e a sua versão deslocada por tempo τ (auto correlação). A equação (3) apresenta a formulação da função de auto correlação:

$$R_{xx}(\tau) = E[x(t)x(t - \tau)] \quad (3)$$

E a formulação da função de correlação cruzada é dada por:

$$R_{yx}(\tau) = E[y(t)x(t - \tau)] \quad (4)$$

Onde $E[x(n)]$ é o valor esperado, que pode ser interpretado como a média de uma variável aleatória x para um número N infinito de valores. O valor esperado é definido por:

$$E[x(n)] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{2N + 1} \sum_{n=-N}^N x \quad (5)$$

A correlação cruzada pode ser definida também como a média do produto cruzado dos sinais. Isto significa que, caso a média entre os sinais seja igual a zero, esses sinais são não correlacionados. Caso esta média seja diferente de zero, os sinais são considerados dependentes e existe uma relação linear entre eles.

2.2.3 Séries de Fourier

As séries de Fourier podem ser utilizadas para descrever carregamentos periódicos por meio de uma soma de senos e cossenos. Sua formulação está expressa na equação (6) em sua forma matemática clássica.

$$x_p(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\left(\frac{2\pi k}{T_p} t\right) + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \sin\left(\frac{2\pi k}{T_p} t\right) \quad (6)$$

Onde T_p é o período do sinal.

Uma interpretação física dessa equação pode ser obtida por meio de um tratamento trigonométrico conforme a equação (7).

$$x_p(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a'_k \cos\left(\frac{2\pi k}{T_p} t + \phi_k\right) \quad (7)$$

Onde ϕ_k é o ângulo de fase para cada senoide

$$\phi_k = \arctan\left(\frac{b_k}{a_k}\right) \quad (8)$$

e

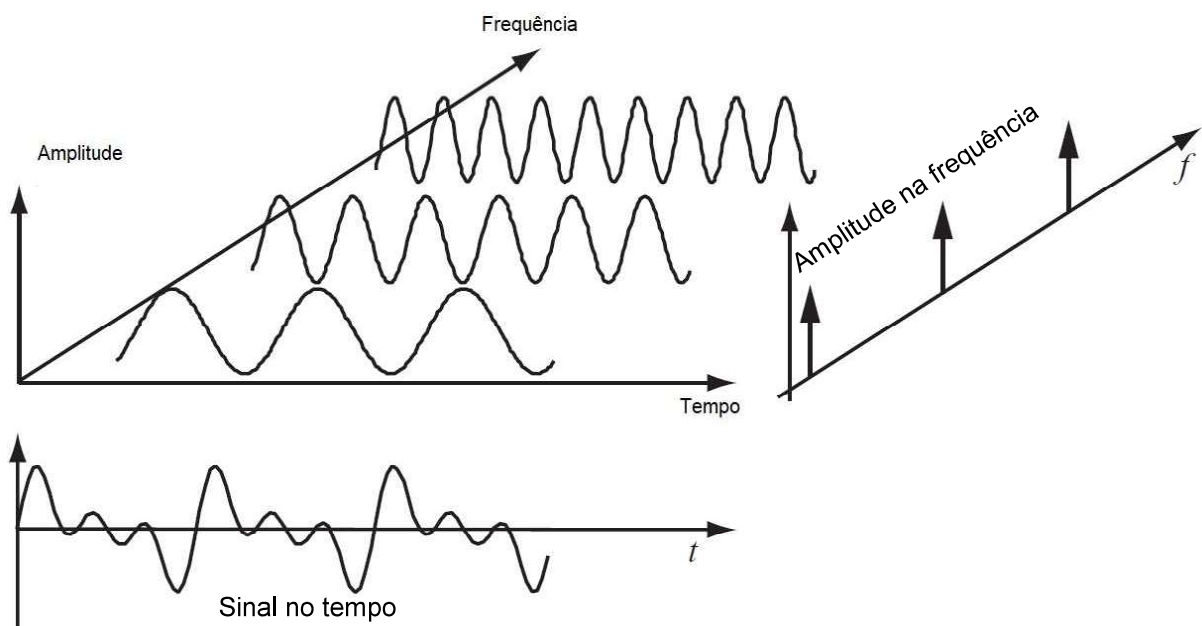
$$a'_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad (9)$$

Outra forma de se representar a série de Fourier por meio de um coeficiente complexo c_k , dado por:

$$x_p(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{\frac{j2\pi k}{T_p} t} \quad (10)$$

A Figura 1 abaixo apresenta o espectro de frequências obtido por meio da FFT de um sinal. A figura também mostra a representação do mesmo sinal no domínio do tempo.

Figura 1 - Sinal em diferentes ângulos nos domínios do tempo e da frequência



Fonte: (BRANDT, 2011, p. 170)

2.2.4 Densidade de energia do espectral

Sinais randômicos apresentam características semelhantes aos ruídos brancos, conforme já discutido. Isto significa que além de não apresentarem um período definido ($T_p \rightarrow \infty$) esses sinais apresentam um espectro contínuo de frequências. Desta forma, é necessário descrever esses sinais por meio de uma função de densidade do mesmo. Esta função é denominada como densidade de energia do espectral (PSD – do inglês “*Power Spectral Density*”) (BRANDT, 2011). Os softwares normalmente utilizam da técnica de Welch para a obtenção de espectros, porém, bons resultados têm sido obtidos utilizando a densidade de energia espectral de Blackman-Tukey

A PSD pode ser obtida por meio de uma derivação da função de correlação direta dos dados, porém, é comum tratar a mesma como a transformada de Fourier ($\mathcal{F}$) direta da função de auto correlação expressa como:

$$S_{xx}(f) = \mathcal{F}[R_{xx}(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (11)$$

De forma análoga, a densidade espectral cruzada é dada por:

$$S_{yx}(f) = \mathcal{F}[R_{yx}(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_{yx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau \quad (12)$$

2.2.5 Decomposição no domínio da frequência

Na análise modal operacional, é possível realizar a correlação dos sinais medidos por N equipamentos de forma que as funções de correlação possam ser organizada na forma de uma forma matricial (**C**). Essa matriz possui tanto as auto correlações quanto as correlações cruzadas entre os sinais medidos (BRINCKER; VENTURA, 2015):

$$\mathbf{C} = E[\mathbf{y}(t)\mathbf{y}^T(t + \tau)] \quad (13)$$

Onde $\mathbf{y}(t) = \{y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)\}^T$ é o vetor de respostas das N medições. Esta matriz além de ser simétrica tem seus valores da diagonal principal correspondentes aos valores de auto correlação, enquanto os outros valores correspondem às correlações cruzadas entre as medições.

A decomposição no domínio da frequência (FDD – do inglês “*Frequency Domain Decomposition*”) foi desenvolvida por Brincker et al. (2001). Os autores propuseram

realizar uma decomposição dos valores singulares (SVD – do inglês “*Singular Value Decomposition*”) da PSD obtida por meio da FFT da matriz de Correlação (**C**).

Transformando a resposta dos sinais **y**(t) na forma de vetores normais e coordenadas modais torna-se simples analisar a técnica da FDD, equação (14):

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{a}_1 q_1(t) + \mathbf{a}_2 q_2(t) + \cdots = \mathbf{A}\mathbf{q}(t) \quad (14)$$

Onde **A** é a matriz contendo os modos de vibração e **q**(t) é um vetor coluna das coordenadas modais. De acordo com Brincker et al.(2001), aplicando-se a função de correlação de matriz na resposta **Aq**(t) e lembrando que **A** é complexa, obtém-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_y(\tau) &= E[\mathbf{y}(t)\mathbf{y}^T(t + \tau)] \\ &= \mathbf{A}E[\mathbf{q}(t)\mathbf{q}^T(t + \tau)]\mathbf{A}^T \\ &= \mathbf{A}\mathbf{R}_q(\tau)\mathbf{A}^T \end{aligned} \quad (15)$$

Onde **R_q**(τ) é a matriz de função de correlação das coordenadas modais. Realizando a FFT em ambos os lados da equação (15) é obtida a matriz e densidade espectral.

$$\mathbf{G}_y(f) = \mathbf{A}\mathbf{G}_q(f)\mathbf{A}^H \quad (16)$$

Considerando que os modos de vibração são livremente independentes, a matriz de densidade espectral das coordenadas modais (**G_y**(f)) é diagonal, desta forma a eq. (16) pode ser dada por:

$$\mathbf{G}_y(f) = \mathbf{A}[g_n^2(f)]\mathbf{A}^H \quad (17)$$

Onde **g_n²**(f) são os valores diagonais e representam as autodensidades espectrais de **G_q**(f).

Assim, ao realizarmos a SDV da matriz de densidade espectral chega-se a expressão:

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_y(f) &= \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{U}^H \\ &= \mathbf{U}[\mathbf{s}_n^2]\mathbf{U}^H \end{aligned} \quad (18)$$

Onde os valores **s_n²** da matriz diagonal **S** são os autovalores de **G_y**(f) e estão relacionados às frequências naturais. O vetor singular contido na matriz **U** = [**u₁**, **u₂**, ...] são os autovetores de **G_y**(f) e podem ser interpretados como os modos de vibração da estrutura.

2.2.6 Identificação estocástica em subespaço

A identificação do subespaço estocástico (SSI – do inglês “*Stochastic Subspace Identification*”) é uma método de identificação de modelos de sistemas e sistemas dinâmicos utilizando equações que estão em função de tempos discretos (VAN OVERSCHEE; DE MOOR, 2012).

A equação (19) que descreve um sistema com múltiplo graus de liberdade é apresentada para um tempo contínuo

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{U}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{U}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (19)$$

A maneira mais simples de transformar esse tempo contínuo em tempos discretos é introduzindo as formulações para a representação no espaço de estados (BRINCKER; ANDERSEN, 2006).

$$\mathbf{x}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{y}(t) \\ \dot{\mathbf{y}}(t) \end{Bmatrix} \quad (20)$$

Onde $\mathbf{x}(t)$ denota o estado do sistema. A equação (19) pode ser então reduzida para um sistema de equação de primeira ordem dado por:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{C} \mathbf{x}(t) \end{aligned} \quad (21)$$

Onde $\mathbf{f}(t)$ são os dados de entrada do sistema dinâmico e as matrizes $\mathbf{A}_c$ é a matriz do sistema e a matriz $\mathbf{B}$ é a dos carregamentos. Elas podem ser definidas como:

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \quad (23)$$

A solução geral para esse sistema em tempos discretos pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \exp(\mathbf{A}_c k \Delta t) \mathbf{x}_0 = \mathbf{A}_d^k \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{A}_d &= \exp(\mathbf{A}_c \Delta t) \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{C} \mathbf{A}_d^k \mathbf{x}_0 \end{aligned} \quad (24)$$

Os dados de entrada $\mathbf{Y}$ das N aquisições são organizados na forma de uma matriz Block Hankel definida na SSI como:

Onde o bloco superior da matriz $\mathbf{Y}_{hp}$ é denominado o passado e o bloco inferior $\mathbf{Y}_{hf}$ é denominada o futuro. Os dados totais estão deslocados no tempo por $2s$ que representa o número de linhas do bloco. O número de colunas em uma matriz Block

$$Y_h = \begin{bmatrix} Y_{(1:N-2s)} \\ Y_{(2:N-2s+1)} \\ \vdots \\ Y_{(2s:N)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{hp} \\ Y_{hf} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Hankel é igual a $N-2s$ e o número total de linhas é $2sM$ onde M é o número e canais de medições (BRINCKER; ANDERSEN, 2006).

A técnica da SSI introduz a ferramenta geométrica de projeção, que ao ser aplicada para respostas estocásticas é definida como uma média condicional. A média condicional para dados com distribuição Gaussianos pode ser totalmente descrita por suas covariâncias. A matriz O representa a projeção do bloco do futuro no bloco do passado de uma matriz Block Hankel.

$$O = E(Y_{hf} | Y_{hp}) \quad (26)$$

Como a projeção também pode ser definida como covariâncias a matriz O também pode ser definida como:

$$O = Y_{hf} Y_{hp}^T (Y_{hp} Y_{hp}^T)^{-1} Y_{hp} \quad (27)$$

Onde o produto das quatro primeiras matrizes consiste na covariância entre os diferentes canais com diferentes atrasos no tempo. A média condicional definida consiste em decaimentos simples especificados por condições específicas da matriz Y_{hp} , onde cada coluna da matriz O representa um decaimento livre do sistema definido por condições iniciais específicas. Utilizando a resposta generalizada definida na equação (24), a matriz O pode ser definida como:

$$O_{col} = \Gamma_s x_0$$

$$\Gamma_s = \begin{bmatrix} C \\ CA_d \\ CA_d^2 \\ \vdots \\ CA_d^{s-1} \end{bmatrix} \quad (28)$$

Onde Γ_s é denominada de matriz de observabilidade.

Introduzindo os estados de Kalman e definindo matriz O através de sua SVD podemos definir que:

$$O = USV^T \quad (29)$$

Por aproximação, as matrizes de observabilidade e de estado podem ser estimadas como

$$\widehat{\Gamma} = US^{1/2} \quad (30)$$

$$\widehat{X}_0 = S^{1/2}V^T \quad (31)$$

A matriz do sistema discreto A_d pode ser obtida da matriz de observabilidade, estimada pela equação (30), retirando um bloco superior e um bloco inferior obtendo-se:

$$\widehat{\Gamma}_{(2:s)} \hat{A}_d = \widehat{\Gamma}_{(1:s-1)} \quad (32)$$

Utilizando uma regressão na equação (56) é possível obter a equação do sistema discreto. A matriz de observação do sistema discreto C pode ser obtida simplesmente isolando o primeiro bloco da matriz de observabilidade:

$$\widehat{C} = \widehat{\Gamma}_{(1:1)} \quad (33)$$

Realizando a SVD da matriz do sistema $\hat{A}_d$ é possível obter as frequências naturais do sistema discreto e as frequências naturais do sistema em tempo contínuo com seus respectivos amortecimentos.

$$\hat{A}_d = \Psi[\mu_i]\Psi^{-1} \quad (34)$$

Os valores da matriz diagonal μ_i são denominados de polos de tempo em tempo discreto. Os polos de tempo em tempo contínuo podem ser obtidos por:

$$\mu_i = \exp(\lambda_i) \quad (35)$$

Através das seguintes fórmulas é possível obter as frequências naturais f e amortecimentos ζ_i .

$$\begin{aligned} \lambda_i &= \frac{\ln(\mu_i)}{\Delta T} \\ \omega_i &= |\lambda_i| \\ f_i &= \frac{\omega_i}{2\pi} \\ \zeta_i &= \frac{Re(\lambda_i)}{|\lambda_i|} \end{aligned} \quad (36)$$

A matriz Φ que contem os modos de vibração pode ser obtida através da seguinte equação:

$$\Phi = C\Psi \quad (37)$$

2.3 CONCRETO PROTENDIDO

Concreto protendido é aquele em que forças internas de compressão de magnitude desejada são induzidas no material de forma a combater os esforços provenientes dos carregamentos externos até um nível definido (RAJU, 2006). De acordo com Raju (2006), para os concretos armados, estas forças de compressão são normalmente aplicadas por meio do tração da armadura.

A necessidade do desenvolvimento de um material como o concreto protendido surgiu do contraste entre a alta resistência à compressão e a baixa resistência à tração dos concretos convencionais (NAWY, 2011). Aplicando-se um esforço permanente de compressão no concreto, de forma a combater os esforços solicitantes, cria-se uma aparente maior resistência à tração do material. As tensões de tração proveniente dos carregamentos externos tendem a ser anuladas pelos efeitos causados pelo carregamento de protensão (RAJU, 2006).

De acordo com Nawy (2011), uma forma simplificada para o cálculo da tensão de protensão de concretos, considerando uma viga homogênea e elástica, consiste no equilíbrio de forças entre a carga de protensão, o momento gerado pela excentricidade desta carga e o momento fletor causado pelas cargas verticais. Esta dedução é feita nas Equações (38) e (39) a seguir

$$f^t = -\frac{P}{A_c} + \frac{P * ec}{I_g} - \frac{Mc}{I_g} \quad (38)$$

$$f_b = -\frac{P}{A_c} - \frac{P * ec}{I_g} - \frac{Mc}{I_g} \quad (39)$$

Onde P é a carga de compressão

A_c é a área da seção transversal da viga

f^t é a tensão na fibra superior do concreto

f_b é a tensão na fibra inferior do concreto

c é o centro de gravidade

ec é a excentricidade da cordoalha

I_g é o momento de inércia da viga

M é o momento fletor máximo causado pelos carregamentos verticais

O coeficiente (γ), dado pela equação (40), representa a perda parcial da protensão entre o período inicial e na situação de serviço da estrutura,

$$\gamma = \frac{P_e}{P_i} \quad (40)$$

e substituindo I_g/A_c por r^2 , onde r é um raio de giração, as equações (38) e (39) podem ser dadas por

$$f^t = -\frac{P_i}{A_c} \left(1 - \frac{ec_t}{r^2} \right) - \frac{M_T}{S^t} \quad (41)$$

$$f_b = -\frac{P_i}{A_c} \left(1 + \frac{ec_t}{r^2} \right) + \frac{M_T}{S_b} \quad (42)$$

onde S^t e S_b são os módulos de resistência elásticos nas fibras superior e inferior, respectivamente.

2.3.1 Sistemas de aplicação de protensão

A carga de protensão em concretos é realizada por meio da tração e ancoragem de cabos de aço, ou cordoalhas. Os sistemas de protensão das cordoalhas podem ser divididos em dois, sistema com armaduras pré-tracionadas e sistema de armaduras pós-tracionadas (PFEIL, 1983).

O sistema com armaduras pré-tracionadas, o mais utilizado em processos de pré-fabricados, pode ser dividido em três etapas, tração das cordoalhas, concretagem da peça e rompimento dos cabos e aplicação da carga de protensão no concreto. Deve-se ressaltar que o rompimento das cordoalhas e consequente aplicação da força de tração no concreto só deve ser realizado após o mesmo atingir a resistência especificada em projeto (PFEIL, 1983).

No sistema com armaduras pós-tensionadas as cordoalhas serão tracionadas e ancoradas após a concretagem e obtenção da devida resistência do concreto. Nesse sistema as forças de protensão não são transferidas necessariamente por aderência. A ancoragem das cordoalhas nesse sistema é feita nas faces do elemento por meio de dispositivos mecânicos (PFEIL, 1983).

De acordo com Pfeil (1983) existem diferentes classificações para o sistema de armaduras pós-tracionadas, sendo elas:

- Quanto à posição relativa da cordoalha: cabos internos e cabos externos;
- Quanto à ligação entre cordoalha e concreto: cabos aderentes e cabos não aderentes;

- Quanto à constituição dos cabos: cabos isolados ou independentes e cabos concentrados.

2.3.2 Perda parcial de protensão

Um importante parâmetro de projeto para elementos protendidos é a estimativa da perda da força de protensão (RAJU, 2006). De acordo com Nawy (2011), é um fato que a força de protensão inicial sofrerá uma redução gradual ao longo dos anos e, por isso, é importante determinar os níveis de protensão ao longo da vida útil de estruturas protendidas.

As perdas de protensão podem ser classificadas em dois grupo: perdas imediatas, observadas no ato de tração e ancoragem das cordoalhas; e perdas retardadas, observadas ao longo dos anos (PFEIL, 1983).

As perdas imediatas devem-se a três fatores, o encurtamento elástico do concreto, o processo de ancoragem e por fricção.

As perdas por deformação elástica do concreto são decorrentes de um encurtamento do concreto. Para concretos com armadura pré-tracionada, o encurtamento elástico ocorre imediatamente após a transferência dos esforços das cordoalhas para o concreto. Em concretos com armadura pós-tracionada, o encurtamento elástico acontece antes do ancoramento das cordoalhas, porém, como todas elas não são ancoradas simultaneamente, os cabos irão sofrer encurtamentos diferentes (PFEIL, 1983).

As perdas na ancoragem ocorrem após a tração da cordoalha e remoção do macaco de protensão. A perda se dará devido a um deslizamento da cordoalha na cunha de fricção onde ocorre a ancoragem das cordoalhas, ou devido a um acomodamento das cabeças de ancoragem no concreto (RAJU, 2006).

A perda de protensão por fricção ocorre em elementos pós-tensionados devido à fricção da cordoalha com o concreto que o rodeiam. A magnitude da perda observada devido a esse fenômeno está ligada à forma e alinhamento da cordoalha, chamado de efeito de curvatura, e variações locais desse alinhamento, chamado de efeito *Wobble* (NAWY, 2011)

Já as perdas retardadas podem ser devido à retração do concreto, fluência do concreto, relaxamento do aço e perdas devido a efeitos da temperatura.

A retração do concreto resulta em um encurtamento nas cordoalhas e consequente perda de protensão. A retração do concreto é influenciada pelo tipo de

cimento, agregados, e método de cura. Porém, a causa primária para a ocorrência da retração é a perda progressiva de água do concreto (RAJU, 2006).

A fluência do concreto em elementos protendidos resulta em uma perda da carga de protensão no aço tracionado. Esta perda está ligada aos mesmos fatores que influenciam a perda por retração do concreto (NAWY, 2011).

As perdas por relaxação do aço ocorrem devido às elevadas tensões que são aplicadas nas cordoalhas. Estas perdas são influenciadas pelas características metalúrgicas do aço, tensão de protensão do aço e a temperatura ambiente. (PFEIL, 1983)

De acordo com Raju (2006) outro fator de perda que deve ser levado em consideração é a perda devido a efeitos da temperatura. Estas perdas podem estar ligadas à uma elevação abrupta na temperatura ambiente influenciando a retração do concreto, ou influenciando o alongamento sofrido pelas cordoalhas. Desta forma, o autor salienta a necessidade de se considerar essas perdas por variação de temperatura caso elas ocorram entre a tração das cordoalhas e transferência de esforços.

2.4 ESTADO DA ARTE

Nas últimas décadas diversos autores pesquisaram a influência da carga de protensão na rigidez de peças de concreto protendido. Kim et al. (2004), Kim et al. (2010), Limongelli et al. (2016) e Toyota et al. (2017) ressaltaram a importância do estudo dessa influência como uma forma de identificar a força de protensão atuante em estruturas de concreto protendido para se fazer o correto monitoramento da integridade estrutural. Sun et al. (2014), Law e Lu (2005) e Saiidi et al. (1994) analisam esta relação como uma forma de se prever e planejar de forma mais precisa os serviços de manutenções e reparos em peças protendidas. Hamed e Frostig (2006), Noble et al. (2015) e Noble et al. (2016) ressaltaram a importância do conhecimento da influência da protensão na rigidez de estruturas para projetos que sofrem com ações dinâmicas constantes.

A revisão da literatura sobre a influência da carga de protensão na rigidez de estruturas de concreto armado apresenta três hipóteses distintas sobre o comportamento destas.

A primeira abordagem argumenta que as frequências naturais de estruturas de concreto protendido reduzem ao se aplicar a carga de protensão. Isto ocorre devido a

uma flexibilização da mesma. Esse efeito é chamado de “*compression softening*” Para explicar a redução nas frequências e rigidez das peças os autores Law e Lu (2005) e Saiidi et al. (1994) apresentaram uma formulação derivada da equação das vigas de Euler-Bernoulli, Jiang e Ye (2010) utilizaram da formulação de vigas de Timoshenko e Cigada, Caprioli e Vanali. (2011) e Miyamoto et al. (2000) utilizaram formulações derivadas da equação de movimento da dinâmica das estruturas. Os autores Cigada, Caprioli e Vanali. (2011), Miyamoto et al. (2000) e Saiidi et al. (1994) comprovaram as suas formulações por meio de experimentos.

A segunda hipótese observada na revisão da literatura é a de que a força de protensão não interfere nos parâmetros modais de estruturas de concreto protendido. Hamed e Frosting (2006) desenvolveram sua formulação por meio do princípio de Hamilton e aplicam em diversos modelos numéricos variando cargas de protensão. Limongelli et al. (2016) e Noh et al. (2015) utilizaram de formulações baseadas na teoria das vigas de Euler-Bernoulli, porém, por meio de seus experimentos observaram que a força de protensão não interfere nas frequências naturais. Noble et al. (2016) utilizaram a derivação da rigidez de uma viga no meio do vão para estimar a rigidez e frequências naturais da estrutura estudada, comprovando por meio de seus experimentos que não há relação entre força e protensão e parâmetros modais.

A terceira abordagem observada é a de que existe uma relação entre a magnitude da força de protensão e os parâmetros modais de elementos de concreto protendido. Esse comportamento se deve ao fato desses elementos serem complexos, logo não seria possível explicar a influência da carga de protensão por meio das teorias de vigas clássicas. Os autores Cury, Cremona e Dumoulin (2012) Kim et al. (2010) , Toyota et al. (2017) e Zhang e Li (2007) realizaram experimentos que comprovaram a terceira abordagem. Kim et al. (2004) desenvolveram um modelo numérico inverso para obtenção de frequências naturais onde é considerado um enrijecimento devido à força de protensão e o aplicou nos resultados obtidos por Saiidi et al. (1994), observando respostas relativamente precisas.

Com relação aos métodos de ensaios encontrados na bibliografia, destaca-se que todos os artigos estudados que realizaram experimentos utilizaram a análise modal experimental em seus estudos com exceção de Cury, Cremona e Dumoulin (2012), que utilizaram da análise modal operacional.

Saiidi et al. (1994) realizaram a análise modal em uma ponte de concreto pós-tensionado e realizaram também ensaios laboratoriais de uma viga que representava

as existentes na ponte. A prova de carga consistiu em um caminhão relativamente pesado gerando um impacto passando sobre um bloco de madeira posicionado sobre a ponte. Para a viga de ensaio dinâmico laboratorial foi utilizado um martelo de impacto. A taxa de amostragem dos experimentos foi estipulada em 50Hz.

Miyamoto et al. (2000) realizaram ensaios dinâmicos em vigas com variações de excentricidade nas cordoalhas, carga e protensão por meio do martelo de impacto. A taxa de amostragem do experimento não foi especificada pelos autores.

Zhang e Li (2007) realizaram uma análise laboratorial de cinco vigas com diferentes cargas de protensão, excentricidade das cordoalhas e variando entre cordoalhas vinculadas e não vinculadas. Os autores utilizaram um instrumento de medição de vibrações DH5938, com uma taxa de amostragem de 1kHz

Cigada, Caprioli e Vanali. (2011) realizaram uma análise laboratorial de uma viga cuja carga de protensão foi reduzida. Também foi utilizado o martelo de impacto para realizar as medições com uma taxa de amostragem de 200Hz.

Kim et al. (2010) realizaram uma análise laboratorial onde a carga de protensão foi gradativamente reduzida. Eles utilizaram o teste com martelo de impacto e um teste de impedância para avaliar os parâmetros modais da viga. O teste de impedância avalia uma variação local da impedância eletromagnética como uma forma de detecção de dano local na estrutura.

Cury, Cremona e Dumoulin (2012) realizaram um estudo a longo prazo de uma ponte de vigas caixão protendidas que sofreu um reparo e consequente aumento da carga de protensão. Os autores utilizaram a análise modal operacional para experimentar a ponte e foi utilizada uma taxa de amostragem de 250 Hz.

Noh et al. (2015) realizaram um experimento similar ao de Miyamoto et al. (2000) onde as excentricidades dos tendões foram alteradas junto à carga de protensão. Para o experimento também foi utilizado a análise por meio do martelo de impacto e não foram definidas taxas de amostragem.

Limongelli et al. (2016) realizaram testes com martelo de impacto e varredura de senos por meio de vibradores em vigas em diferentes estados de protensão e fissuras. A taxa de amostragem adotada para os experimentos foi de 5 a 200 Hz.

Noble et al. (2016) assim como os outros autores utilizaram do martelo de impacto para analisar nove vigas com excentricidades diferentes e cargas de protensão variando. A taxa de amostragem utilizada nos experimentos foi de 10kHz.

Toyota et al. (2017) realizaram os testes dinâmicos por meio de um vibrador cuja força, amplitude e frequência de vibração podia ser alterada. A taxa de amostragem utilizada nesse experimento foi de 1kHz.

Com relação aos resultados alcançados, concordância com a teoria proposta e método de análise dos dados obtidos, não foi possível observar um padrão, porém a transformada rápida de Fourier e a decomposição no domínio da frequência foram as técnicas de análise mais utilizadas nos trabalhos descritos.

Saiidi et al. (1994) utilizaram a técnica da transformada rápida de Fourier para tratar os dados obtidos nos ensaios dinâmicos laboratoriais. Os resultados apresentados pelos autores entraram em conflito com a ideia inicial apresentada de que ocorreria uma redução na rigidez da estrutura, porém eles afirmaram que o ganho de rigidez se foi devido a uma redução nas microfissuras do concreto. Os resultados para as duas primeiras frequências naturais e estimativa de rigidez em função da carga de protensão são apresentados na Tabela 1.

Miyamoto et al. (2000), para calcular os resultados dos testes desenvolvidos, utilizaram uma função de transferência obtida por meio da média de 8 dos 10 resultados das transformadas rápidas de Fourier. Os autores perceberam em seus resultados que com a variação da excentricidade a influência a carga de protensão na rigidez passou a existir. Logo, assim como Saiidi et al. (1994), apesar de esperar resultados inferiores de frequências provenientes de um relaxamento estrutural, para excentricidades dos tendões maiores, quanto maior a força de protensão, maiores frequências eram obtidas. A Tabela 2 apresenta os valores das três primeiras frequências naturais variando a carga de protensão para quatro vigas com excentricidades de cordoalhas diferentes, sendo as vigas 1 e 3 com cordoalhas de aço e as vigas 2 e 4 com tendões de polímero reforçado com fibra de aramida.

Zhang e Li (2007) não especificaram o método de processamento dos sinais medidos em seus experimentos. No entanto, eles puderam observar que com o aumento da carga de protensão as frequências naturais também aumentaram, conforme previsto na formulação proposta pelos mesmos. A Tabela 3 mostra as frequências naturais dos dois primeiros modos de vibração das vigas analisadas variando a força de protensão. O vínculo analisado no trabalho diz respeito à técnica utilizada, onde os tendões sem vínculo são encapsulados em tubos de plástico e os tendões com vínculo têm aderência direta com o concreto.

Tabela 1 - Frequências medidas e efetiva rigidez da viga

Força Axial (lb)	f1 (Hz)	f2 (Hz)	$(EI)_e * 10^{-8}(\text{lb. in.}^2)$
0	11,41	43,99	1,021
6010	13,47	44,89	1,549
12720	14,15	45,71	1,837
18180	14,49	45,57	2,029
26990	14,72	45,86	2,266
29090	14,97	45,10	2,369
29510	15,07	45,87	2,401
29200	14,78	45,86	2,327
20280	14,72	46,20	2,215
19230	14,95	46,32	2,160
16396	14,72	46,05	2,044
12726	13,63	45,42	1,724
8108	12,89	44,69	1,473
3492	12,09	44,11	1,220

Nota: 1lb=4,448N; 1in = 25,4mm

Fonte: Adaptado de (SAIDI; DOUGLAS; FENG, 1994)

Tabela 2 - Lista dos resultados dos testes (frequências naturais f1~f3)

Espécime	PS (kN)	f1 (Hz)	f2 (Hz)	f3 (Hz)
No.1 excentricidade 0,1	Sem Protensão	56,32	174,51	453,25
	9,8	56,72	176,99	446,45
	29,4	54,42	172,96	437,10
	-	-	-	-
No.2 excentricidade 0,1	Sem Protensão	53,40	173,24	432,47
	19,6	53,45	173,08	421,14
	39,2	53,22	172,29	-
	58,8	53,10	172,52	405,87
No. 3 excentricidade 1,0	Sem Protensão	52,18	159,64	374,78
	14,7	54,38	161,11	383,81
	19,6	54,06	161,70	-
	24,5	54,47	162,04	395,62
No. 4 excentricidade 1,0	Sem Protensão	51,60	174,19	395,64
	14,7	56,72	176,26	415,01
	19,6	56,41	177,23	410,47
	24,5	56,72	177,31	417,27

Fonte: Adaptado de. (MIYAMOTO *et al.*, 2000)

Tabela 3 - Frequências medidas das vigas de concreto protendido

Força de protensão (kN)	Frequências medidas (Hz)						
	Viga com Tendões lineares e sem vínculo		Viga com Tendões curvos e sem vínculo		Viga com Tendões com vínculo		
	Modo 1	Modo 2	Modo 1	Modo 2	Nº viga	Modo 1	Modo 2
0	28,36	100,71	29,08	97,08	-	-	-
20	28,36	102,67	29,15	100,16	-	-	-
40	28,83	103,09	29,07	99,92	-	-	-
60	29,32	104,07	29,07	99,43	B1	28,34	97,23
80	29,48	105,05	29,00	99,25	B2	29,33	98,82
100	29,69	105,50	29,17	99,41	B3	29,44	100,11
120	29,80	105,53	-	-	-	-	-

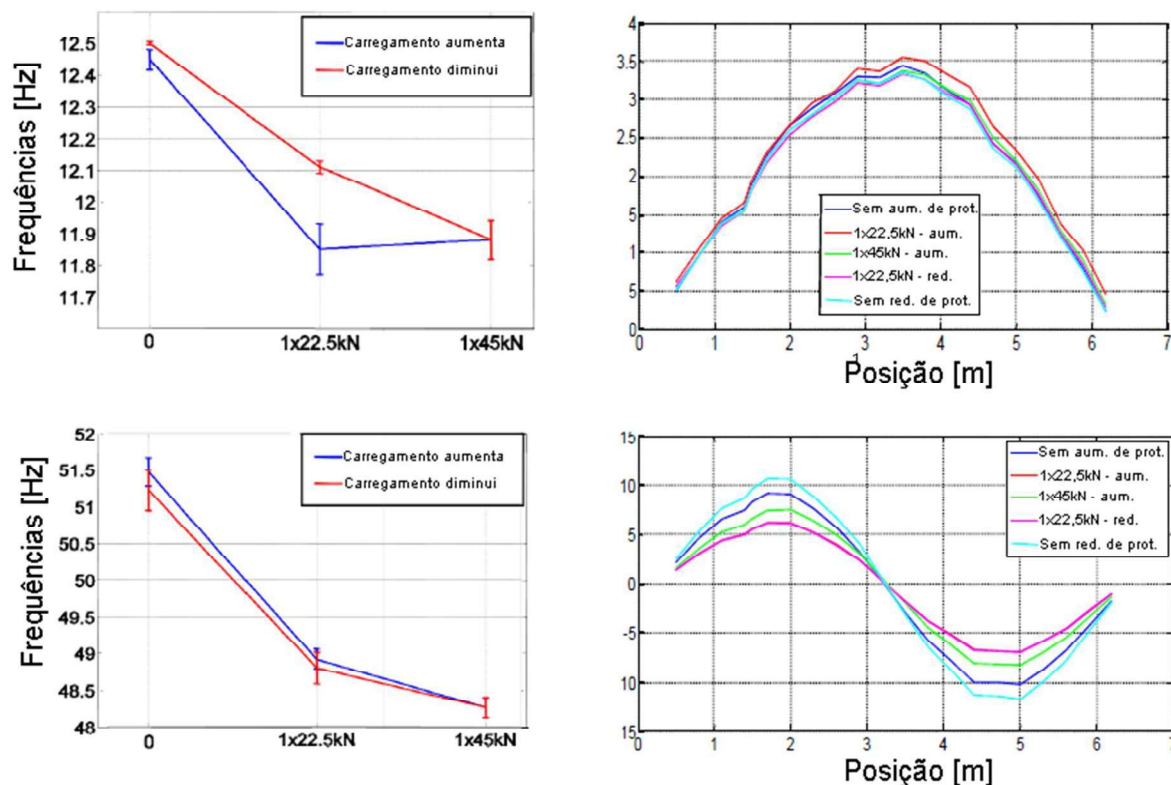
Fonte: Fonte: Adaptado de. (ZHANG; LI, 2007)

Cigada, Caprioli e Vanali. (2011) também não especificaram qual método de tratamento de dados foi utilizado nas medições laboratoriais realizadas. Os resultados apresentados pelos autores comprovam a teoria de relaxamento por compressão apresentada pelos mesmos. A Figura 2 mostra a variação da primeira e segunda frequência natural e modo de vibração quando a carga de protensão na viga estudada aumenta e diminui.

Kim et al. (2010) realizaram o método da FDD dos dados obtidos das medições laboratoriais. Conforme proposto na formulação matemática dos autores, as frequências naturais medidas aumentaram com o aumento da carga de protensão. A Tabela 4 mostra a variação das quatro primeiras frequências naturais ao variar a força de protensão.

Noh et al. (2015) realizaram o método de decomposição no domínio do tempo para analisar os dados obtidos em seus experimentos. Os autores afirmam que apesar de ocorrer um aumento nas frequências naturais ao aumentar a força de protensão, conforme previsto pelos mesmos, eles consideraram a variação muito pequena para avaliar a força de tração no aço. A Tabela 5 apresenta as frequências naturais dos dois primeiros modos de vibração variando a carga de protensão.

Figura 2 - Frequências naturais e modos de vibração (1º e 2º modo) medidos aumentando-se e reduzindo-se a carga de protensão



Fonte: Adaptado de (CIGADA; CAPRIOLI; VANALI, 2011)

Tabela 4 - Frequências naturais para cinco níveis de protensão e um nível sem protensão

Força de Protensão (kN)	Frequência natural (Hz)			
	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
117,6	23,72	102,54	228,87	294,32
98,0	23,60	101,70	227,16	291,92
78,4	23,39	101,65	225,93	288,54
58,8	23,23	101,39	224,20	287,59
39,2	23,08	98,73	221,76	284,09
0	22,73	98,42	218,80	280,74

Fonte: Adaptado de (KIM, JEONG TAE *et al.*, 2010)

Tabela 5 –Variação da frequência natural (Hz)

Modo	0Pmax (0 ton)		0.25Pmax (27 ton)	0,50Pmax (54 ton)	0,75Pmax (81 ton)	1,0Pmax (108 ton)
	Análise	Experimento				
1º Modo	22,91	20,51	20,39	20,51	20,51	20,57
2º Modo	88,64	77,76	79,10	77,45	79,53	77,82

Fonte: Adaptado de (NOH *et al.*, 2015)

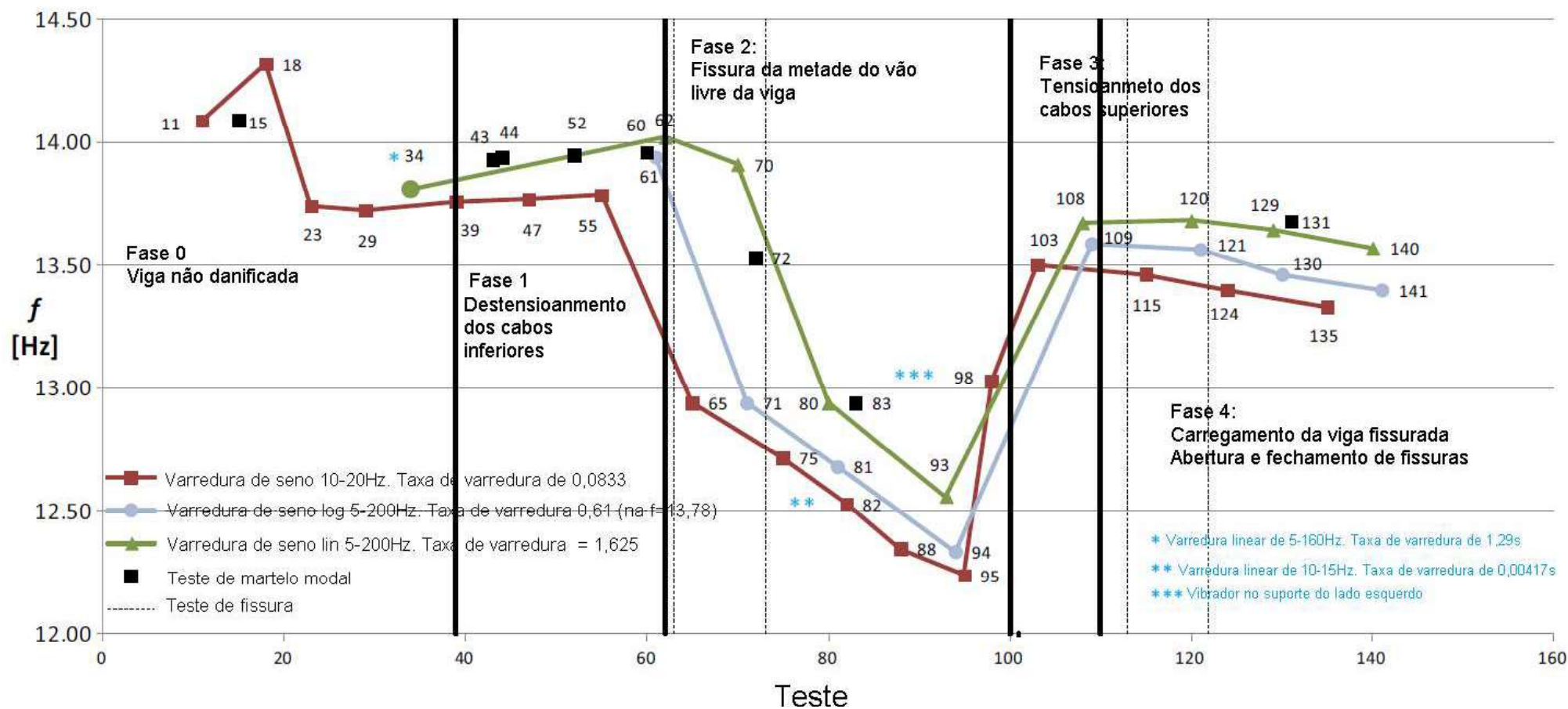
Cury, Cremona e Dumoulin (2012) utilizaram uma combinação das técnicas de algoritmo de realização estocástica e decremento randômico para o processamento dos dados obtidos. Eles aplicaram as técnicas utilizando clusters. Os dados obtidos pelos autores comprovam a teoria defendida pelos mesmos de enrijecimento de estruturas de concreto protendido. A Tabela 6 apresenta um resumo dos resultados obtidos pelos autores acerca do tema.

Limongelli et al. (2016) realizaram análise espectral de Fourier nos dados obtidos para obter os três primeiros modos de vibração da viga estudada. Os autores também realizaram os métodos FDD e identificação estocástica do subespaço por meio do software ARTeMIS, para analisar os dados obtidos nos testes de martelo de impacto. Os dados obtidos pelos autores confirmam o comportamento esperado e podem ser analisados na Figura 3.

Noble et al. (2016) desenvolveram um método iterativo para a avaliação dos dados obtidos em seus ensaios onde os sinais eram processados utilizando a FFT e passados por um filtro digital que eliminava ruídos provenientes dos equipamentos de medições na faixa de 50Hz e seus harmônicos. As frequências obtidas não alteraram com o aumento da força de protensão o que mostra que os resultados obtidos pelos autores estão de acordo com a teoria proposta pelos mesmos. A Figura 4 mostra os resultados obtidos após o processo iterativo de análise de dados

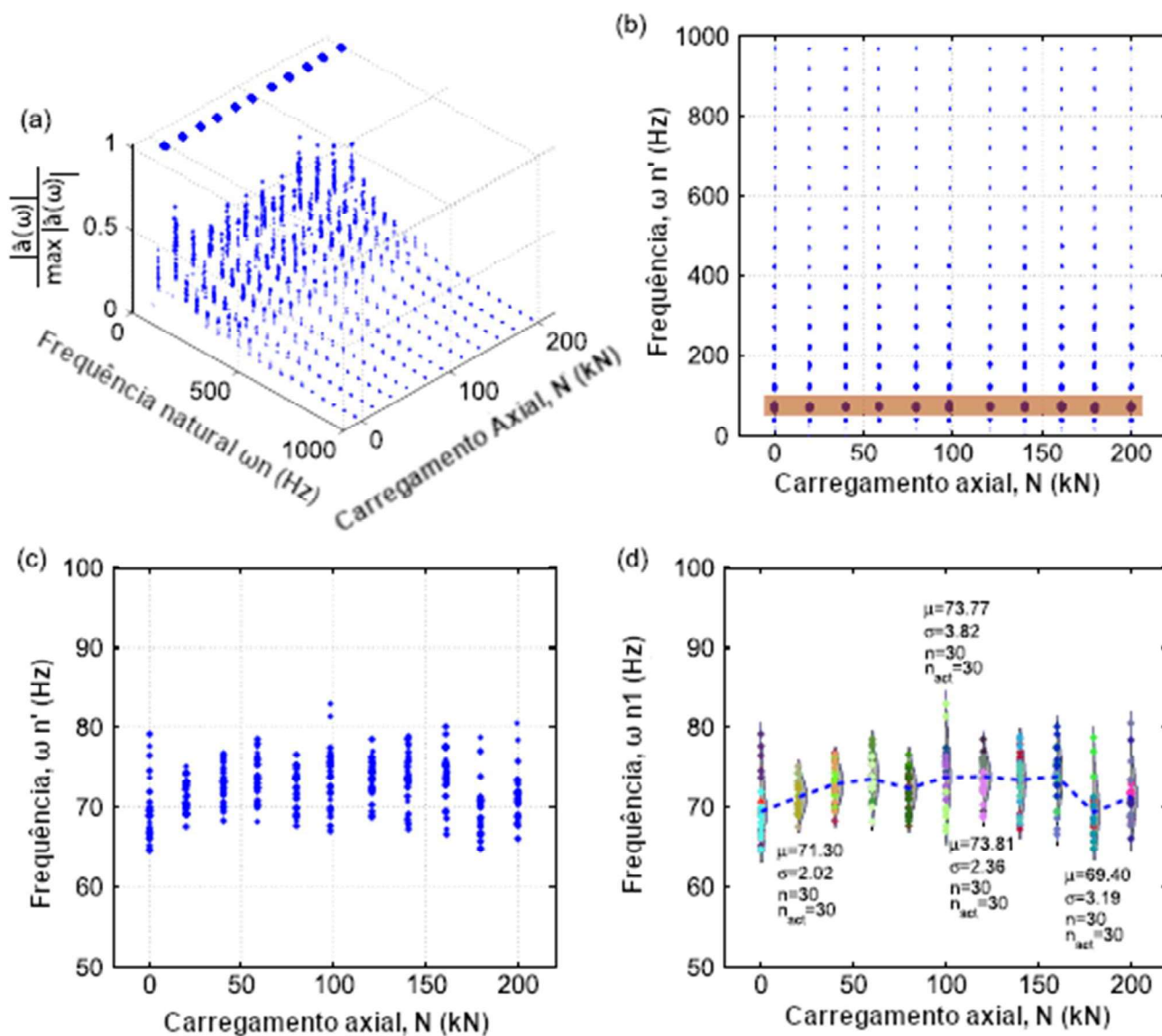
Toyota et al. (2017) calcularam as frequências naturais por meio do número de ciclos da onda de atenuação e tempo gasto para a atenuação do movimento. Os autores observaram uma redução nas frequências naturais o que está de acordo com a teoria defendida por eles. A Figura 5 apresenta os resultados obtidos pelos autores para as frequências naturais identificadas.

Figura 3 – Evolução da primeira frequência natural durante a sequência de teste



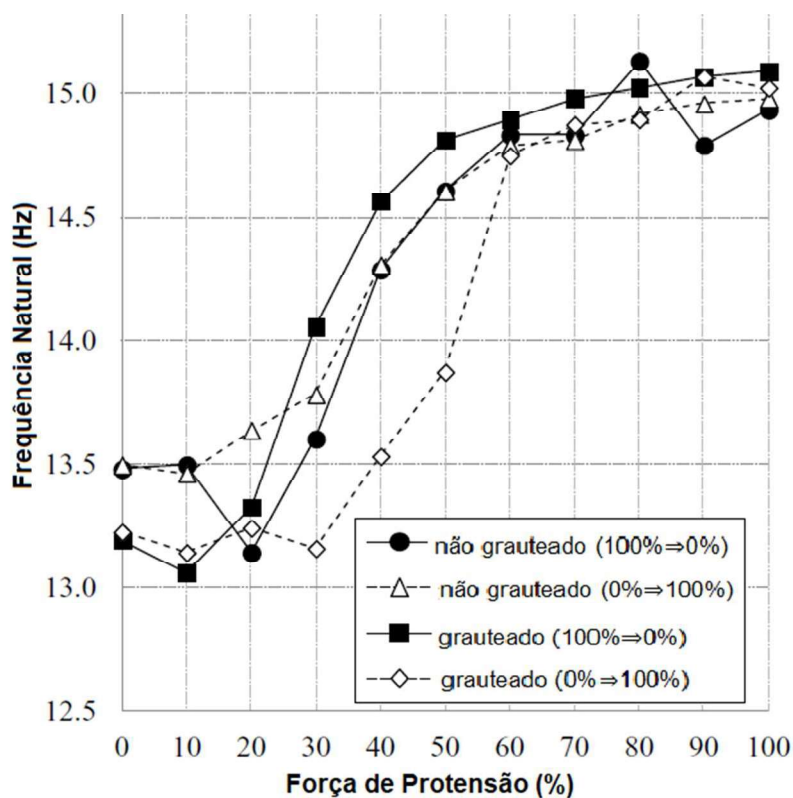
Fonte: Adaptado de (LIMONGELLI *et al.*, 2016)

Figura 4 - (a) processamento dos sinais no domínio da frequência em função do carregamento axial (3D). (b) todos os modos plotados em função do carregamento axial (2D). (c) zoom na frequência fundamental a flexão. (d) análise simples dos dados das frequências medidas em função da força axial (viga 2)



Fonte: Adaptado de (NOBLE *et al.*, 2016)

Figura 5 - Frequências naturais por força de protensão



Fonte: Adaptado de (TOYOTA *et al.*, 2017)

Tabela 6 - Frequências naturais identificadas durante a Fase 1 (antes do reparo) e Fase 2 (após reparo)

Modo	Frequência (Hz) - Fase 1	Frequência (Hz) - Fase 2	Diferença (%)
1	2,23	2,28	2,13
2	4,89	4,93	0,83
3	-	-	-
4	6,84	6,96	1,86
5	8,48	8,51	0,05
6	11,00	11,10	0,93
7	-	-	-
8	14,05	14,23	1,13
9	16,69	19,90	1,26

Fonte: Adaptado de (CURY; CREMONA; DUMOULIN, 2012)

3 METODOLOGIA

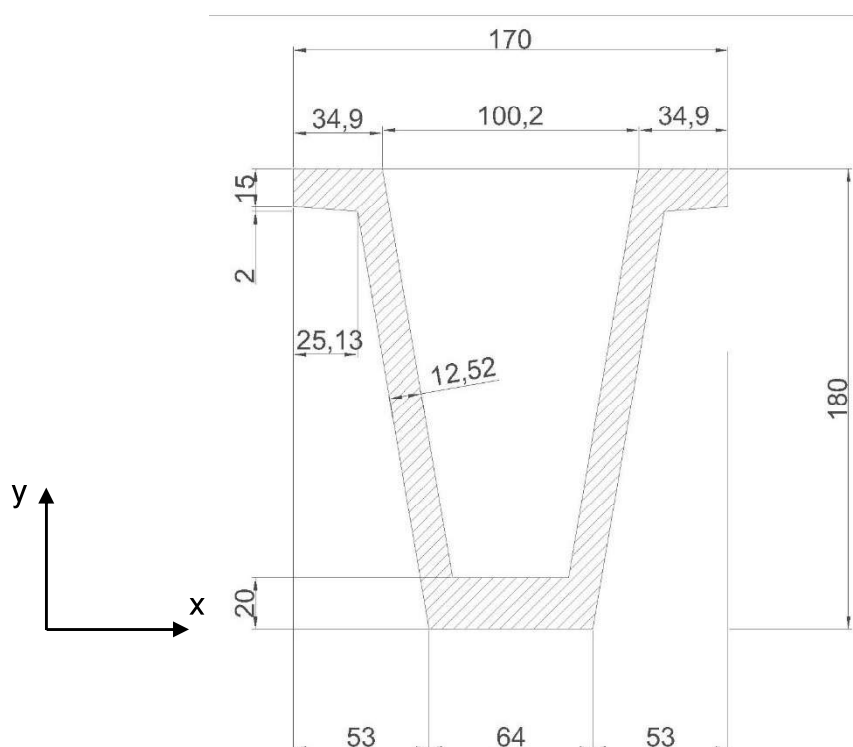
Este capítulo aborda a metodologia utilizada no desenvolvimento do trabalho. Os principais métodos para obtenção da revisão bibliográfica, obtenção dos dados, tratamento dos dados e construção do modelo numérico.

3.1 MÉTODO DE COLETA DE DADOS EM CAMPO

3.1.1 Estrutura estudada

O estudo realizado analisou seis vigas pré-moldadas de concreto protendido em formato de calha produzidas em uma fábrica no Estado de Minas Gerais, Brasil. Essas vigas foram destinadas para um viaduto rodoviário também situado no Estado de Minas Gerais. As vigas analisadas são concretadas após a tração das cordoalhas, conforme discutido no item 2.3.1. As seis vigas analisadas possuem geometrias iguais e todas possuem 42 cordoalhas, estas características estão descritas nas Figura 6 a Figura 11.

Figura 6 – Corte transversal das vigas protendidas, unidades em (cm)



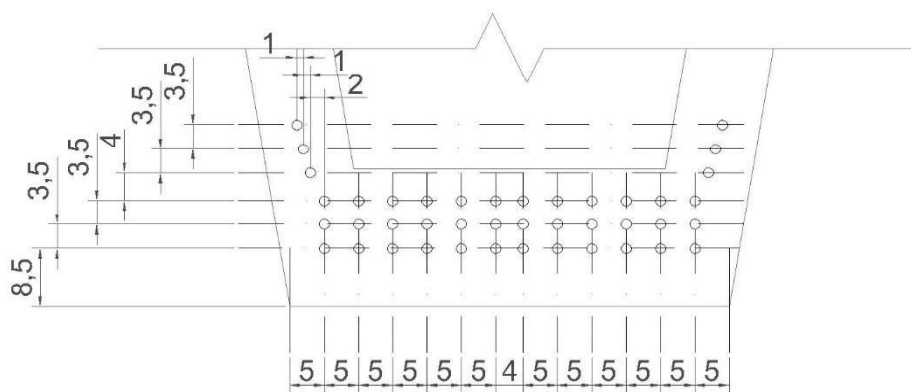
Fonte: Desenvolvido pelo autor

O rompimento das cordoalhas pré tracionadas das vigas segue um padrão de sequência alternada entre cordoalhas da direita para a esquerda, seguindo de cima para baixo. Essa sequência é adotada para que os esforços sofridos na viga sejam

distribuídos da forma mais homogênea possível na peça, evitando assim possíveis fissuras e trincas que danificariam a estrutura. O peso total das vigas é de 58,836 tnf e cada cordoalha foi tensionada com uma força de 20,3 tf. A força de protensão total é de 852,6 tnf, o que representa uma força 14,5 vezes maior que o peso da própria viga.

Após o rompimento dos cabos e aplicação da carga de protensão nas vigas ocorre um pequeno arqueamento da peça ainda dentro da forma. Como todas as vigas não foram rompidas quando o concreto atingiu exatamente o mesmo módulo de elasticidade e resistência à compressão, a magnitude dessa contraflecha foi variável. O arqueamento da viga e consequente surgimento de uma contraflecha impõem pequenas variações de geometria e condições de contorno em todas as vigas analisadas. Essas variações são inerentes ao processo produtivo industrializado de vigas pré-moldadas de concreto protendido, uma vez que a armadura precisa ser colocada na forma e as cordoalhas protendidas antes do processo de concretagem, o que tornaria complexo e ineficiente a situação em que a viga seria biapoiada antes da protensão.

Figura 7 - Posição das cordoalhas

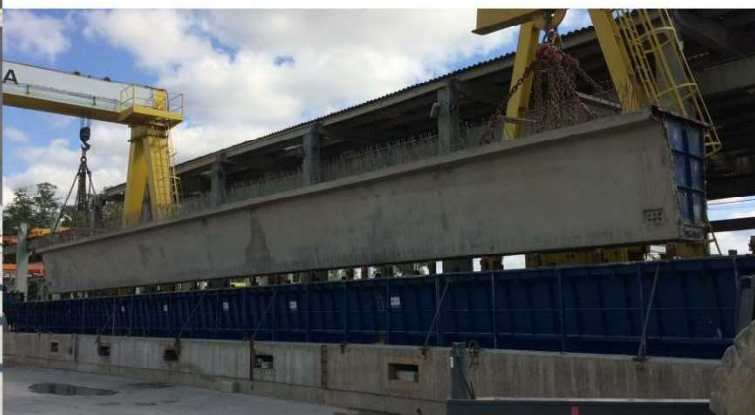


Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 8 - (a) Contraflecha da viga (b) Viga sendo içada



(a)



(b)

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 9 - (a) Armação das vigas (b) Viga já concretada na forma.



(a)



(b)

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 10 - (a) Conjunto de aquisição posicionado no fundo da viga (b) Ao fundo as vigas metálicas apoiadas no solo



(b)

(b)

Fonte: Desenvolvido pelo autor

3.1.2 Análise modal operacional

A análise modal operacional foi realizada considerando como fonte de excitação movimentos de base devido aos processos de produção da fábrica. Apesar da magnitude desses carregamentos serem desconhecidas, eles podem ser extrapolados como pulsos aplicados na viga de forma aleatória. As medições realizadas foram feitas de forma semelhante para todas as seis vigas analisadas.

Para a coleta de dados proposta foram utilizados dois sistemas de aquisição de dados de 24 Bits em conjunto de acelerômetros triaxiais de alta sensibilidade (1,5V/g) desenvolvidos pela Syscom, modelo MR30000, conforme Figura 12. Os acelerômetros foram programados para uma taxa de aquisição de 1000Hz, o que de acordo com o item 2.2.1 fornece uma frequência Nyquist de 500Hz. Essa taxa de aquisição foi escolhida baseada nos estudos apresentados na revisão do estado da arte e de forma a evitar os fenômenos de *Aliasing* e *Frequency Folding* também discutidos no item 2.2.1.

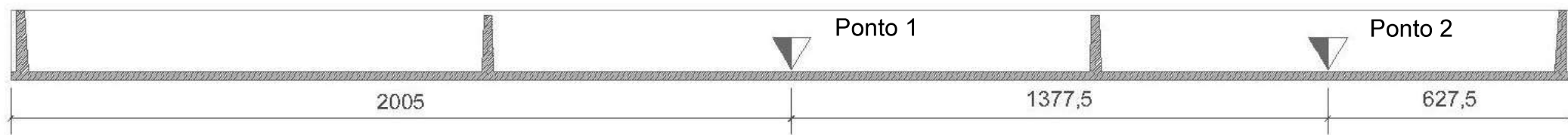
O tempo de duração das medições realizadas foi de 30 minutos antes, 30 minutos durante e 30 minutos após o processo de rompimento das cordoalhas pré tracionadas. A posição dos acelerômetros e direção dos mesmos foi escolhido de forma a captar os principais modos de vibração das vigas. Os conjuntos de acelerômetros foram posicionados na face inferior da viga, conforme observado na Figura 10, e nas posições longitudinais de centro da viga, ponto1, e um sexto do vão da viga, ponto 2, conforme apresentado na Figura 13.

Figura 12 - Acelerômetro Syscom MR3000C



Fonte: (SYSCOM, 2018)

Figura 13 - Posição dos acelerômetros



Fonte: Desenvolvido pelo autor

3.2 OBTENÇÃO DOS PARÂMETROS MODAIS

Para a obtenção dos parâmetros modais das estruturas, os dados obtidos nos ensaios foram processados em um software desenvolvido em Fortran, onde foi aplicada a técnica de decomposição no domínio da frequência, e no software comercial ARTeMIS, onde é utilizada a técnica de identificação estocástica em subespaço.

Na técnica de decomposição no domínio da frequência, os sinais das acelerações captados pelos acelerômetros são processados em quatro rotinas até a obtenção final das frequências naturais das vigas analisadas.

Dois parâmetros importantes foram definidos a fim de minimizar erros, a resolução adotada foi de 1048 Hz e de acréscimos de zeros no sinal no valor de uma vez a resolução, a fim de diminuir o efeito cíclico da FFT.

Na primeira rotina os resultados das medições em campo são lidos e são eliminadas tendências nos sinais. As vibrações medidas também são organizadas em uma única matriz contendo o registro das acelerações medidas em todos os canais.

A segunda rotina de processamento de sinais calcula a média das funções de correlação das séries temporais, de acordo como descrito no item 2.2.2. Foram obtidas 1758 médias nesse processo. Ressalta-se que as funções de correlação obtidas serão calculadas diretamente a partir de sua definição (técnica de Blackman-Tukey), evitando-se assim perdas na qualidade do sinal no processamento.

Na terceira rotina é obtida a matriz de densidade espectral, de acordo com o descrito no item 2.2.4.

A quarta e última rotina desenvolvida pelo programa realiza a decomposição no domínio da frequência (FDD) da matriz de densidade espectral obtida, conforme descrito no item 2.2.5.

Por meio dos dados obtidos da quarta rotina é possível extrair as frequências naturais, os modos de vibração e amortecimento das vigas analisadas. Com a variação das frequências naturais durante as diferentes fases do processo de protensão é possível identificar e avaliar a influência da força de protensão nesse parâmetro dinâmico.

Para a utilização do software ARTeMIS as medições realizadas tiveram que ser exportadas em um formato específico do software. Foi selecionada a técnica de identificação estocástica em subespaço e definida uma resolução de 2096 Hz para os

dados, desvio máximo das frequências de 0.11 Hz e faixa de amortecimento entre 0.05 e 20%.

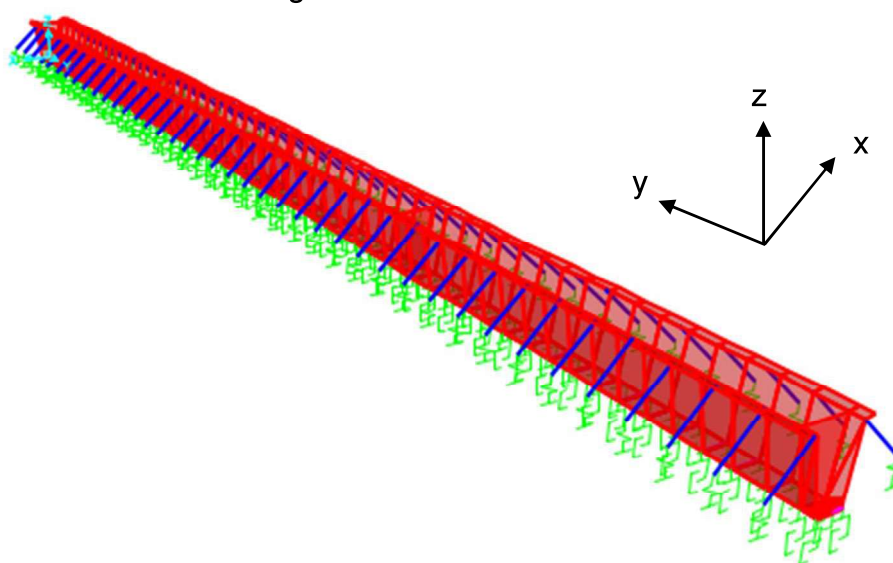
3.3 MODELO NUMÉRICO

O modelo numérico proposto foi desenvolvido no software comercial SAP 2000, baseado no MEF. A viga encontra-se totalmente apoiada em vigas metálicas transversais espaçadas a cada 1m, que por sua vez apoiam-se diretamente sobre o solo, a Figura 10 apresenta a situação real da viga. Desta forma, o modelo numérico considera elementos de ligação (links) que permitem o deslocamento vertical da viga.

Assim, enquanto no modelo numérico da viga sem protensão essa se encontra totalmente apoiada, no modelo que considera a protensão, ocorre um deslocamento vertical da viga, com valor máximo no centro da mesma. As Figura 14 e Figura 15 apresentam imagens das duas condições do modelo.

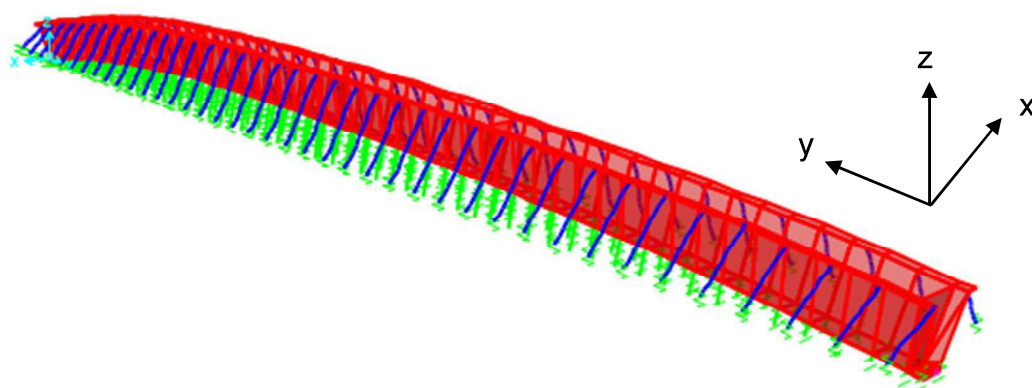
Com relação às características da viga, as pares e fundo da viga foram definidas como elementos de casca fina, foram geradas 509 casacas para esse modelo. Os elementos de apoio, vigas e tubos metálicos, foram definidos como elementos de pórtico 3D. Foram criados 80 tubos circulares, 60 vigas metálicas e 217 links. O número total de graus de liberdade de massa do modelo foi de 1801 e de rigidez foi de 3999. A Figura 16 apresenta as geometrias dos tubos e vigas metálicas, A Tabela 7 contém as características dos materiais utilizados, concreto e aço.

Figura 14 - Modelo Fase 1



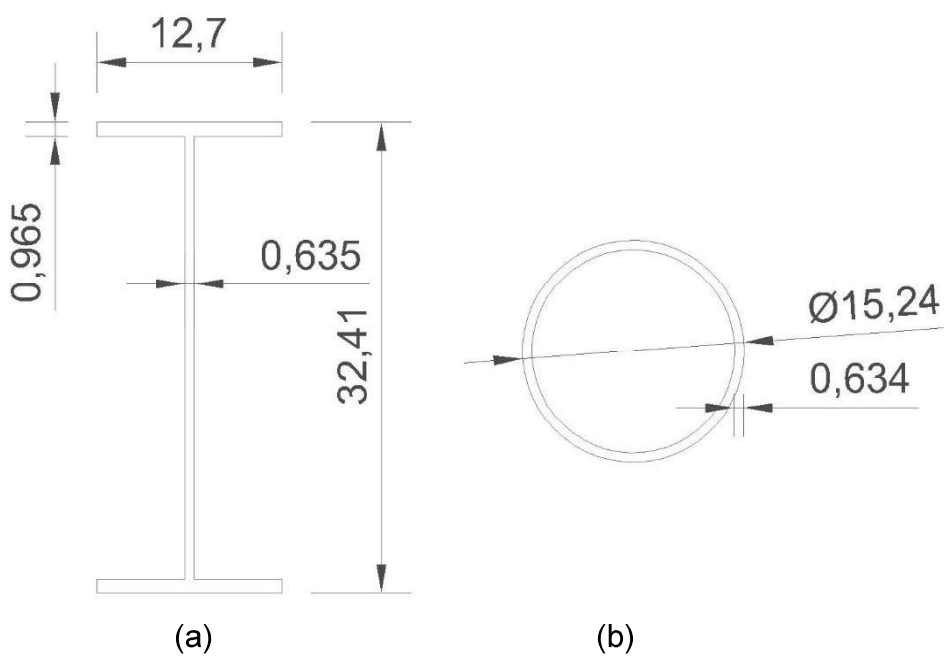
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 15 - Modelo fase 3



Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 16 - Perfil das Vigas e Tubos metálicos



Fonte: Desenvolvido pelo autor

Tabela 7 - Características dos materiais

Concreto		Aço	
ρ	242,87 kg/m ³	ρ	7,85 kg/m ³
fck	50,00 MPa	fc	620,00 MPa
fct (liberação da protensão)	32,00 MPa	fc (liberação da protensão)	620,00 MPa
Eci	40,00 GPa	Eci	200,00 GPa
Eci(T) (NBR 6118)	34,99 GPa	Eci(T) (NBR 6118)	200,00 GPa
Poisson	0,20	Poisson	0,30

Fonte: Desenvolvido pelo autor

4 RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentadas os principais resultados encontrados nas etapas de processamento de dados utilizando softwares desenvolvidos e o software comercial ARTeMIS. Também serão apresentados os principais resultados do modelo numérico desenvolvido.

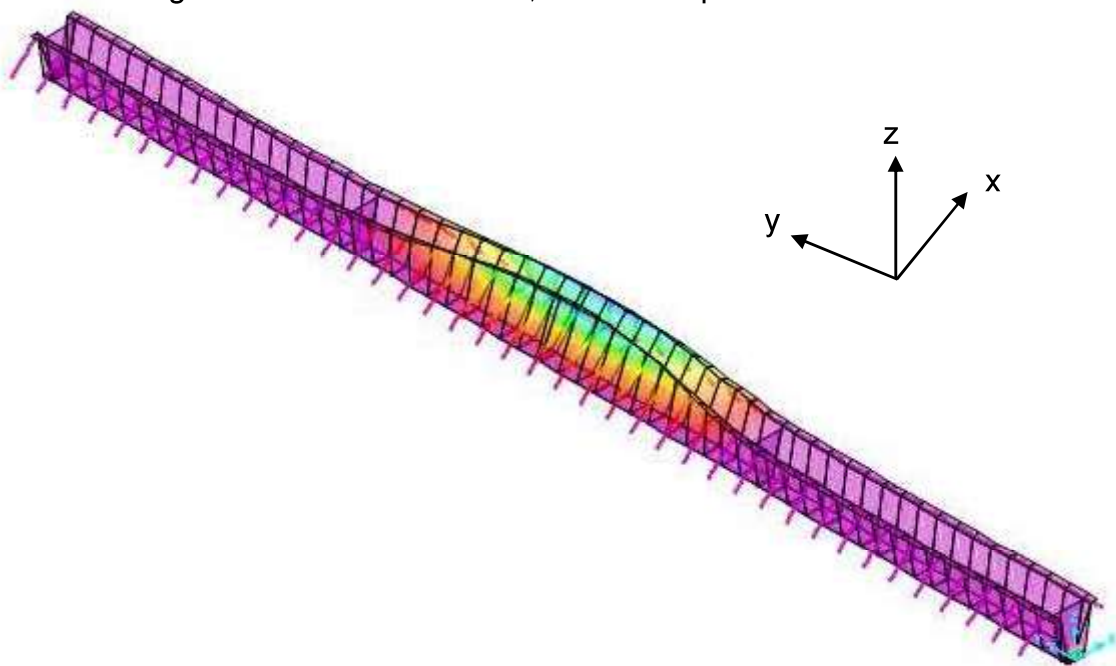
4.1 RESULTADOS MODELO NUMÉRICO

O modelo numérico desenvolvido no software comercial SAP 2000 foi utilizado para se avaliar os principais modos de vibração que deveriam ser investigados ao se avaliar os resultados dos processamentos. Foram escolhidos os modos de vibração que possuíam maiores participações de massa nas direções longitudinal, transversal e vertical. Essa escolha se baseia nas definições propostas pelo Eurocode 8 (CODE, 2005).

No modelo numérico e análises, a fase antes da protensão foi denominada de fase 1 e a fase após a protensão foi denominada de fase 3.

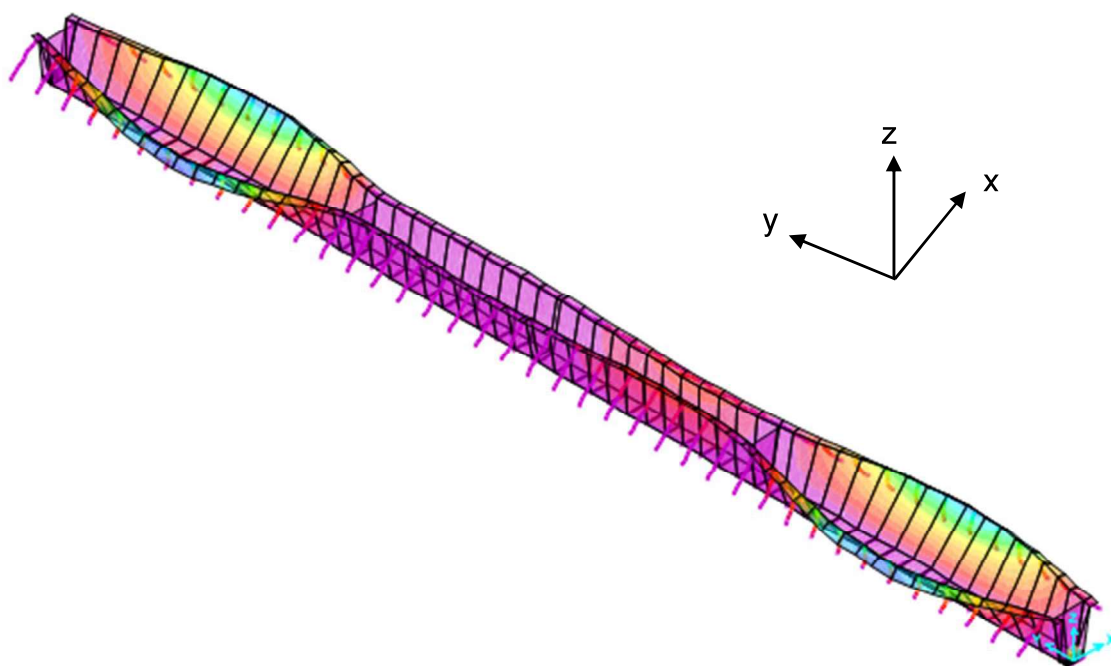
As Figuras 17 a 20 apresentam os principais modos de vibração do modelo da viga antes da força de protensão ser aplicada.

Figura 17 - - Modo 3 fase 1, flexão das paredes no vão central



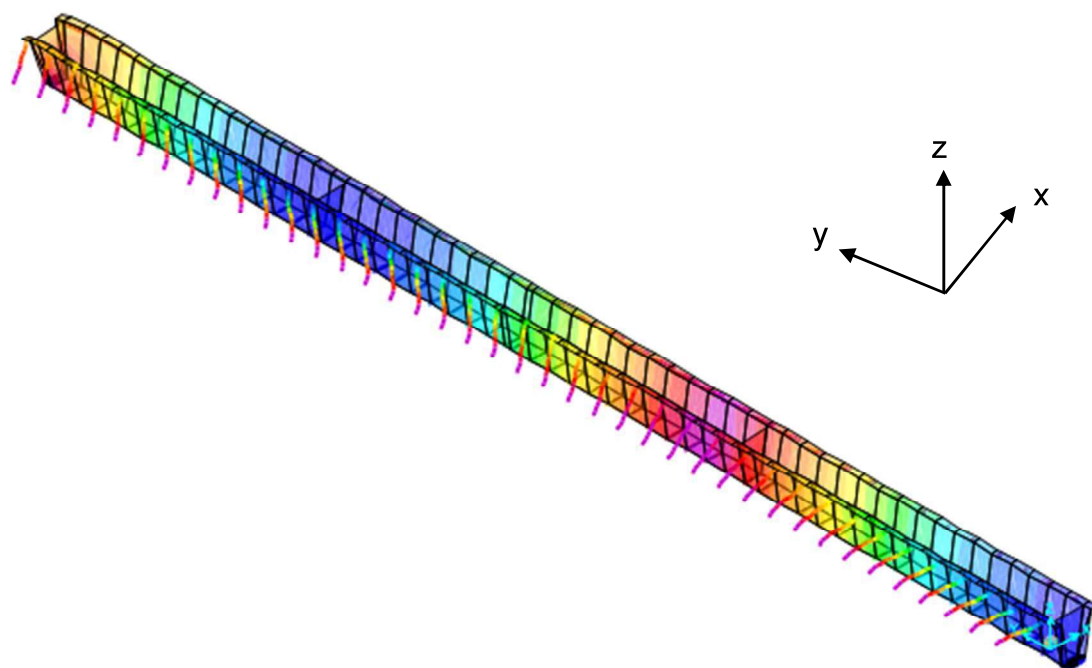
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 18 - Modo 4 fase 1, flexão das abas nos vãos laterais



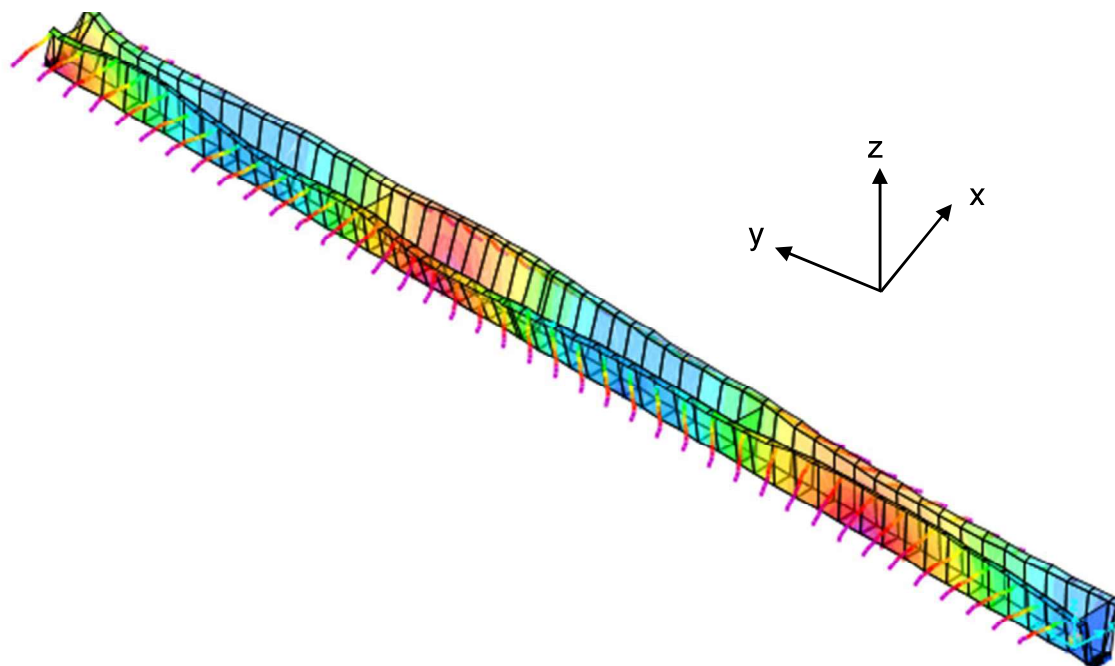
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 19 - Modo 6 fase 1, movimento de corpo rígido na direção longitudinal



Fonte: Desenvolvido pelo autor

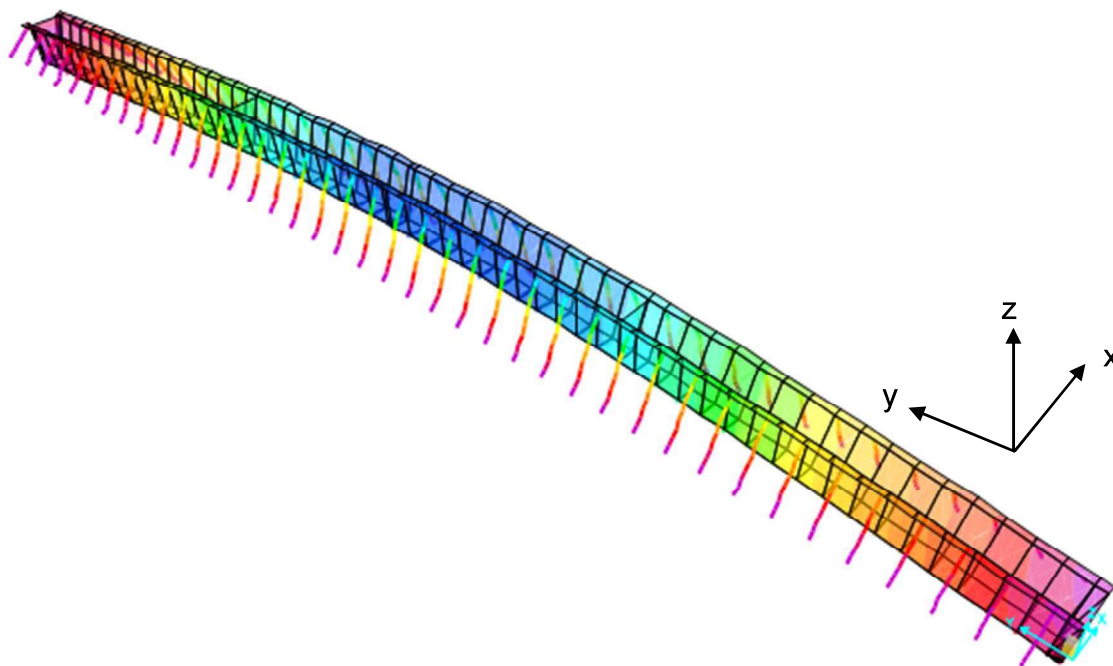
Figura 20 - Modo 7 fase 1, encurtamento longitudinal e flexão das abas



Fonte: Desenvolvido pelo autor

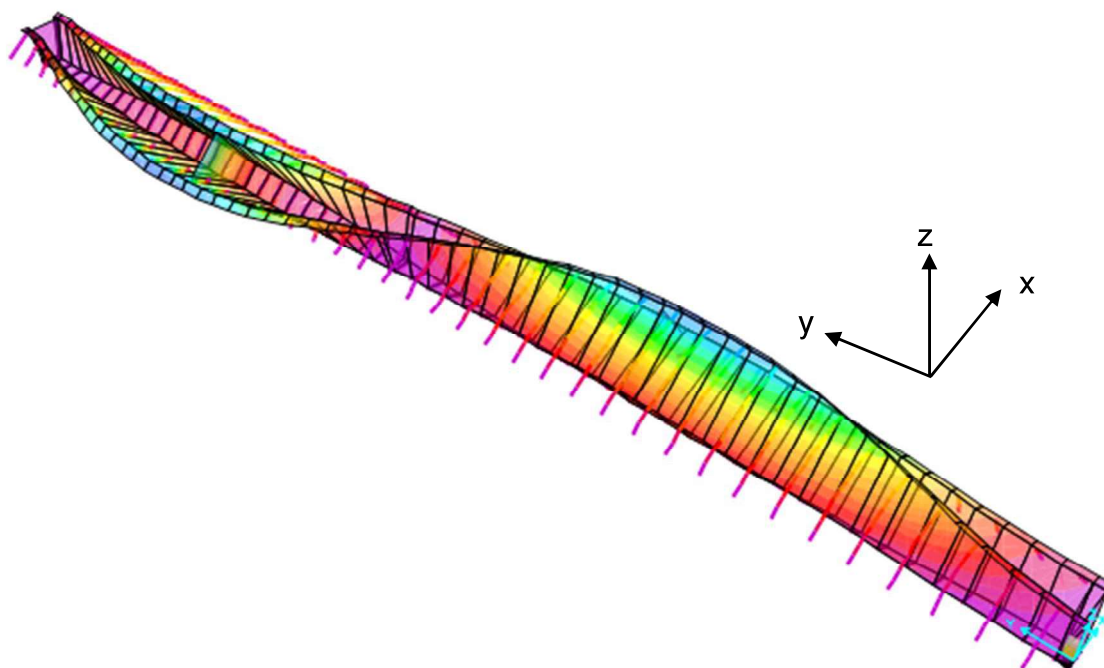
As figuras 22 a 25 apresentam os principais modos de vibração do modelo da viga com a configuração após da carga de protensão ser aplicada.

Figura 21 - Modo 1 fase 3, flexão pura



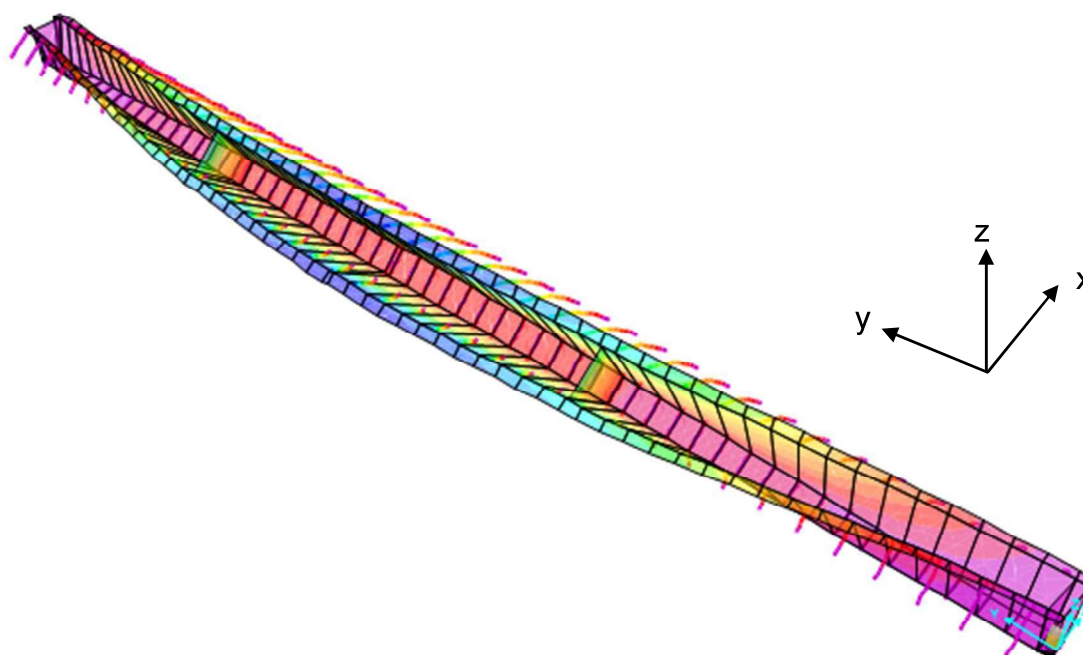
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 22 - Modo 3 fase 3, flexão das abas ao longo da viga



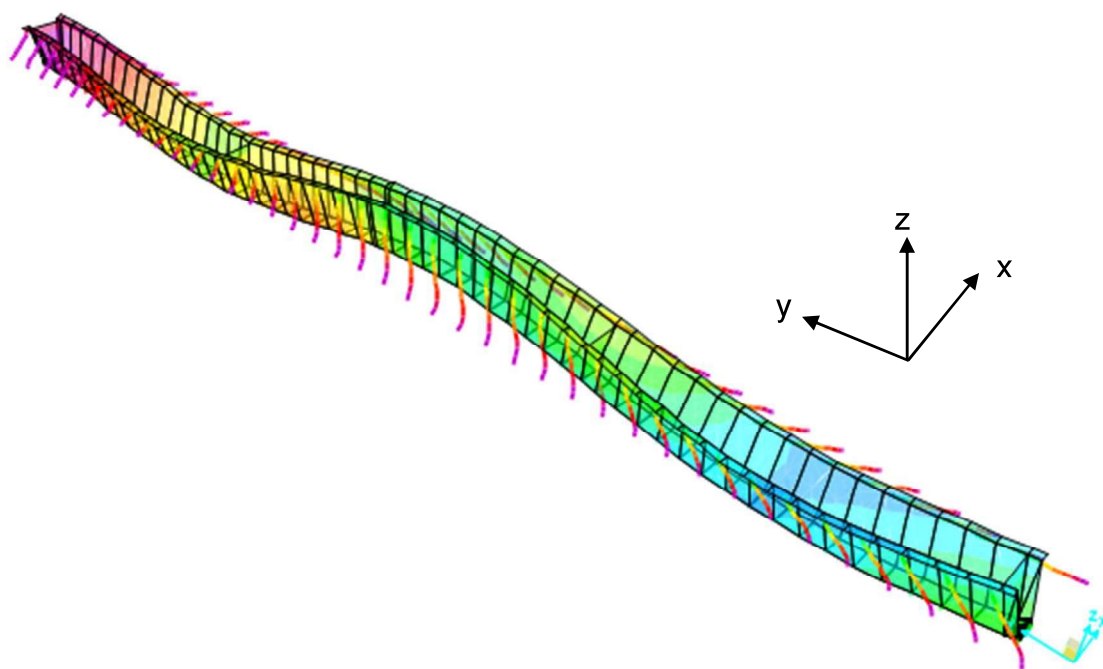
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 23 - Modo 4 fase 3, flexão das abas



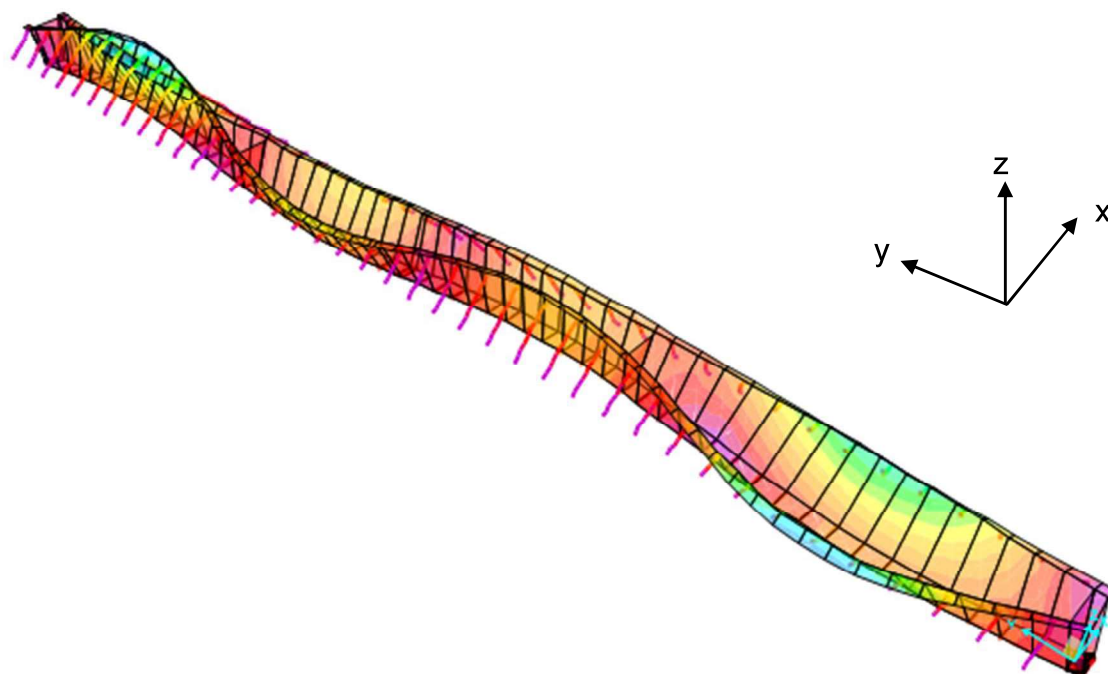
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 24 - Modo 6 fase 3, encurtamento longitudinal e flexão da viga



Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 25 - Modo 7 fase 3, movimento de corpo rígido longitudinal e flexão das abas



Fonte: Desenvolvido pelo autor

4.2 RESULTADOS DOS PROCESSAMENTOS

4.2.1 Decomposição no domínio da frequência

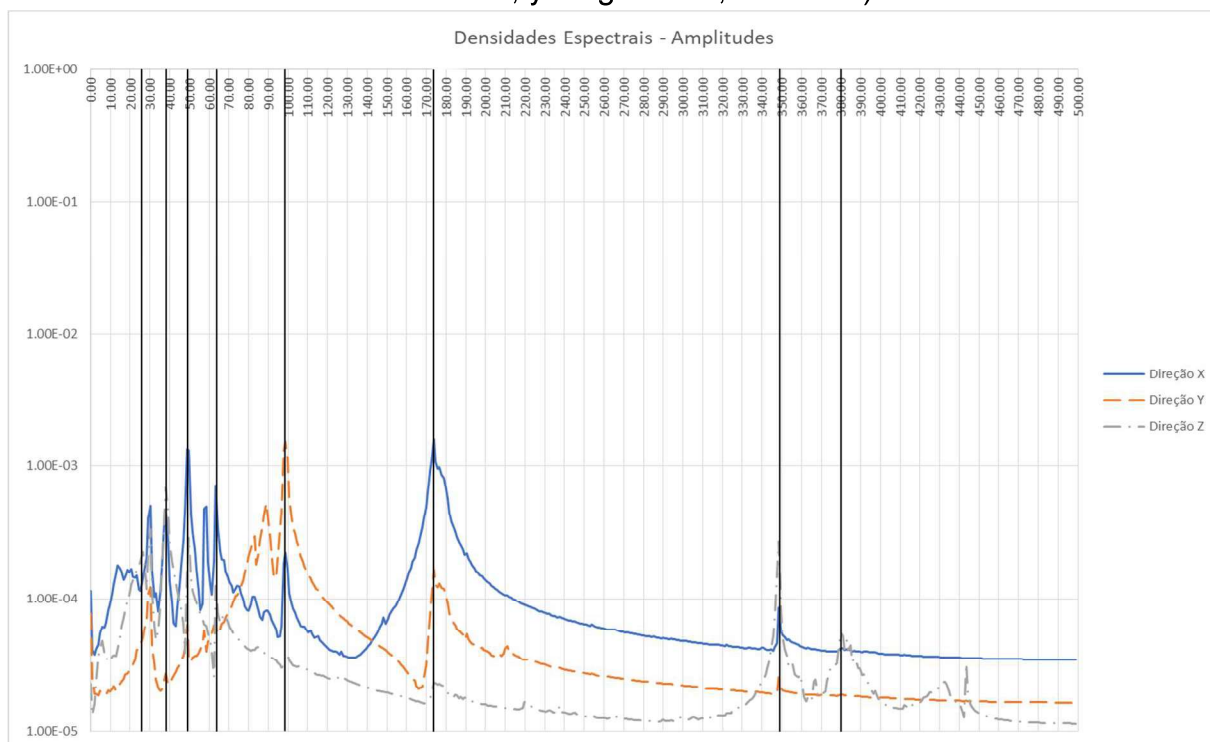
Devido à variação da carga de protensão, geometria e condições de contorno da viga, optou-se por separar a análise dos dados entre as denominadas fases da viga. Optou-se também por não utilizar os dados das aquisições realizadas durante a protensão da viga (fase 2), uma vez que as variações nas condições da viga ocorreram de forma aleatória e abrupta durante esta fase, já que não foi possível realizar o rompimento das cordoalhas de forma controlada e espaçada. Outro aspecto importante é que, apesar das medições dos acelerômetros terem sido realizadas simultaneamente, a análise das medições foi realizada separadamente, dessa forma foi possível observar maiores padrões nos espectros.

Os dados de acelerações obtidos nas aquisições, chamados de *“Time History”*, que foram utilizados nos processamentos estão apresentados no Anexo A.

O software desenvolvido consegue captar automaticamente picos nos espectros. Com as informações obtidas no modelo numérico, foi possível definir os picos captados nas densidades espectrais de Blackman-Tukey que correspondiam às frequências naturais para cada viga analisada. Os valores singulares da FDD estão apresentado no Anexo B.

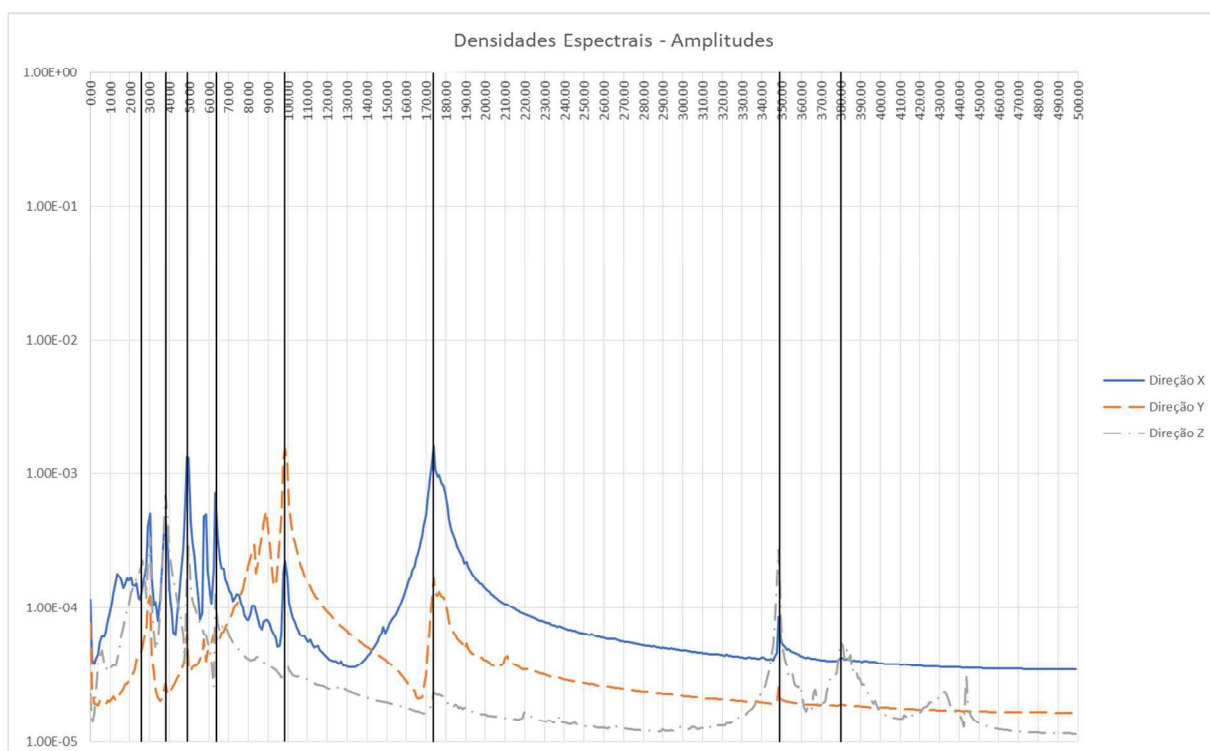
As figuras 26 e 27 apresentam a densidades espectrais de Blackman-Tukey apenas das autocorrelações dos dois pontos de aquisição para a primeira viga estudada durante a fase 1.

Figura 26 – Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 1 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 27 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 1 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



Fonte: Desenvolvido pelo autor

Foram marcados nesse gráfico de densidade espectral os picos das frequências naturais. Esta marcação foi possível de ser realizada devido às informações obtidas do modelo numérico. Este modelo apontou os tipos de modos que deveriam ser identificados para uma viga com geometria e características semelhantes às estudadas antes de ser protendida. O mesmo processo foi realizado para todos os gráficos de Densidade Espectral das outras vigas para os dois pontos de aquisição e podem ser analisados no Anexo C.

A Tabela 8 apresenta uma média da influência do deslocamento dos modos nas direções X, Y e Z das vigas. Foi adotado um sistema de avaliação da magnitude de 0 a 3, onde zero representa nenhuma influência na direção analisada e 3 representa elevada influência. Com isso foi possível visualizar de forma direta os modos experimentais e conciliar com os modos obtidos no modelo numérico. Os valores das influências do deslocamento para cada modo de cada viga para a fase 1 está apresentado no Anexo D

A Tabela 9 apresenta um resumo das frequências encontradas para as seis vigas durante a fase 1. Observou-se uma pequena variação nos valores de cada modo de vibração identificado nos espectros. Essas variações se devem principalmente a pequenas variações em geometria e módulo de elasticidade, bem como a presença de ruídos nos sinais

Tabela 8 - Médias das influências dos modos na fase 1

Modos de Vibração	Faixa de Frequência [Hz]	Média entre vigas		
		Direção		
		X	Y	Z
Modo 1	20-30	0,20	0,00	1,30
Modo 2	30-40	2,83	0,33	2,17
Modo 3	40-50	1,75	0,25	1,25
Modo 4	55-70	2,58	1,00	0,67
Modo 5	70-80	2,33	1,50	0,50
Modo 6	80-90	2,50	2,67	0,75
Modo 7	100-110	1,70	2,00	0,40
Modo 8	120-130	1,63	2,13	0,63
Modo 9	150-160	2,50	1,00	0,00
Modo 10	170-180	1,50	1,63	1,50
Modo 11	180-190	1,50	2,00	0,67
Modo 12	300-320	0,00	0,00	3,00
Modo 13	340-350	0,30	0,30	2,10
Modo 14	360-380	0,13	0,88	2,88
Modo 15	400-420	0,33	0,50	2,67

Fonte: Desenvolvido pelo autor.

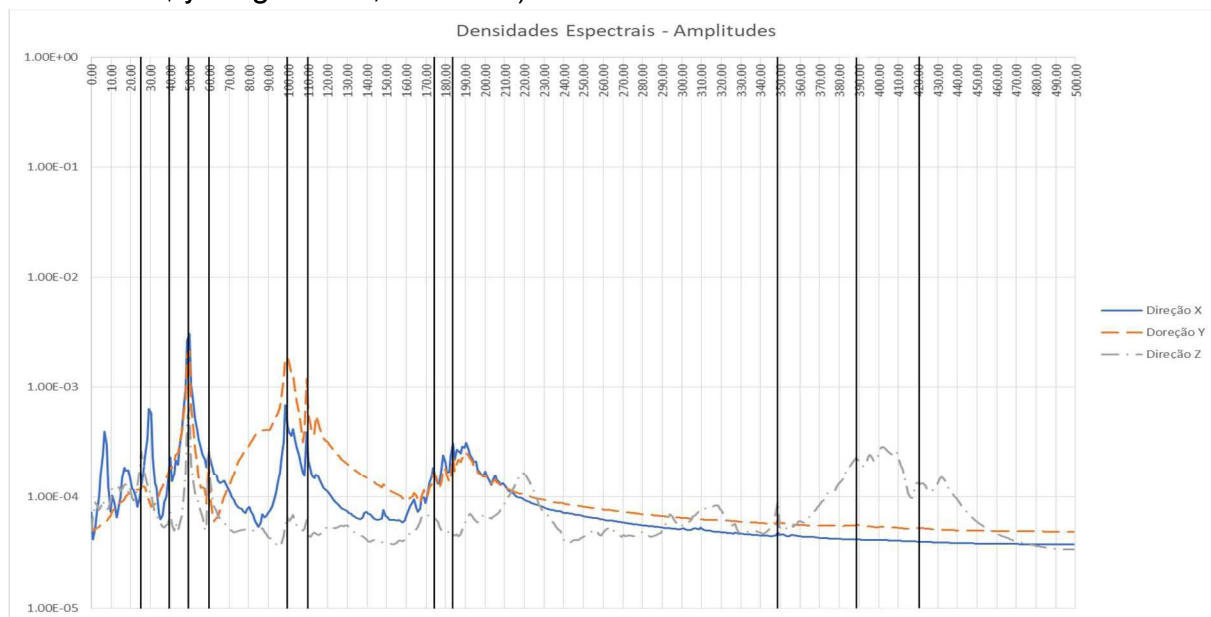
Tabela 9 - Resumo das frequências dos modo na fase 1 pela FDD

Fase 1														
Modos de Vibração	Faixa de frequência (Hz)	Viga 1		Viga 2		Viga 3		Viga 4		Viga 5		Viga 6		Desvio Padrão
		Ponto 1	Ponto 2	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 1	Ponto 2	
Modo 1	20-30	26,37		27,34	28,32			29,30	29,30	21,48	21,48	24,41	26,36	3,01
Modo 2	30-40	38,09	38,90	38,09	38,09							36,13	35,16	1,44
Modo 3	40-50	46,88	48,83	47,85	47,85	43,95	43,95	42,97	42,97	48,83	48,83		44,92	2,43
Modo 4	55-70	63,48	57,52	65,43	65,43	68,36	68,36	64,45	64,45	62,50		62,50	62,50	3,02
Modo 5	70-80			76,17	72,27			80,08	79,10			70,31	71,29	4,17
Modo 6	80-100	98,63	98,63	95,70	89,84	88,87	88,87	94,73		97,66	97,66	97,66	100,59	4,24
Modo 7	100-110			99,61	99,61	100,59			101,56		103,52	109,38	105,47	3,60
Modo 8	120-130				125,00	128,91	127,93			129,88	125,98	125,00	126,95	1,91
Modo 9	150-160					158,20		160,16	160,16					1,13
Modo 10	170-180	173,83	172,85	172,85			177,73							2,32
Modo 11	180-190					196,29		181,64	181,64	195,31				8,19
Modo 12	300-320				308,59									0,00
Modo 13	340-350	348,63	348,63	345,70	342,77	348,63	348,63	348,63	348,63				338,87	3,53
Modo 14	360-380	380,86	379,88			364,26				390,63	392,58	366,21	386,72	11,22
Modo 15	400-420			412,11	413,09		412,11	406,25	405,27					3,70

Fonte: Desenvolvido pelo autor

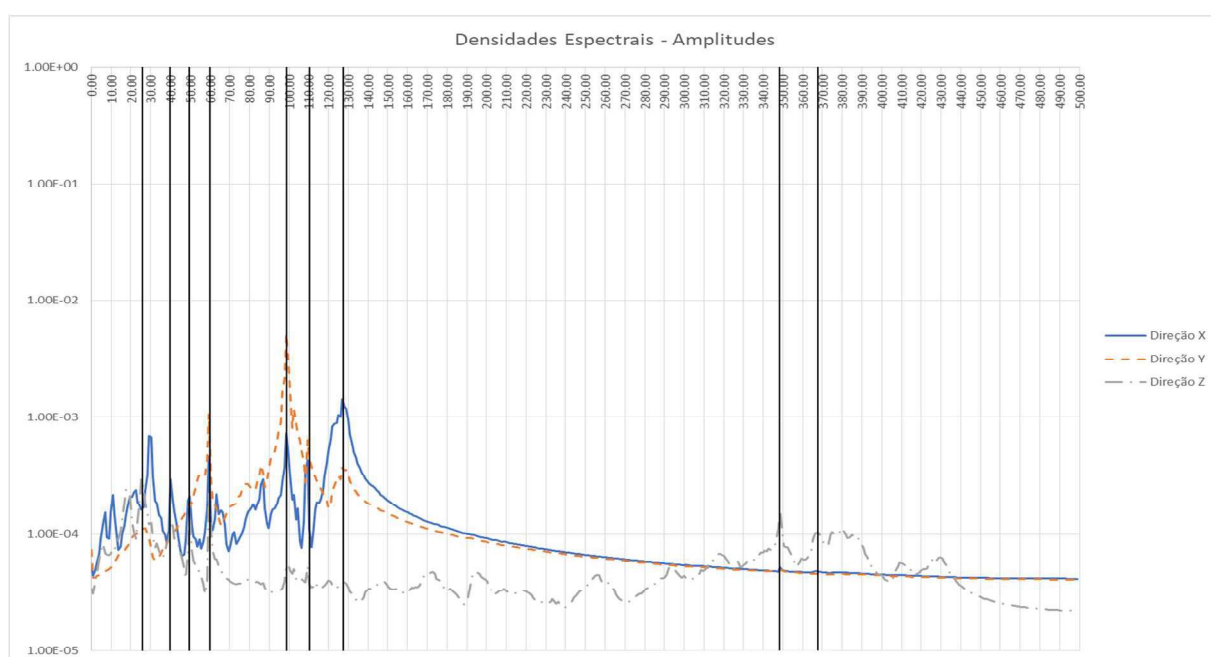
As figuras 28 e 29 apresentam a densidades espectrais de Blackman-Tukey apenas das autocorrelações dos dois pontos de aquisição para a primeira viga estudada durante a fase 3. O mesmo processo de identificação utilizado nas vigas durante a fase1 também foi realizado para todas as vigas na fase 3 e está apresentado no Anexo C.

Figura 28 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 1 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 29 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 1 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



Fonte: Desenvolvido pelo autor

A Tabela 10 apresenta uma média da influência do deslocamento dos modos nas direções X, Y e Z das vigas. O mesmo método de avaliação de influência adotado para as vigas na fase 1 foi adotado para as vigas na fase 3. Os valores das influências do deslocamento para cada modo de cada viga para a fase 3 está apresentado no Anexo D.

A Tabela 11 apresenta um resumo das frequências encontradas para as seis vigas durante a fase 3. Os motivos para as variações observadas na fase 1 também se aplicam para a fase 3, uma vez que são as mesmas vigas analisadas.

Tabela 10 - Médias das influências dos modos na fase 3

Modos de Vibração	Faixa de Frequência [Hz]	Média entre vigas		
		Direção		
		X	Y	Z
Modo 1	20-30	0,00	0,17	1,25
Modo 2	30-40	1,83	0,67	1,50
Modo 3	40-50	1,80	0,33	1,00
Modo 4	55-70	2,50	1,80	1,20
Modo 5	70-80	2,50	1,83	1,00
Modo 6	80-90	2,17	2,00	0,50
Modo 7	100-110	1,50	2,00	0,33
Modo 8	120-130	2,13	1,88	0,50
Modo 9	150-160	1,50	0,75	0,50
Modo 10	170-180	2,20	2,10	0,50
Modo 11	180-190	1,83	2,33	0,67
Modo 12	300-320	0,50	0,50	3,00
Modo 13	340-350	0,67	0,42	2,33
Modo 14	360-380	0,50	0,63	3,00
Modo 15	400-420	0,00	0,63	2,38

Fonte: Desenvolvido pelo autor.

Tabela 11 - Resumo das frequências dos modo na fase 3 pela FDD

Fase 3														
Modos de Vibração	Faixa de frequência (Hz)	Viga 1		Viga 2		Viga 3		Viga 4		Viga 5		Viga 6		Desvio Padrão
		Ponto 1	Ponto 2	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 1	Ponto 2	Ponto 1	Ponto 2	
Modo 1	20-30	25,39	25,39	25,39	25,39	26,37	26,37	29,30	27,34		23,44	27,34	27,34	1,54
Modo 2	30-40	40,04	40,04	38,09	38,09							35,16	35,16	2,20
Modo 3	40-50	49,80	49,80	47,85		48,83	48,83	43,95	47,85		47,85			1,86
Modo 4	55-70	59,57	59,57	63,48	63,48	62,50	62,50	64,45	62,50	62,50				1,68
Modo 5	70-80			76,17	80,08			79,10	77,15			71,29	70,31	4,04
Modo 6	80-100	98,63	98,63	96,68	99,61	97,66	97,66	97,73	83,98	98,63	98,63		99,61	4,42
Modo 7	100-110	109,38	109,38	106,45	107,42							106,45	106,45	1,44
Modo 8	120-130		126,95	118,16	118,16		128,91			123,05	125,00			4,48
Modo 9	150-160				159,18	150,39	160,16	159,18	156,25					3,99
Modo 10	170-180	173,83								175,78	180,06	178,71	178,71	2,54
Modo 11	180-190	183,59				191,41		181,64	187,50					4,33
Modo 12	300-320			306,64								319,34		8,98
Modo 13	340-350	348,63	348,63	350,59	349,61		348,63	347,66	348,63	348,63	348,63		356,45	2,52
Modo 14	360-380	387,70	369,14			384,77	373,05		380,86			391,60	391,60	8,83
Modo 15	400-420	409,18		399,41	407,23			406,32		414,06	406,25			4,76

Fonte: Desenvolvido pelo autor

4.2.2 Identificação estocástica em subespaço

Assim como o processamento dos dados no software desenvolvido em FORTRAN, ao processar os dados no software comercial ARTeMIS separou-se os dados da fase 1 e fase 3. Diferente do processamento pela FDD, na SSI os dados medidos pelos dois acelerômetros foram utilizados em conjunto para a obtenção dos parâmetros modais das vigas nas duas fases. Optou-se por fazer esse processamento em conjunto para seguir um padrão de processamento do software e evitar possíveis erros no mesmo.

As Tabelas 12 e 13 apresentam os valores das frequências naturais e seus amortecimentos das seis vigas na fase 1 (viga desprotendida), enquanto as Tabelas 18 e 19 apresentam os valores das frequências naturais e seus amortecimentos para as seis vigas durante a fase 3 (viga protendida).

Os diagramas de estabilização obtidos nos processamentos das vigas estão apresentados no Anexo G.

Os modos encontrados nesse processamento foram então comparados com os modos obtidos no processamento pela FDD.

Tabela 12 - Resumo das frequências dos modos da fase 1 pela SSI

Modos de Vibração	Faixa de frequência (Hz)	Fase 1						Desvio Padrão Frequência
		Viga 1 Frequência (Hz)	Viga 2 Frequência (Hz)	Viga 3 Frequência (Hz)	Viga 4 Frequência (Hz)	Viga 5 Frequência (Hz)	Viga 6 Frequência (Hz)	
Modo 1	20-30	29,77						
Modo 2	30-40		37,63					
Modo 3	40-50	49,50		48,88				
Modo 4	55-70					54,11		0,44
Modo 5	70-80	77,79			73,24	73,47	73,10	
Modo 6	80-100	94,11	91,97	99,61	92,12		98,26	2,27
Modo 7	100-110	99,71	93,53		105,97	102,24	101,23	3,53
Modo 8	120-130		125,02	132,66		127,68	126,43	4,55
Modo 9	150-160			150,95	154,86			3,33
Modo 10	170-180	171,42						2,76
Modo 11	180-190	175,25		189,60	181,83		209,56	
Modo 12	300-320		308,63					14,87
Modo 13	340-350	348,65	349,44					
Modo 14	360-380	378,48		376,45		378,12	370,22	0,56
Modo 15	400-420		427,33	407,41	404,00	398,99	390,47	3,84

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Tabela 13 - Resumo das frequências dos modos da fase 3 pela SSI

Fase 3								
Modos de Vibração	Faixa de frequência (Hz)	Viga 1 Frequência (Hz)	Viga 2 Frequência (Hz)	Viga 3 Frequência (Hz)	Viga 4 Frequência (Hz)	Viga 5 Frequência (Hz)	Viga 6 Frequência (Hz)	Desvio Padrão Frequência
Modo 1	20-30							
Modo 2	30-40							4,99
Modo 3	40-50	50,92	57,93	50,44	45,83		69,60	4,40
Modo 4	55-70		62,49	61,31	64,55	57,66	70,71	2,59
Modo 5	70-80			75,63	74,58			7,92
Modo 6	80-100	97,80	81,55	96,72	81,95	93,01	102,53	5,46
Modo 7	100-110	99,48	90,15	100,24				0,45
Modo 8	120-130	125,78	126,68			126,26		0,89
Modo 9	150-160		158,87	158,44	157,16			6,29
Modo 10	170-180	184,84		172,62		176,11		1,89
Modo 11	180-190			189,52	186,84		208,80	
Modo 12	300-320						351,22	17,60
Modo 13	340-350	381,91	351,66					10,20
Modo 14	360-380	398,71	382,55	372,56	387,03	376,28	392,35	12,73
Modo 15	400-420		417,71			407,00		

Fonte: Desenvolvido pelo autor

5 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

5.1 PROCESSAMENTOS

Devido à escala e processo de produção da fábrica na qual as peças foram produzidas, em algumas das vigas estudadas o rompimento dos cabos e consequente aquisição de dados foram realizadas com um maior período de cura do concreto. Isso implicou em pequenas variações nos módulos de elasticidade, resistência à compressão e parâmetros dinâmicos. Devido a essas diferenças, observou-se variações nos parâmetros modais encontrados para as vigas.

Avaliando os valores encontrados no processamento dos dados pela técnica de decomposição no domínio da frequência foi possível observar variações e padrões principalmente nos primeiro, terceiro, quarto, sexto e sétimo modo de vibração das vigas.

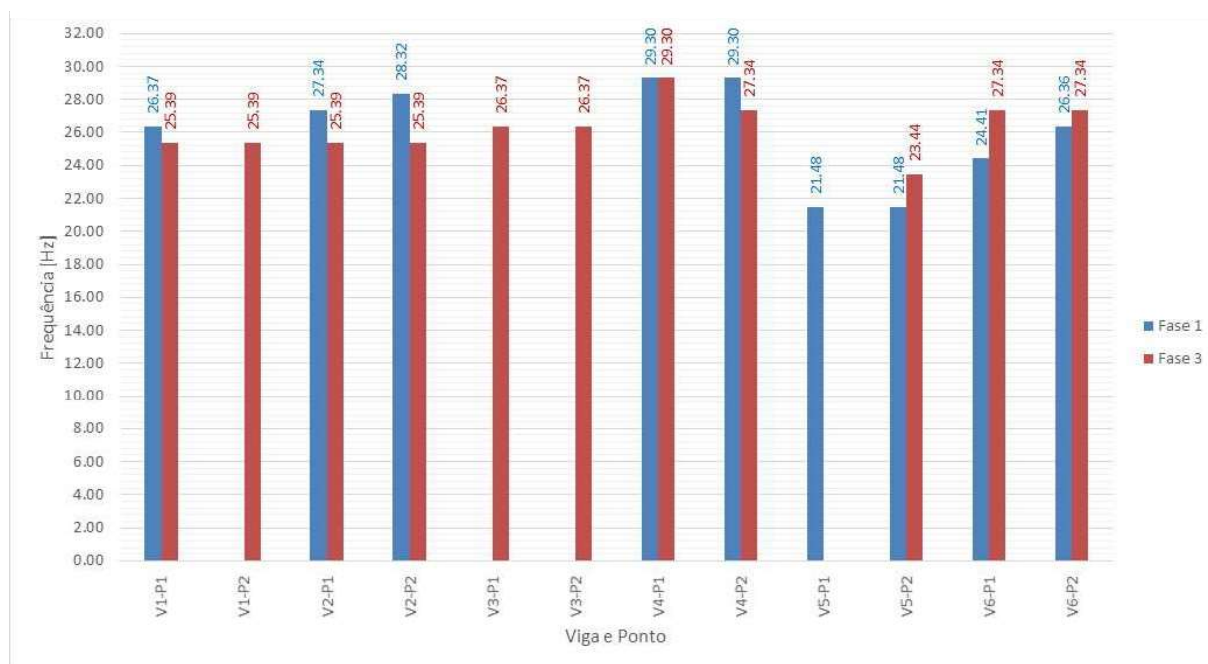
Para o primeiro modo de vibração, analisando as Tabelas 11 e 15, foi observado frequências na faixa de 21,48 a 29,30Hz com um desvio padrão de 3,01Hz para a fase 1 e na faixa de 23,44 a 29,30Hz com desvio padrão de 1,54Hz para a fase 3. De acordo com as Tabelas 9 e 11, esse modo movimenta as vigas predominantemente apenas em suas direções verticais, esse movimento também pode ser observado no modelo numérico, caracterizado como uma flexão pura da peça. A tendência de variação das frequências, comparando antes e após a protensão das vigas, é de uma pequena redução, sendo apenas nas vigas 5 e 6 ocorreu aumento nas mesmas. Esse fenômeno pode estar ligado a uma mudança na configuração geométrica da viga, acarretando em uma redução no número de pontos de apoios da viga na forma e consequente flexibilização da peça na direção vertical da mesma. A Figura 30 apresenta um resumo das frequências para esse modo para a FDD.

O primeiro modo de vibração foi detectado em apenas uma das vigas na SSI, e por isso não foi utilizado para comparação.

O terceiro modo de vibração foi identificado na faixa de frequência de 42,97 a 48,83Hz com uma desvio padrão de 2,43Hz para a fase 1 e na faixa de frequência de 43,95 a 49,80Hz com desvio padrão de 1,86Hz para a fase 3, conforme apresentado nas Tabelas 9 e 11. Esse modo tem movimento predominante nas direções transversal e vertical (x e z) das vigas, conforme pode ser visto nas Tabelas 8 e 10. Esse modo também é visto no modelo numérico e pode ser caracterizado como uma flexão das abas da viga que acaba influenciando as direções transversal e vertical das

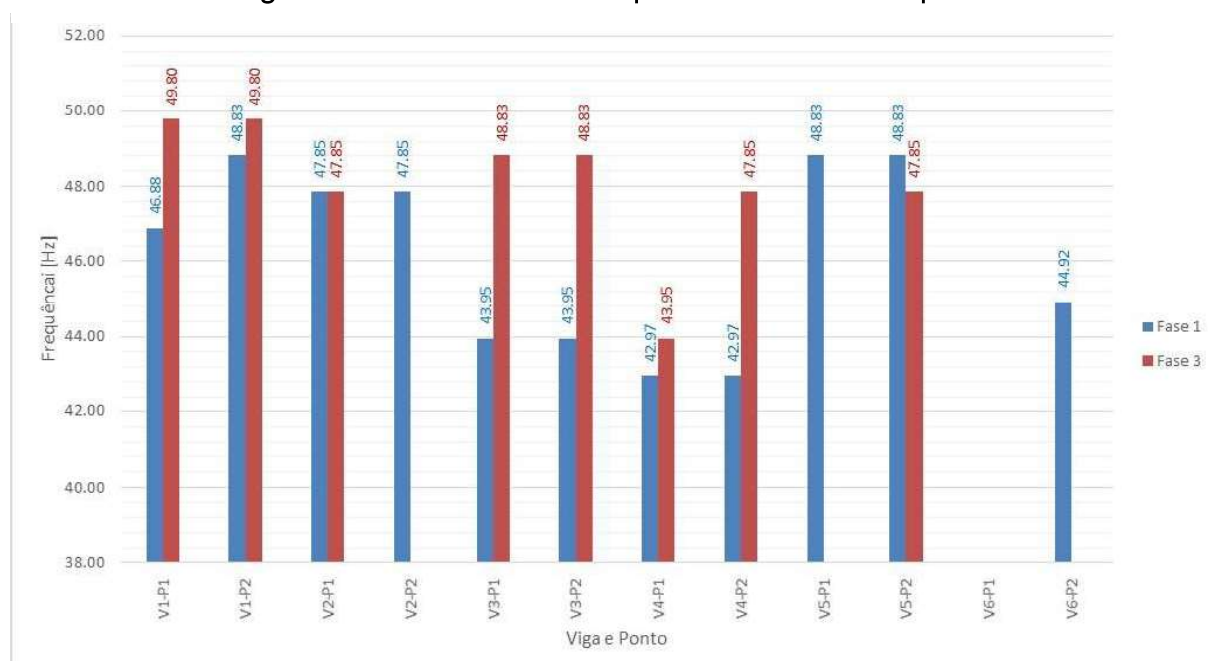
vigas. Os valores das frequências desse modo apresentam uma tendência de crescimento após a aplicação da carga de protensão, apenas o ponto dois da viga 5 apresentou um decréscimo de valores. O aumento desses valores pode estar ligado à variação da configuração geométrica da peça, porém, não acredita-se que esse aumento se deve à carga de protensão, uma vez que não é esperado um aumento de rigidez das abas devido a protensão. A Figura 30 apresenta um resumo das frequências para esse modo para a FDD.

Figura 30 - Resumo das frequências do modo 1 pela FDD



Fonte: Desenvolvido pelo autor

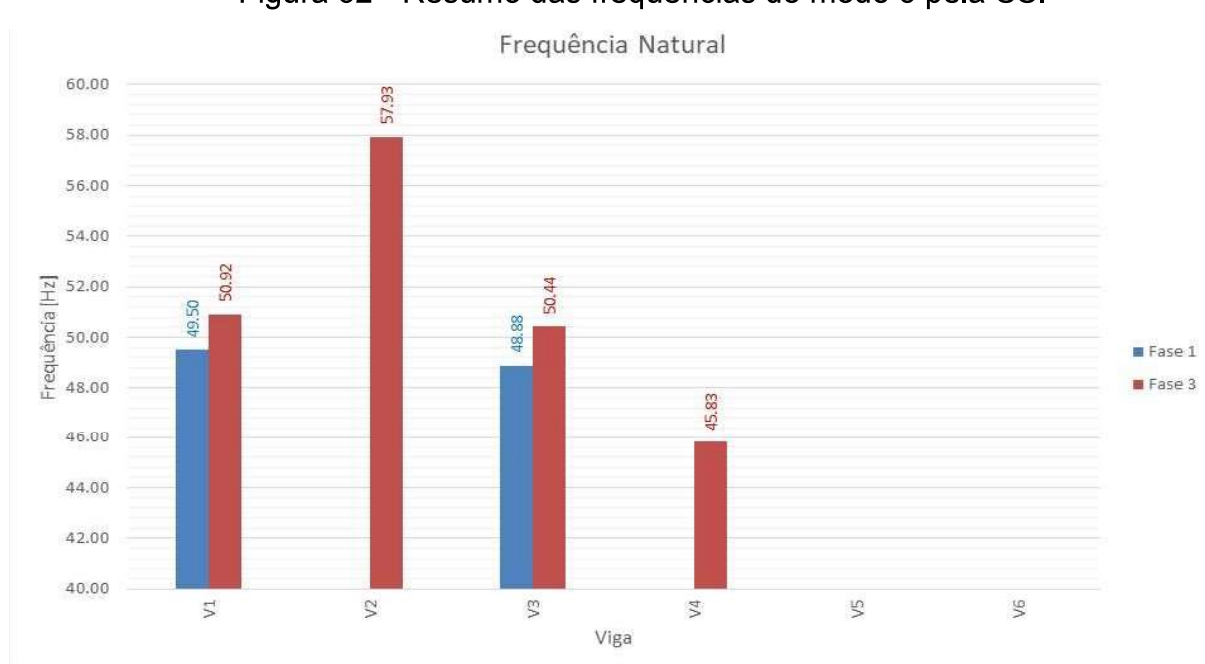
Figura 31 - Resumo das frequências do modo 3 pela FDD



Fonte: Desenvolvido pelo autor

Na SSI, o terceiro modo variou entre 48,88 e 49,50Hz com um desvio padrão de 0,44Hz para a fase 1, conforma apresentado na tabela 16, e de 45,83 e 57,93Hz com um desvio padrão de 4,99Hz para a fase 3, conforma apresentado nas Tabelas 12 e 13. Apenas duas das vigas estudadas apresentaram um aumento na frequência desse modo. Duas vigas apresentaram valores em apenas uma fase. Conforme discutido na FDD, o aumento observado nesse modo pode ser devido à mudança de geometria da viga e não por influência da carga de protensão no estado de tensões da viga. A Figura 32 apresenta um resumo das frequências naturais desse modo para a SSI.

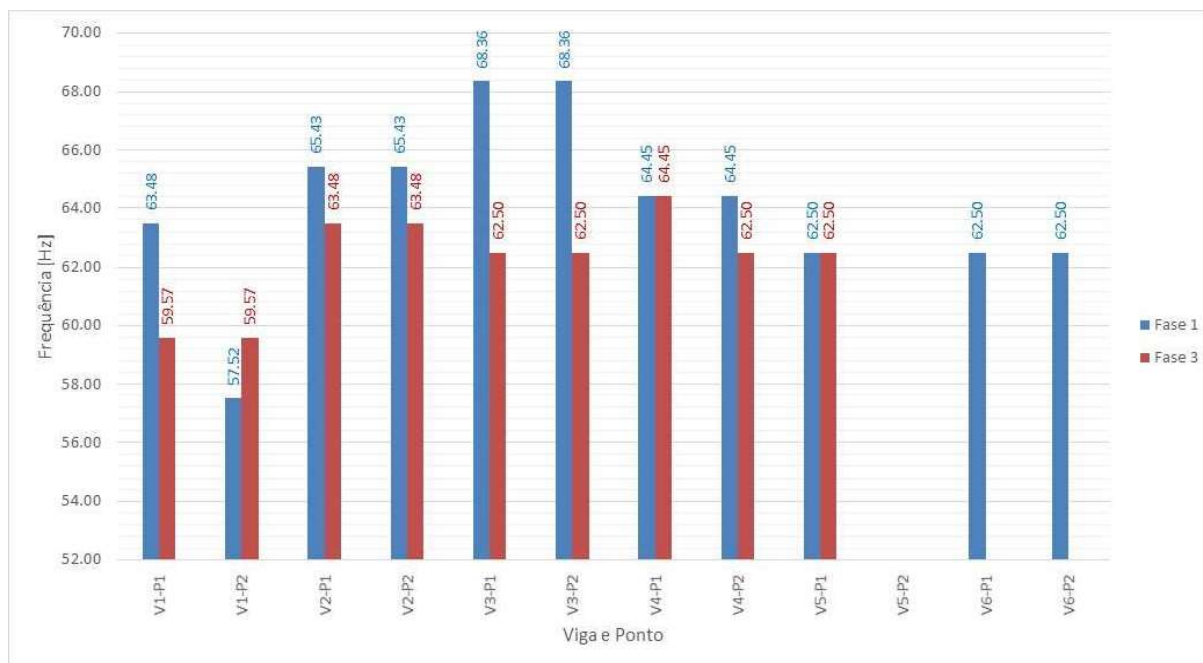
Figura 32 - Resumo das frequências do modo 3 pela SSI



Fonte: Desenvolvido pelo autor

O quarto modo de vibração foi identificado na faixa de frequência de 57,52 a 68,36Hz com uma desvio padrão de 3,02Hz para a fase 1 e na faixa de 59,57 a 64,45Hz com desvio padrão de 1,68Hz para a fase 3, conforme apresentado nas Tabelas 9 e 11. De acordo com as Tabelas 8 e 10 esse modo é predominante nas direções longitudinal e transversal das vigas (x e y). Esse modo é apresentado pelo modelo numérico como um movimento de corpo rígido na direção longitudinal da viga e movimentando sua seção transversal. A tendência dos valores das frequências desse modo é de decréscimo com a aplicação da protensão, apenas o ponto 2 da viga 1 apresentou um aumento de frequência. Esta diminuição pode estar relacionada a uma influência da protensão no estado de tensões da viga, bem como à mudança de geometria e variação de condição de contorno. A Figura 33 apresenta um resumo das frequências desse modo para a FDD.

Figura 33 - Resumo das frequências do modo 4 pela FDD

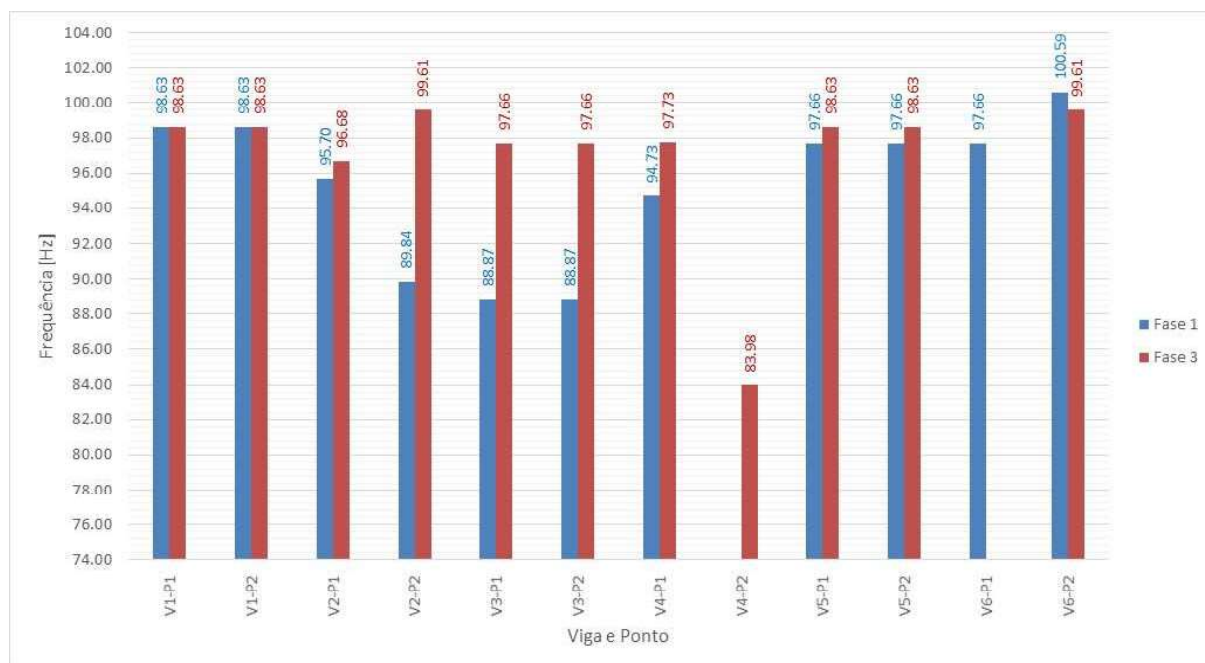


Fonte: Desenvolvido pelo autor

O modo 4, apesar de ter sido encontrado em cinco das seis vigas analisadas, na SSI ele foi presente apenas na fase 3. Portanto, esse modo também não foi analisado.

O sexto modo de vibração foi identificado na faixa de frequência 88,87 a 100,59Hz com um desvio padrão de 4,24Hz para a fase 1 e na faixa de 83,98 a 99,61Hz com desvio padrão de 4,42Hz para a fase 3, conforme apresentado nas Tabelas 9 e 11. Avaliando as Tabelas 8 e 10, observa-se que esse modo movimenta predominantemente a direção longitudinal das vigas, afetando também a direção transversal das vigas. A tendência que pode ser observada nos valores das frequências desses modos é de um acréscimo devido à protensão das vigas, com exceção da viga 6. Como a ação da carga de protensão é na direção longitudinal das vigas, esse modo pode ter tido seus valores de frequência aumentados devido a um enrijecimento das vigas pela alteração de seus estados de tensões. Porém, devido ao arqueamento das vigas, esse acréscimo de rigidez pode ser devido também à alteração da geometria da peça. A Figura 34 apresenta um resumo das frequências desse modo para a FDD.

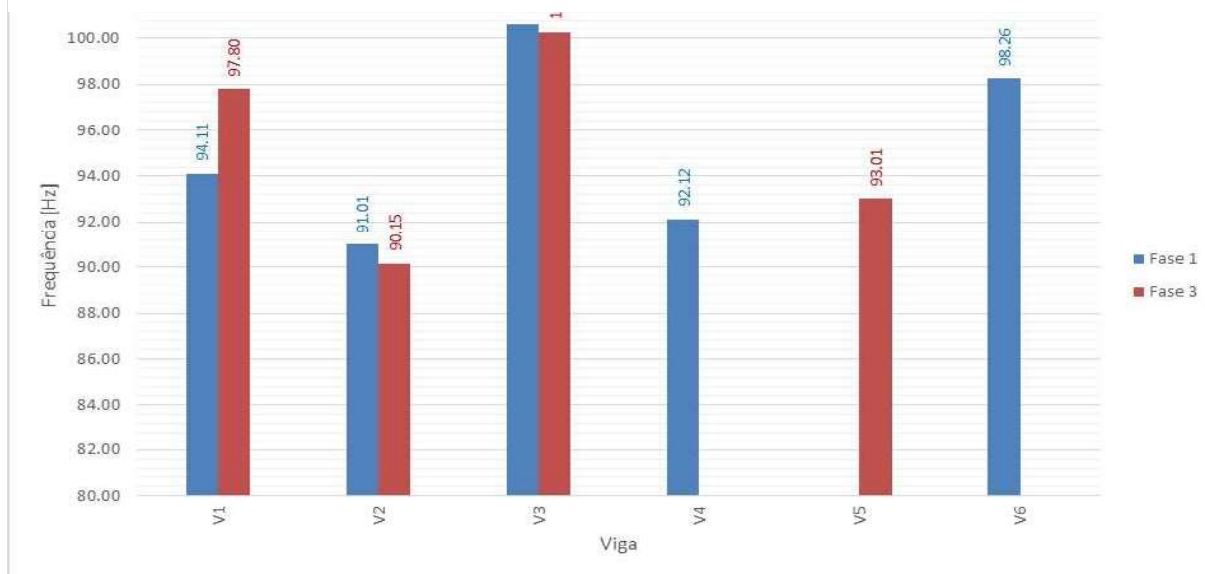
Figura 34 - Resumo das frequências do modo 6 pela FDD



Fonte: Desenvolvido pelo autor

Na SSI, o sexto modo variou entre 91,01 e 100,61Hz com um desvio padrão de 4,09Hz para a fase 1, conforme apresentado na tabela 16, e de 81,55 e 100,24Hz com um desvio padrão de 8,76Hz para a fase 3, conforme apresentado nas Tabelas 12 e 13. Duas das vigas analisadas apresentaram uma redução dos valores das frequências, porém, essa redução foi inferior a 1Hz. Em uma das vigas ocorreu um aumento da frequência natural. De uma maneira geral, os valores de amortecimentos encontrados para esse modo foram todos reduzidos. Como a variação de duas vigas foi inferior a 1Hz, apenas uma viga teve um aumento de frequência e as outras três vigas não apresentaram a frequência nas duas fases analisadas, não foi possível concluir se houve uma variação desse modo vibração pela SSI. A Figura 35 apresenta um resumo das frequências naturais desse modo para a SSI.

Figura 35 - Resumo das frequências do modo 6 pela SSI

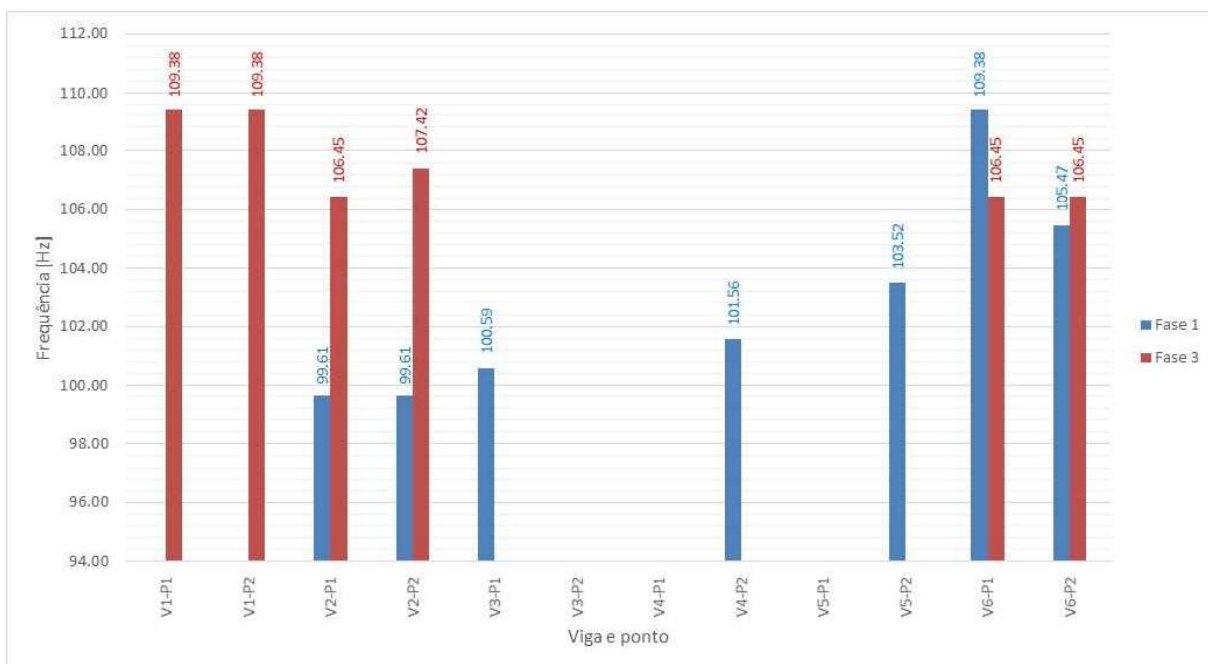


Fonte: Desenvolvido pelo autor

O sétimo modo de vibração identificado se comporta de forma parecida com o sexto modo. Ele se encontra na faixa de frequência de 99,61 a 109,38Hz com um desvio padrão de 3,60Hz para a fase 1 e na faixa de 106,45 a 109,38Hz com desvio padrão de 1,44Hz para a fase 3, conforme apresentado nas Tabelas 9 e 11. Assim como o sexto modo, esse modo é predominante na direção longitudinal da viga. Nesse modo, porém, não foi possível identificar uma tendência na variação das frequências naturais das vigas. Apenas em duas das seis vigas foi possível avaliar variação nos valores das frequências e a tendência entre os vigas é contraditória. A Figura 36 apresenta um resumo das frequências desse modo para a FDD.

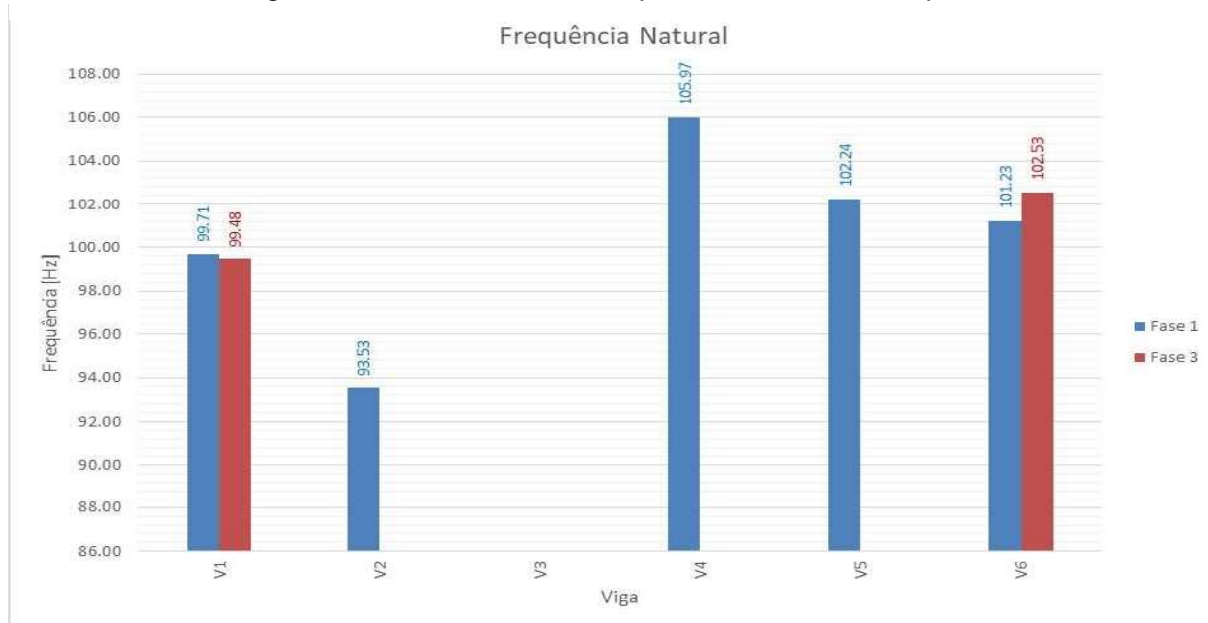
Na SSI, o sétimo modo variou entre 93,53 e 105,97Hz com um desvio padrão de 4,55Hz para a fase 1, conforma apresentado na tabela 16, e de 90,145 e 102,53Hz com um desvio padrão de 6,45Hz para a fase 3, conforma apresentado nas Tabelas 12 e 13. Nesse modo, as duas vigas que apresentaram diferenças tiveram variações inferiores a 1Hz e portanto pode ser considerada uma frequência constante. Porém, o amortecimento para todas as frequências apresentou um aumento. A Figura 37 apresenta um resumo das frequências naturais desse modo para a SSI.

Figura 36 - Resumo das frequências do modo 7 pela FDD



Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 37 - Resumo das frequências do modo 7 pela SSI



Fonte: Desenvolvido pelo autor

Os modos que não foram citados não foram avaliados por diferentes motivos. O segundo modo de vibração foi captado apenas em três vigas, e não foi possível definir padrões para esse modo. O oitavo modo, apesar de ter sido observado em cinco das seis vigas e aparentemente ter uma tendência, ele não foi observado no modelo numérico. O nono modo de vibração, assim como o segundo, foi captado em três vigas e não foi possível traçar uma tendência em seus valores. Os modos acima de 200 Hz

não foram analisados devido a sua alta frequência, o que é incompatível com estruturas civis, e, de acordo com a literatura estudada, os modos com frequências muito altos não sofrem influência da força de protensão. Além disso, apresentar contribuição em massa menores (CODE, 2005)

Os resultados obtidos pela técnica e identificação estocástica em subespaço, implementada pelo software comercial ARTeMIS, apresentou um número reduzido de frequências naturais para todas as vigas analisadas quando comparado com a técnica da FDD. Os modos avaliados na SSI são os mesmos avaliados na FDD

As Tabelas 14 a 17 apresentam as comparações das frequências dos modos para a FDD e SSI.

Tabela 14 - Comparação das frequências do modo Fase 1 (Parte 1)

		Fase 1								
Modo	Faixa de frequência (Hz)	Viga 1			Viga 2			Viga 3		
		FDD		SSI	FDD		SSI	FDD		SSI
		Ponto 1	Ponto 2		Ponto 1	Ponto 2		Ponto 1	Ponto 2	
Modo 1	20-30	26,37			27,34	28,32				
Modo 3	40-50	46,88	48,83	49,32	47,85	47,85		43,95	43,95	
Modo 4	55-70	63,48	57,52		65,43	65,43		68,36	68,36	
Modo 6	80-100	98,63	98,63	94,14	95,70	89,84	91,97	88,87	88,87	99,61
Modo 7	100-110			99,68	99,61	99,61		100,59		101,52

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Tabela 15 - Comparação das frequências do modo Fase 1 (Parte 2)

Fase 1												
Modo	Faixa de frequência (Hz)	Viga 4			Viga 5			Viga 6			Desvio Pardão FDD	Desvio Pardão SSI
		FDD		SSI	FDD		SSI	FDD		SSI		
		Ponto 1	Ponto 2		Ponto 1	Ponto 2		Ponto 1	Ponto 2			
Modo 1	20-30	29,30	29,30		21,48	21,48		24,41	26,36		3,01	
Modo 3	40-50	42,97	42,97		48,83	48,83			44,92		2,43	
Modo 4	55-70	64,45	64,45		62,50			62,50	62,50		3,02	
Modo 6	80-100	94,73		93,28	97,66	97,66		97,66	100,59	98,30	4,24	3,31
Modo 7	100-110		101,56	105,89		103,52	102,19	109,38	105,47	101,29	3,60	2,31

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Tabela 16 - Comparação das frequências do modo Fase 3 (Parte 1)

Fase 3										
Modo	Faixa de frequência (Hz)	Viga 1			Viga 2			Viga 3		
		FDD		SSI	FDD		SSI	FDD		SSI
		Ponto 1	Ponto 2		Ponto 1	Ponto 2		Ponto 1	Ponto 2	
Modo 1	20-30	25,39	25,39		25,39	25,39		26,37	26,37	
Modo 3	40-50	49,80	49,80	49,32	47,85		57,90	48,83	48,83	
Modo 4	55-70	59,57	59,57		63,48	63,48	62,39	62,50	62,50	
Modo 6	80-100	98,63	98,63	94,14	96,68	99,61	81,60	97,66	97,66	96,73
Modo 7	100-110	109,38	109,38	99,68	106,45	107,42				100,17

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Tabela 17 - Comparação das frequências do modo Fase 3 (Parte 2)

Fase 3											
Modo	Faixa de frequência (Hz)	Viga 4			Viga 5			Viga 6			Desvio Pardão FDD
		FDD		SSI	FDD		SSI	FDD		SSI	Desvio Pardão SSI
		Ponto 1	Ponto 2		Ponto 1	Ponto 2		Ponto 1	Ponto 2		
Modo 1	20-30	29,30	27,34			23,44		27,34	27,34		1,54
Modo 3	40-50	43,95	47,85			47,85					1,86
Modo 4	55-70	64,45	62,50		62,50					69,65	1,68
Modo 6	80-100	97,73	83,98		98,63	98,63	93,00		99,61		4,42
Modo 7	100-110							106,45	106,45		1,44

Fonte: Desenvolvido pelo autor

6 CONCLUSÃO

O objetivo principal desta pesquisa foi identificar e avaliar por meio da análise modal operacional a influência do esforço de protensão nos parâmetros modais de vigas de concreto protendido. Para isto foram realizadas medições em seis vigas calhas destinadas para um viaduto rodoviário, antes e após a protensão das mesmas. Os dados obtidos foram então processados por dois softwares diferentes utilizando duas técnicas distintas para obtenção dos parâmetros modais das vigas avaliadas. Esses parâmetros foram então comparados nas duas fases distintas do processo produtivo.

As medições foram realizadas utilizando uma taxa de aquisição de 1000Hz e duração de 30 minutos para cada fase, gerando um total de 1 hora e meia de medições por viga analisada. Apesar da taxa de aquisição e tempo de medições conservadores se comparados com os observados na literatura, não foi possível captar todos os modos de vibração para todas as vigas, devido à forma na qual as vigas são produzidas, confinamento em uma forma completamente apoiada no solo. Os movimentos de base gerados por equipamentos também geraram picos nos espectros que dificultaram a identificação dos modos de vibração.

Os parâmetros modais obtidos tiveram divergências quando utilizadas as duas técnicas FDD e SSI. Os valores obtidos pelo FDD, software desenvolvido em FORTRAN, apresentaram menores desvios padrões e foram mais abrangentes do que os obtidos pela SSI.

De uma forma geral, devido à variação da geometria e mudança das condições de contorno das vigas após a aplicação das cargas de protensão não foi possível definir separadamente a influência da alteração do estado de tensões e variação geométrica nas frequências naturais e parâmetros modais das vigas. Estas variações são inerentes ao processo produtivo de vigas protendidas pré-moldadas em ambientes industriais, e por isso, impossíveis de serem eliminadas para o tipo específico de estrutura analisada. Houve também diferenças nos modos observadas quando comparadas as técnicas da FDD e SSI.

Para o modo de vibração 6, foi observada uma tendência de aumento nos valores das frequências naturais. Esse modo é caracterizado como um movimento na direção longitudinal da viga, a mesma direção da força de protensão. Esse aumento no valor da frequência natural desse modo pode indicar um aumento de rigidez da viga, uma

vez que a mudança de geometria e condição de contorno não teriam tanta interferência para esse tipo de movimento. Esta variação poderia confirmar a hipótese defendida por diversos autores de que ocorre um aumento de rigidez da viga devido à carga de protensão.

O modelo numérico criado foi utilizado como um guia para se entender o comportamento das vigas que estavam sendo analisadas. Caso o modelo fosse calibrado seria possível obter um maior entendimento do comportamento dinâmico das vigas antes e após sua protensão.

Como sugestão para trabalhos futuros, e tentar solucionar a lacuna sobre a influência da carga de protensão nos parâmetros modais, sugere-se que uma nova campanha de experimentos seja realizada em vigas em laboratórios. Realizando esses experimentos, será possível eliminar as incertezas acerca da variação de geometria e condições de contorno da peça. Esse controle de incertezas pode ser realizado alterando o processo de produção das peças e medindo os valores de contraflecha das vigas.

REFERÊNCIAS

- BRANDT, Anders. Noise and vibration analysis: signal analysis and experimental procedures. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011.
- BRINCKER, R.; ANDERSEN, P. Understanding stochastic subspace identification. Proceedings of the 24th IMAC, St. Louis, v. 126, 2006.
- BRINCKER, R.; VENTURA, C. Introduction to Operational Modal Analysis. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015.
- BRINCKER, R; ZHANG, L; ANDERSEN, P. Modal identification of output-only systems using frequency domain decomposition. Smart materials and structures, v. 10, n. 3, p. 441, 2001.
- CIGADA, Alfredo; CAPRIOLI, Alessandro; VANALI, Marcello. Experimental investigation of the pre-tension effects on the modal parameters of a slender pre-tensioned concrete beam. Conference Proceedings of the Society for Experimental Mechanics Series. [S.l.]: Springer, New York, NY, 2011. v. 4. p. 125–134. Disponível em: <http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-9831-6_15>. Acesso em: 19 mar. 2018.
- CODE, Price. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance-part 1: general rules, seismic actions and rules for buildings. Brussels: European Committee for Standardization, 2005.
- CURY, Alexandre; CREMONA, Christian; DUMOULIN, John. Long-term monitoring of a PSC box girder bridge: operational modal analysis, data normalization and structural modification assessment. Mechanical Systems and Signal Processing, v. 33, p. 13–37, 2012.
- ENSSLIN, Leonardo, Ensslin, Sandra R, Lacerda, Rogério T de O, Tasca, Jorge E. ProKnow-C, knowledge development process-constructivist. Processo técnico com patente de registro pendente junto ao INPI. Brasil, v. 10, n. 4, p. 2015, 2010.
- ENSSLIN, Leonardo; ENSSLIN, Sandra Rolim; PACHECO, Giovanni Cardoso. Um estudo sobre segurança em estádios de futebol baseado na análise bibliométrica da literatura internacional. Perspectivas em Ciência da Informação, v. 17, n. 2, p. 71–91, 2012.
- HAMED, E.; FROSTIG, Y. Natural frequencies of bonded and unbonded prestressed beams-prestress force effects. Journal of Sound and Vibration, v. 295, n. 1–2, p. 28–39, 8 ago. 2006. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X06000915>>. Acesso em: 19 mar. 2018.
- JIANG, Ji-qing; YE, Gui-ru. Dynamics of a prestressed Timoshenko beam subject to arbitrary external load. Journal of Zhejiang University-SCIENCE A, v. 11, n. 11, p. 898–907, 2010. Disponível em: <<http://link.springer.com/article/10.1631/jzus.A1000057>>.
- Kim, Jeong T., Yun, Chung Bang, Ryu, Yeon S., Cho, Hyun M. Identification of prestress-loss in PSC beams using modal information. Structural Engineering and Mechanics, v. 17, n. 3–4, p. 467–482, 2004. Disponível em: <[http://koasas.kaist.ac.kr/bitstream/10203/13832/1/Identification of prestress-loss in PSC beams using modal information.pdf](http://koasas.kaist.ac.kr/bitstream/10203/13832/1/Identification%20of%20prestress-loss%20in%20PSC%20beams%20using%20modal%20information.pdf)>. Acesso em: 18 abr. 2018.

Kim, Jeong Tae, Park, Jae Hyung, Hong, Dong Soo, Park, Woo Sun Hybrid health monitoring of prestressed concrete girder bridges by sequential vibration-impedance approaches. *Engineering Structures*, v. 32, n. 1, p. 115–128, jan. 2010. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029609002880>>.

LAW, S. S.; LU, Z. R. Time domain responses of a prestressed beam and prestress identification. *Journal of Sound and Vibration*, v. 288, n. 4–5, p. 1011–1025, 20 dez. 2005. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X05001793>>. Acesso em: 19 mar. 2018.

Limongelli, M. P., Siegert, D., Merliot, E., Waeytens, J., Bourquin, F., Vidal, R. Damage detection in a post tensioned concrete beam – Experimental investigation. *Engineering Structures*, v. 128, p. 15–25, 1 dez. 2016. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014102961630579X>>.

Miyamoto, Ayaho, Tei, Katsuji, Nakamura, Hideaki, Bull, John W. Behavior of Prestressed Beam Strengthened with External Tendons. *Journal of Structural Engineering*, v. 126, n. 9, p. 1033–1044, set. 2000. Disponível em: <<http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9445%282000%29126%3A9%281033%29>>. Acesso em: 28 mar. 2018.

NAWY, Edward G. *Prestressed concrete: A Fundamental Approach*. 5a ed. [S.l.]: Pearson Education, 2011.

Noble, Darragh, Nogal, Maria, O'Connor, Alan, Pakrashi, Vikram .Dynamic impact testing on post-tensioned steel rectangular hollow sections; An investigation into the “compression-softening” effect. *Journal of Sound and Vibration*, v. 355, p. 246–263, 27 out. 2015. Disponível em: <<https://www.sciencedirect-com.ez107.periodicos.capes.gov.br/science/article/pii/S0022460X15005039>>. Acesso em: 16 abr. 2018.

Noble, Darragh, Nogal, Maria, O'Connor, Alan, Pakrashi, Vikram. The effect of prestress force magnitude and eccentricity on the natural bending frequencies of uncracked prestressed concrete beams. *Journal of Sound and Vibration*, v. 365, p. 22–44, 2016. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022460X15009839>>.

Noh, Myung Hyun, Seong, Taek Ryong, Lee, Jungwhee, Park, Kyu Sik. Experimental investigation of dynamic behavior of prestressed girders with internal tendons. *International Journal of Steel Structures*, v. 15, n. 2, p. 401–414, 30 jun. 2015. Disponível em: <<http://link.springer.com/10.1007/s13296-015-6011-8>>. Acesso em: 16 abr. 2018.

PEETERS, Bart; DE ROECK, Guido. Stochastic system identification for operational modal analysis: a review. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, v. 123, n. 4, p. 659–667, 2001.

PFEIL, Walter. *Concreto protendido*. [S.l.]: Livros Tecnicos e Cientificos, 1983.

RAINIERI, Carlo; FABBROCINO, Giovanni. *Operational Modal Analysis of Civil Engineering Structures*. Springer, New York, v. 142, p. 322, 2014.

RAJU, N Krishna. *Prestressed concrete*. [S.l.]: Tata McGraw-Hill Education, 2006.

SAIDI, M.; DOUGLAS, B.; FENG, S. Prestress Force Effect on Vibration Frequency of Concrete Bridges. *Journal of Structural Engineering*, v. 120, n. 7, p. 2233–2241, jul. 1994. Disponível em: <<http://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%290733-9445%281994%29120%3A7%282233%29>>. Acesso em: 17 abr. 2018.

SOHN, Hoon; FARRAR, Charles R. Damage diagnosis using time series analysis of vibration signals. *Smart materials and structures*, v. 10, n. 3, p. 446, 2001.

Sun, Qili, Yang, Yue, Fan, Jiansheng, Zhang, Yanling, Bai, Yu. Effect of longitudinal reinforcement and prestressing on stiffness of composite beams under hogging moments. *Journal of Constructional Steel Research*, v. 100, p. 1–11, set. 2014. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0143974X1400100X>>.

SYSCOM. MR3000C. Disponível em: <<http://www.syscom.ch/products/mr3000c/>>. Acesso em: 12 jul. 2018.

Toyota, Yusuke, Hirose, Takeshi, Ono, Syuichi, Shidara, Kazuhisa. Experimental Study on Vibration Characteristics of Prestressed Concrete Beam. *Procedia Engineering*, v. 171, p. 1165–1172, 1 jan. 2017. Disponível em: <<https://www.sciencedirect-com.ez107.periodicos.capes.gov.br/science/article/pii/S1877705817304939>>. Acesso em: 16 abr. 2018.

VAN OVERSCHEE, Peter; DE MOOR, B L. Subspace identification for linear systems: Theory—Implementation—Applications. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012.

ZHANG, Yaoting; LI, Ruige. Natural Frequency of Full-Prestressed Concrete Beam. *Transactions of Tianjin University*, v. 13, n. 5, p. 354–359, 2007. Disponível em: <journals.tju.edu.cn/ywb/oa/pdfdown.aspx?Sid=20070509>

ANEXO A – TIME HISTORY DAS MEDIÇÕES.

Figura 38 - Time History da Viga 1 Acelerômetro 1 Fase 1

Fonte: Desenvolvido pelo autor

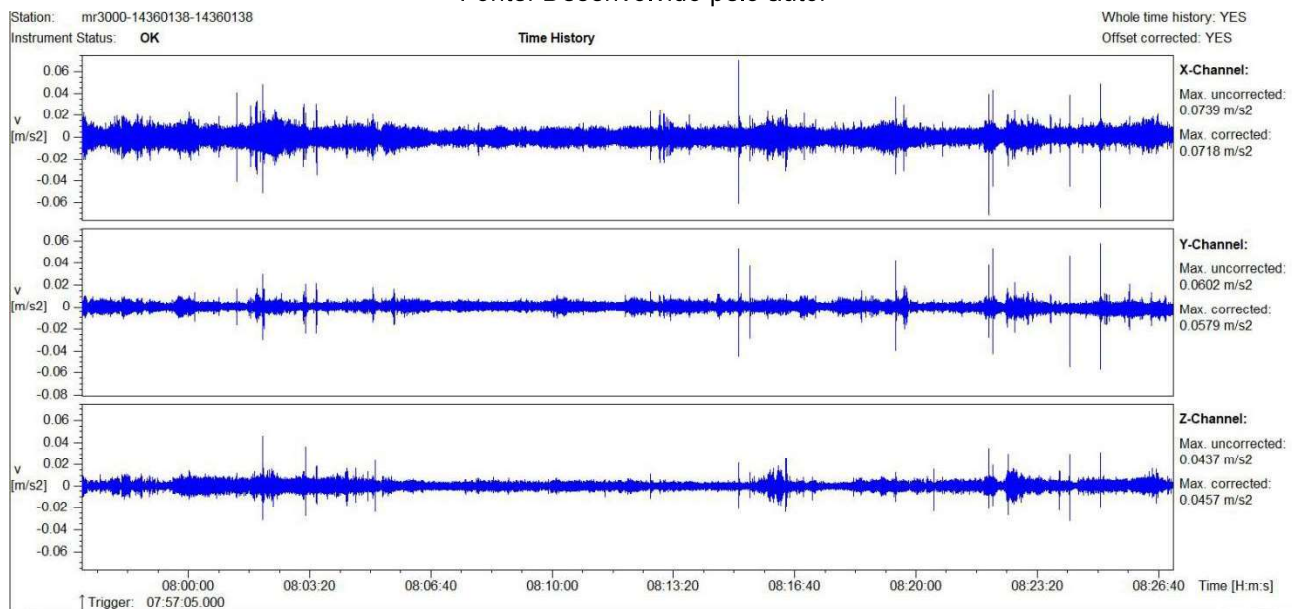


Figura 39 - Time History da Viga 1 Acelerômetro 1 Fase 3

Fonte: Desenvolvido pelo autor

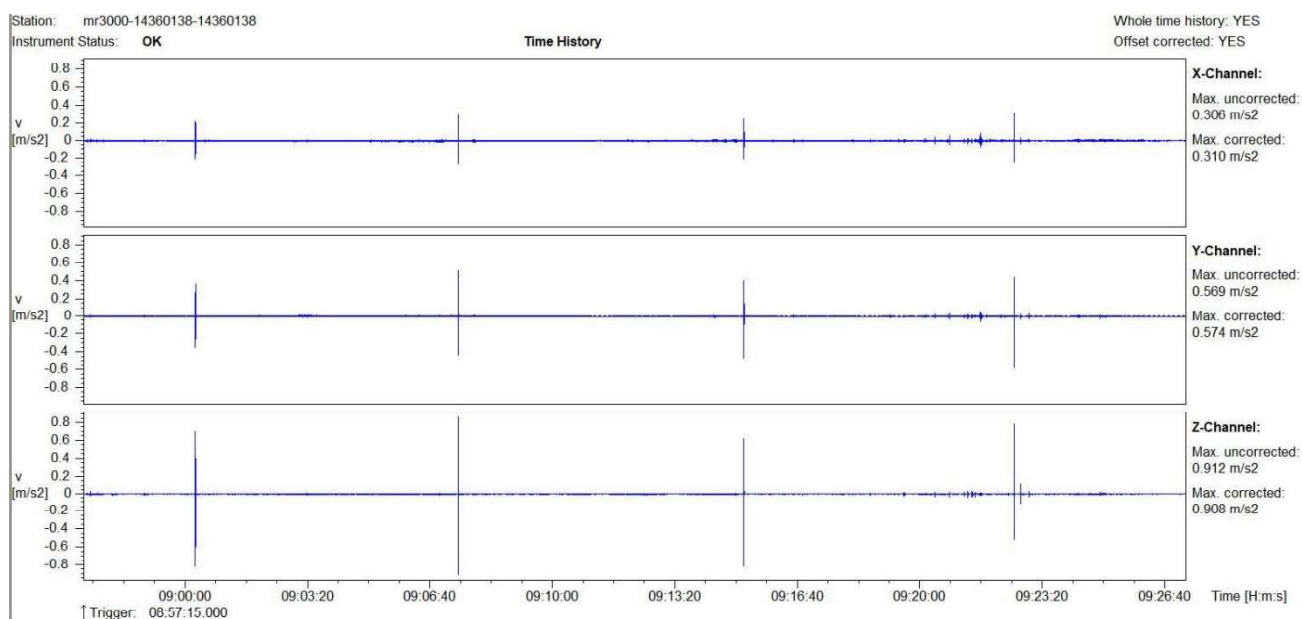
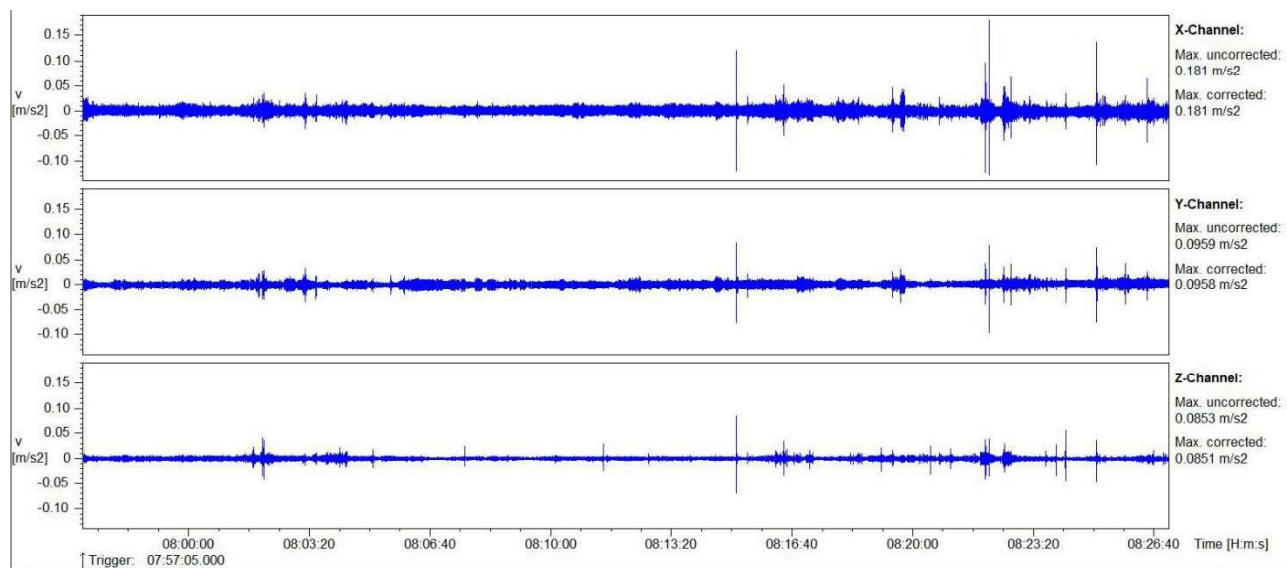
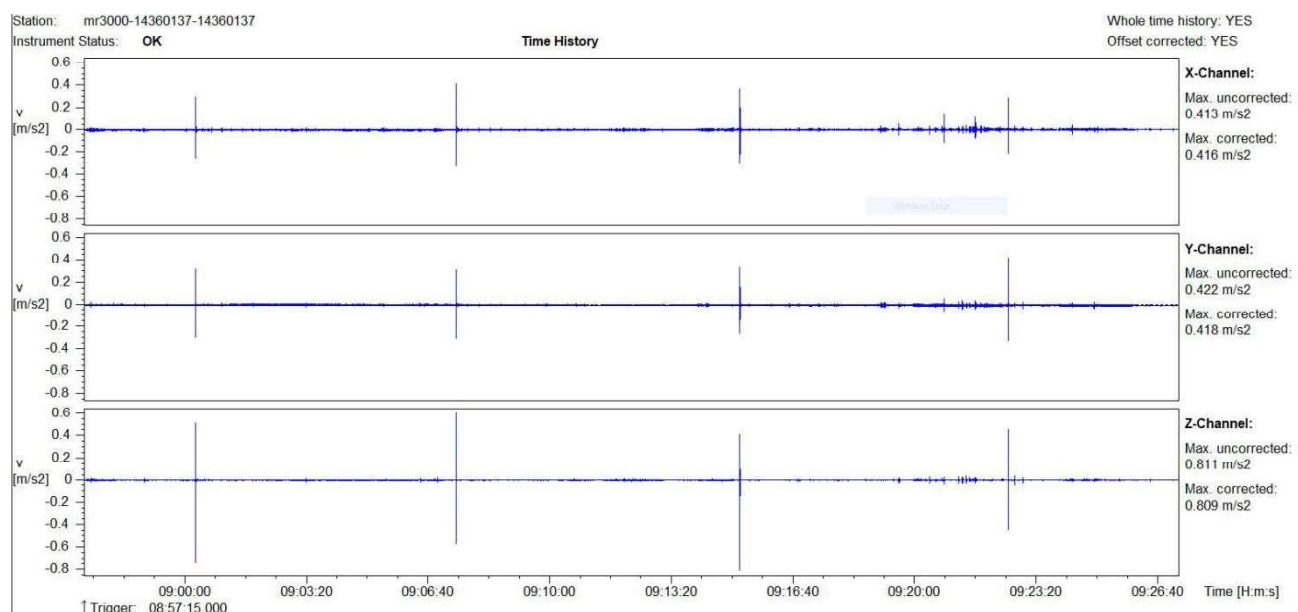


Figura 40 - Time History da Viga 1 Acelerômetro 2 Fase 1



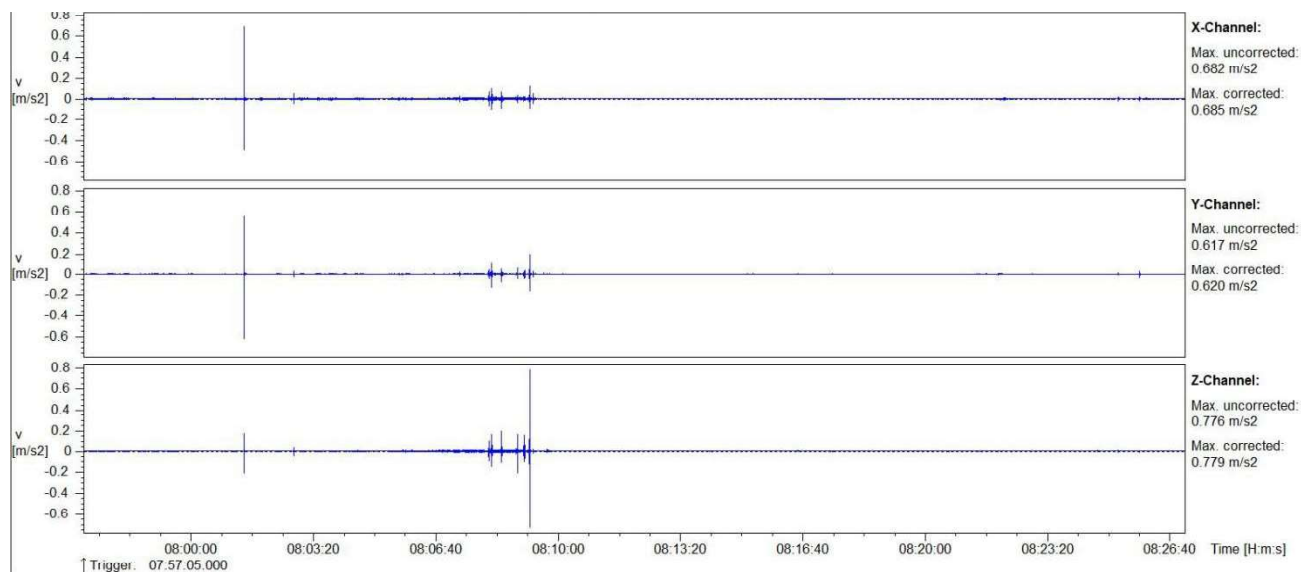
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 41 - Time History da Viga 1 Acelerômetro 2 Fase 1



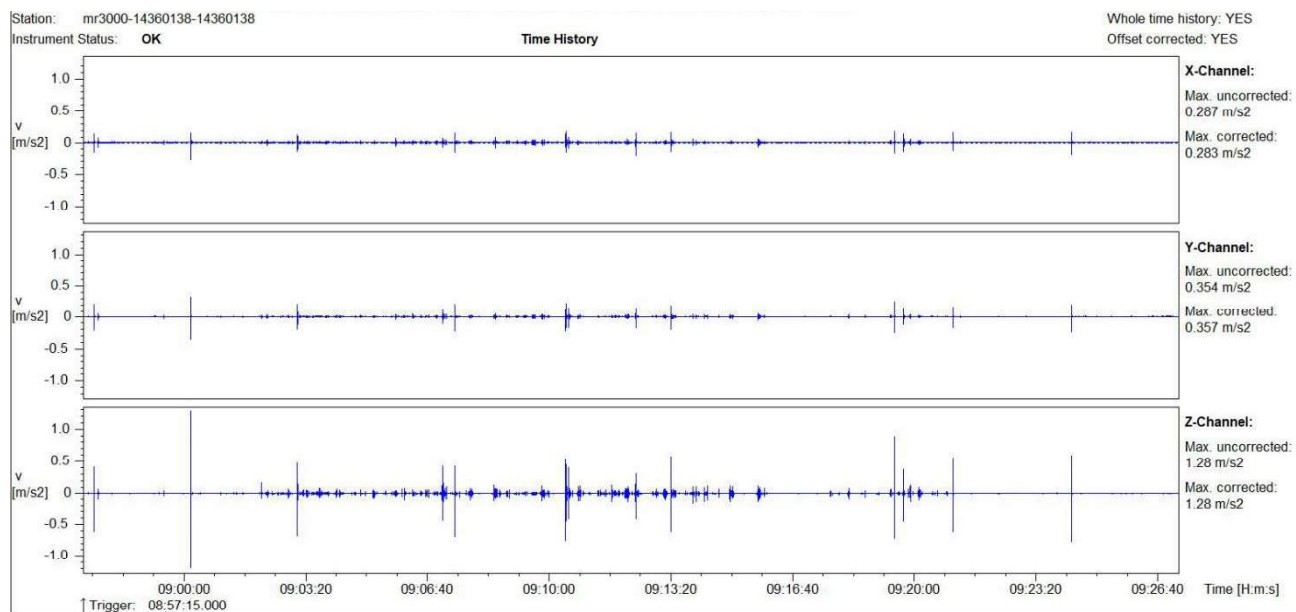
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 42 - Time History da Viga 2 Acelerômetro 1 Fase 1



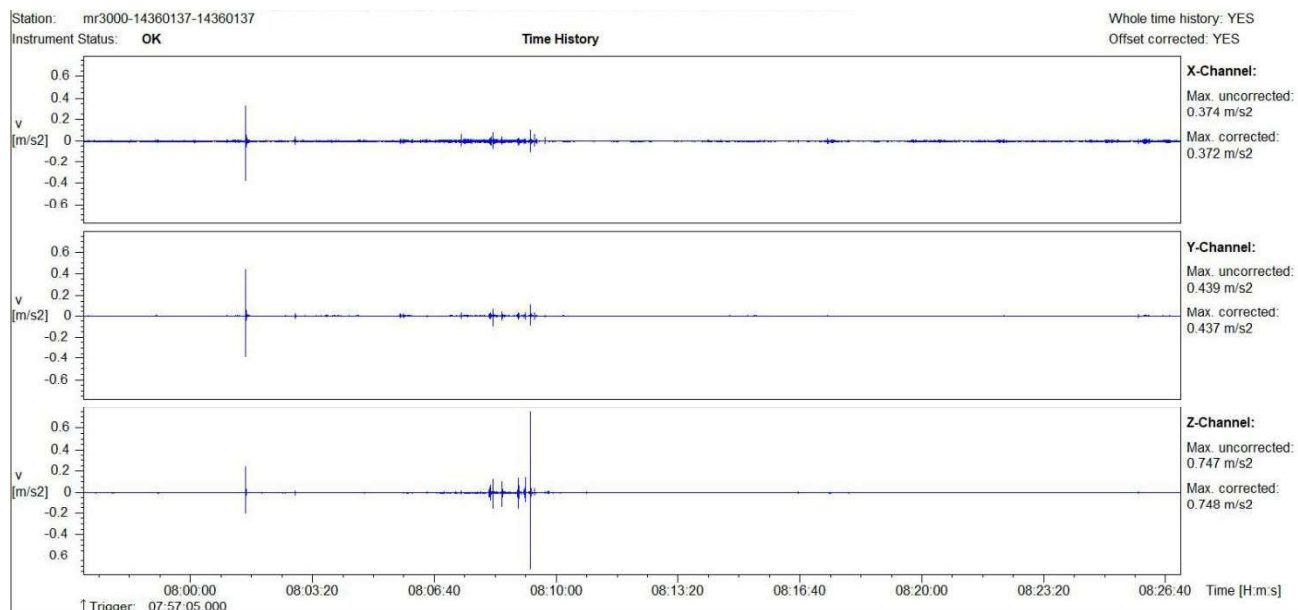
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 43 - Time History da Viga 2 Acelerômetro 1 Fase 3



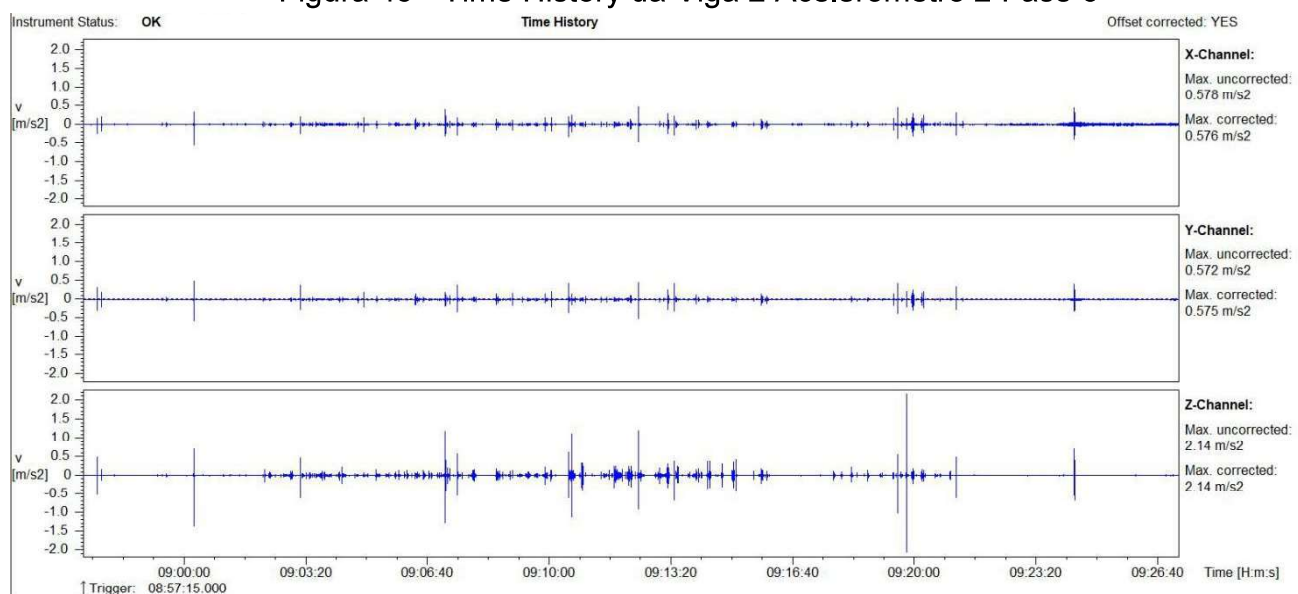
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 44 - Time History da Viga 2 Acelerômetro 2 Fase 1



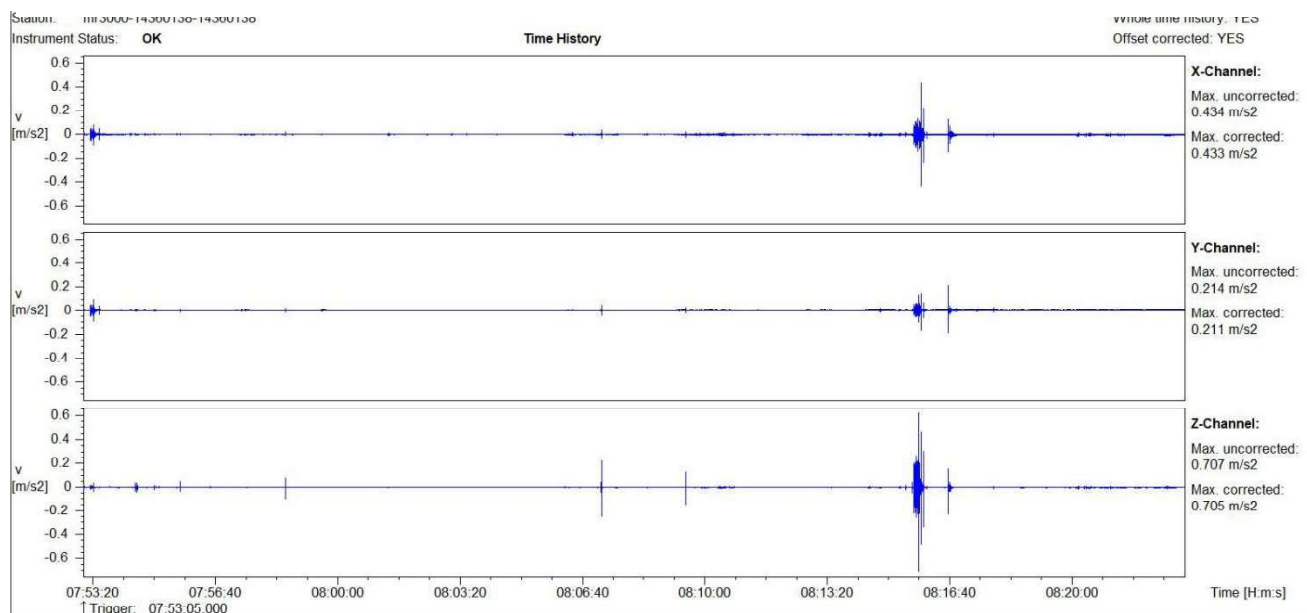
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 45 - Time History da Viga 2 Acelerômetro 2 Fase 3



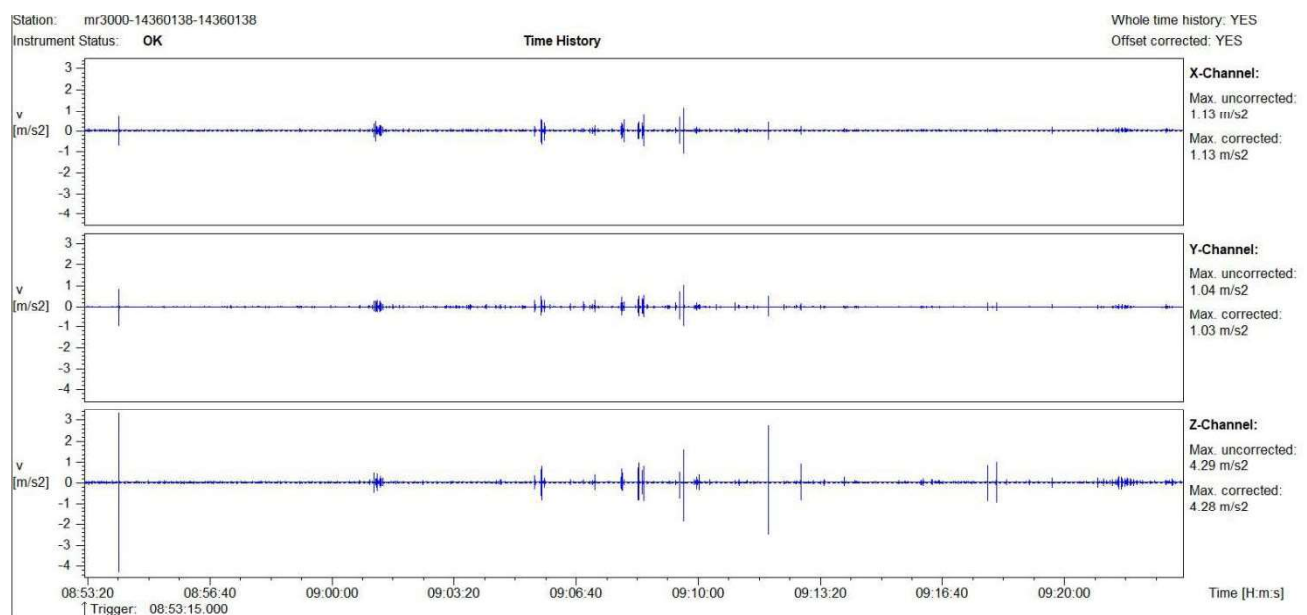
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 46 - Time History da Viga 3 Acelerômetro 1 Fase 1



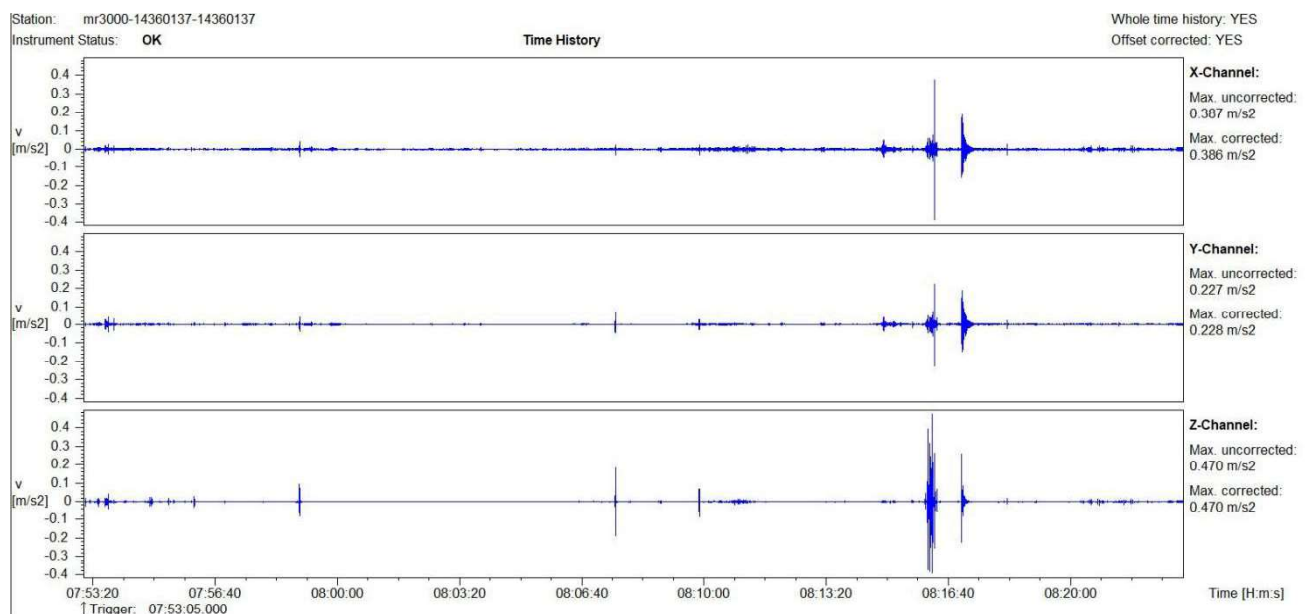
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 47 - Time History da Viga 3 Acelerômetro 1 Fase 3



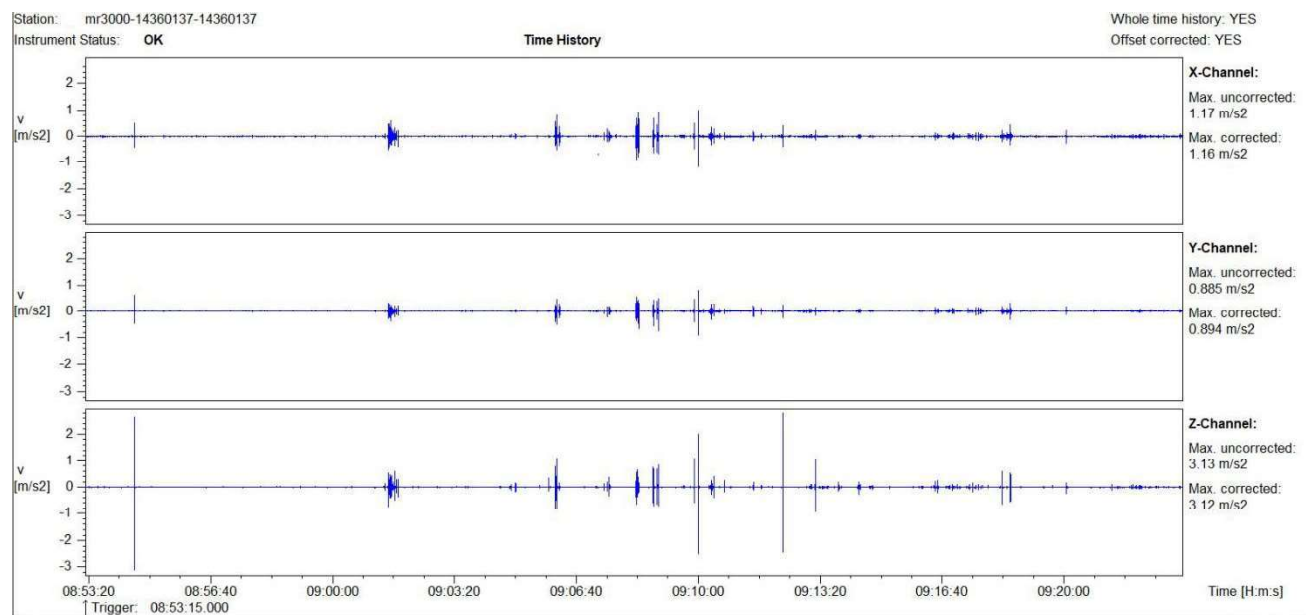
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 48 - Time History da Viga 3 Acelerômetro 2 Fase 1



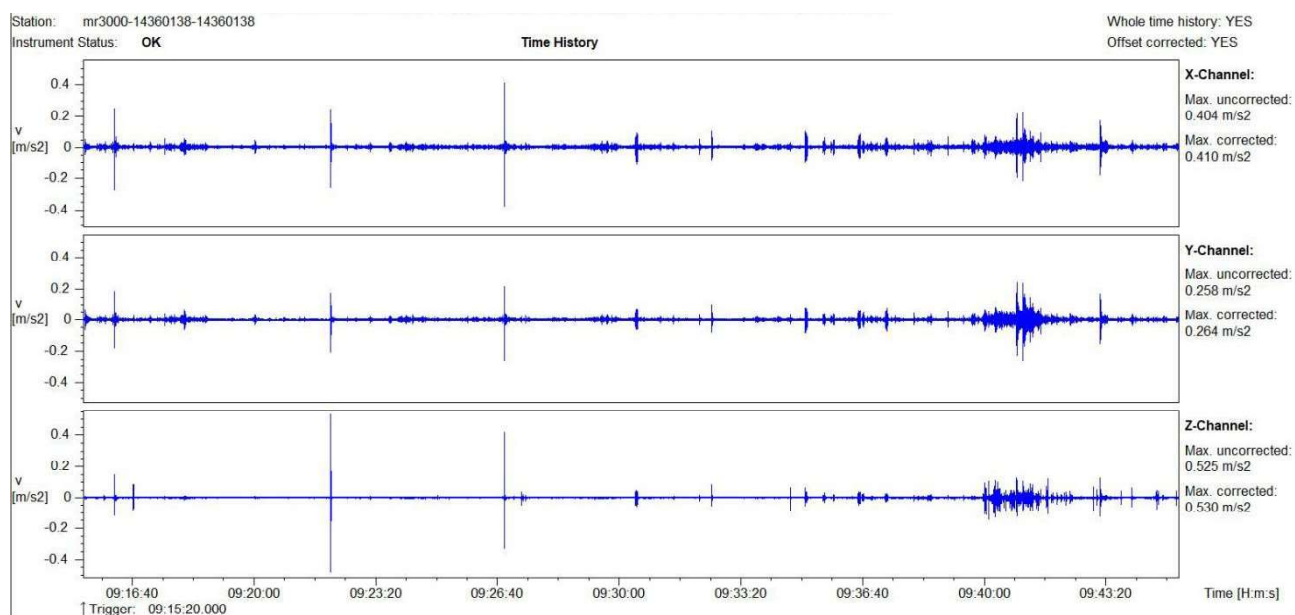
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 49 - Time History da Viga 3 Acelerômetro 2 Fase 3



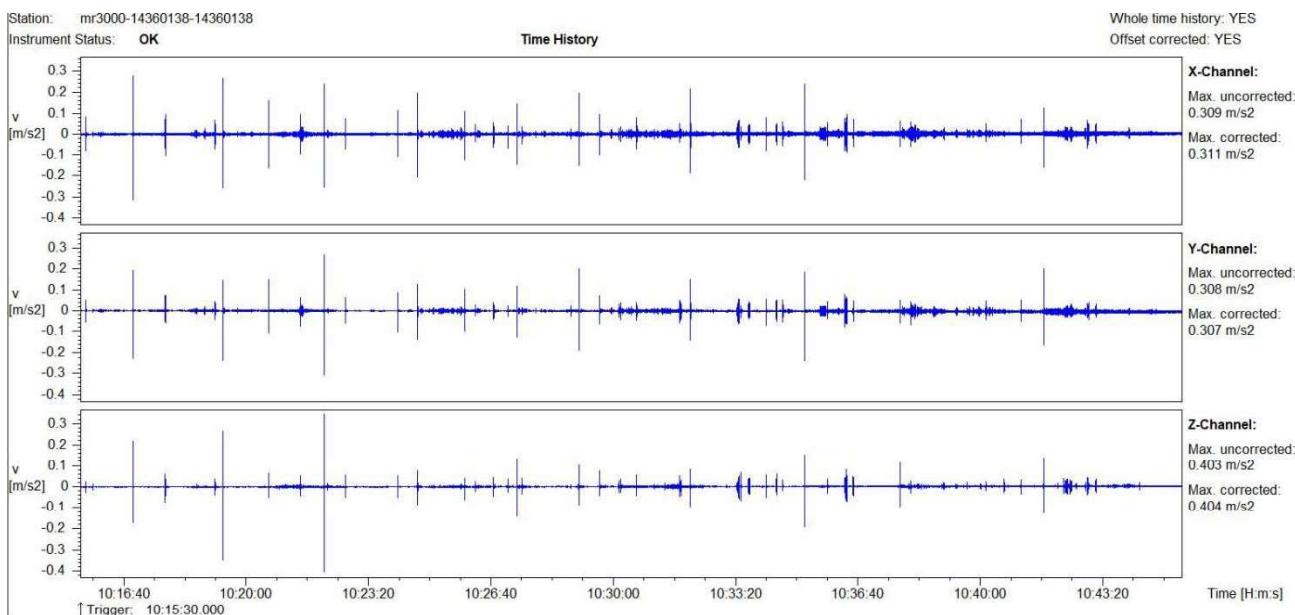
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 50 - Time History da Viga 4 Acelerômetro 1 Fase 1



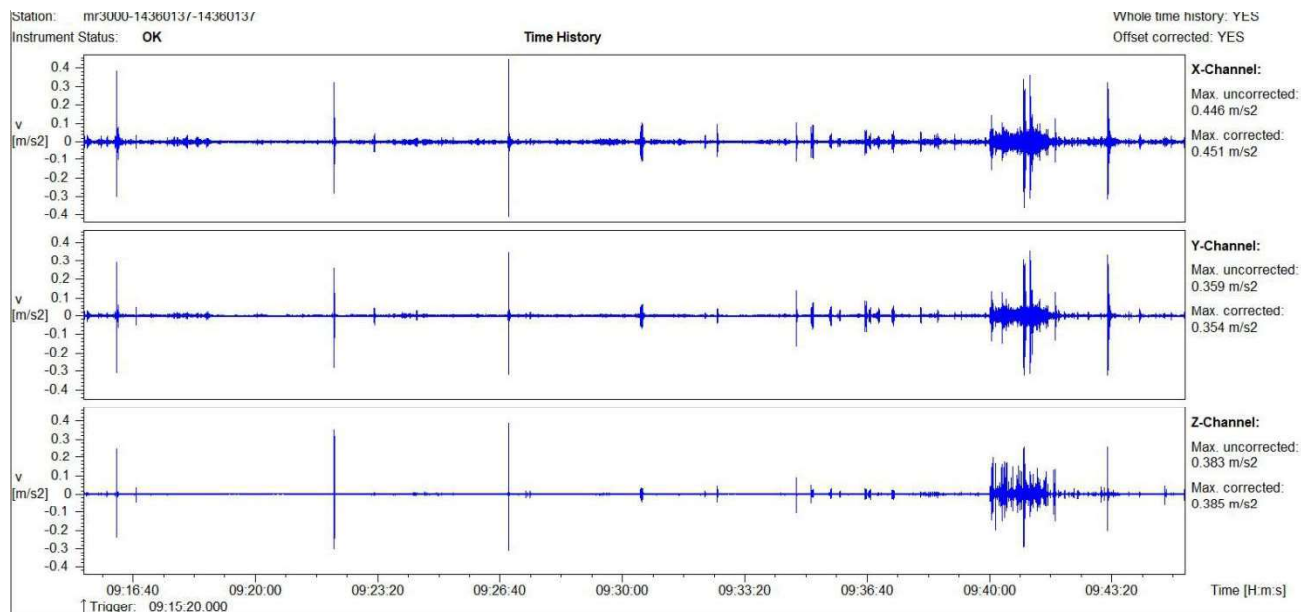
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 51 - Time History da Viga 4 Acelerômetro 1 Fase 3



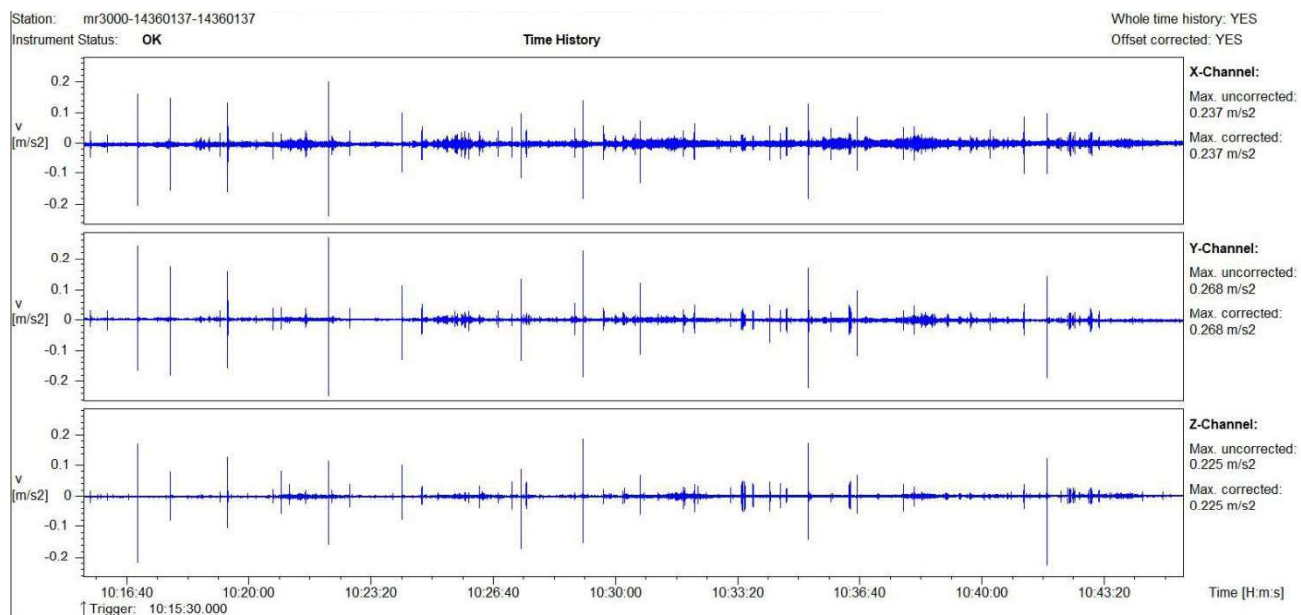
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 52 - Time History da Viga 4 Acelerômetro 2 Fase 1



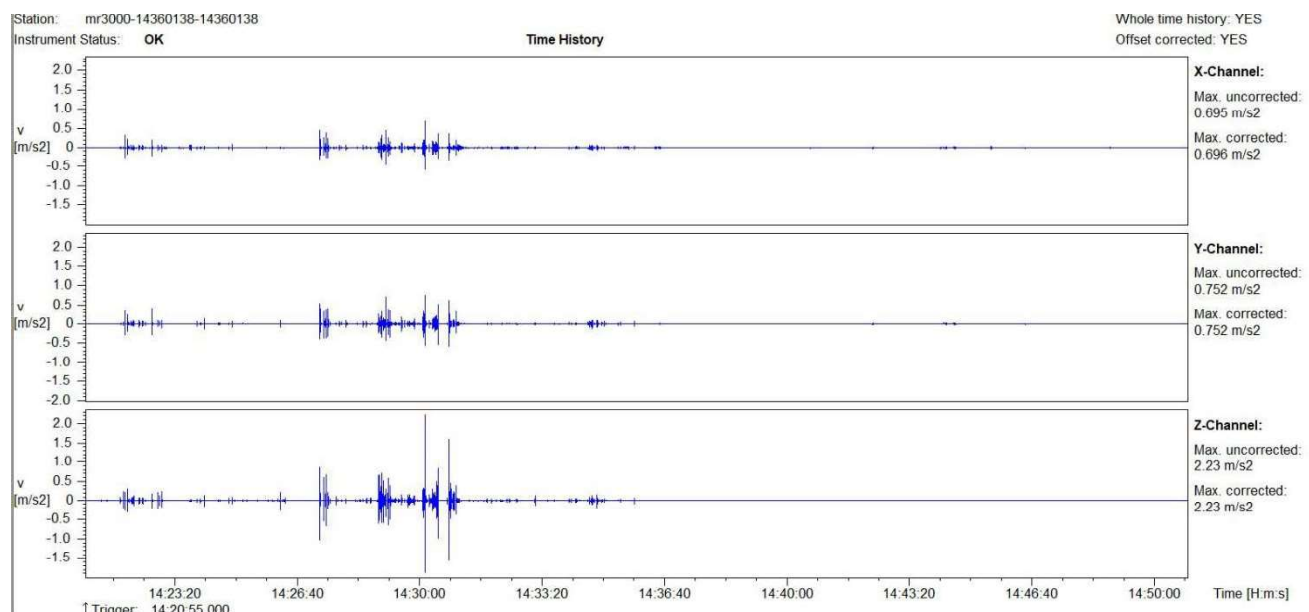
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 53 - Time History da Viga 4 Acelerômetro 2 Fase 3



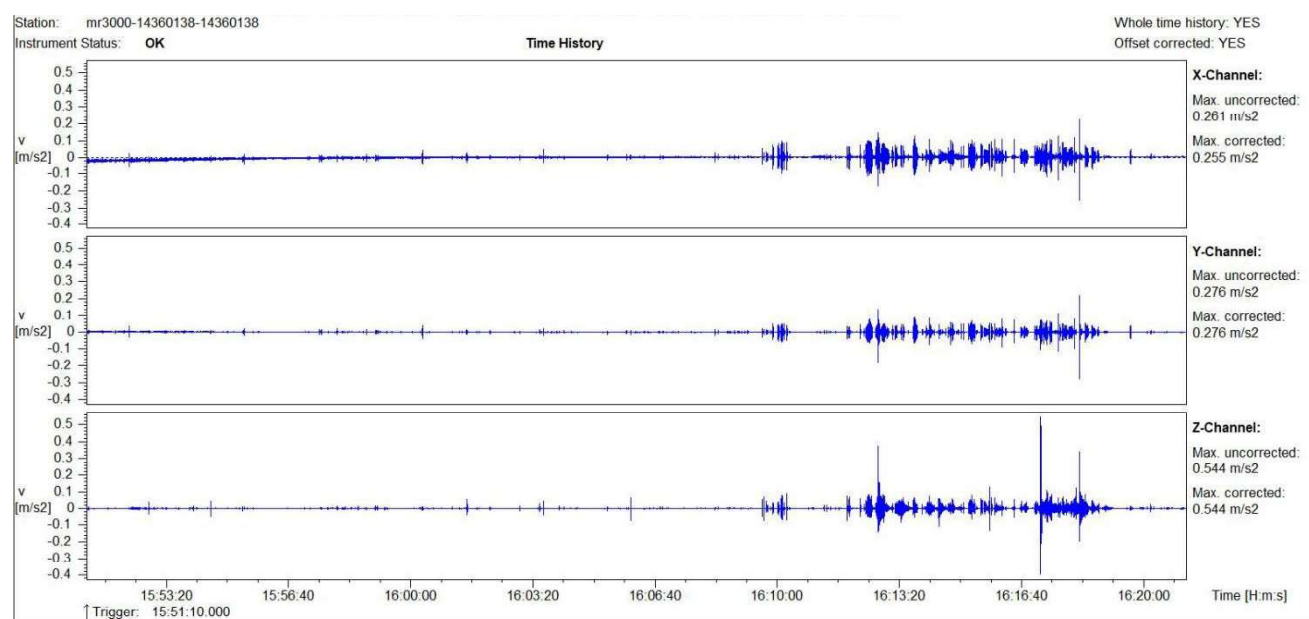
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 55 - Time History da Viga 5 Acelerômetro 1 Fase 1



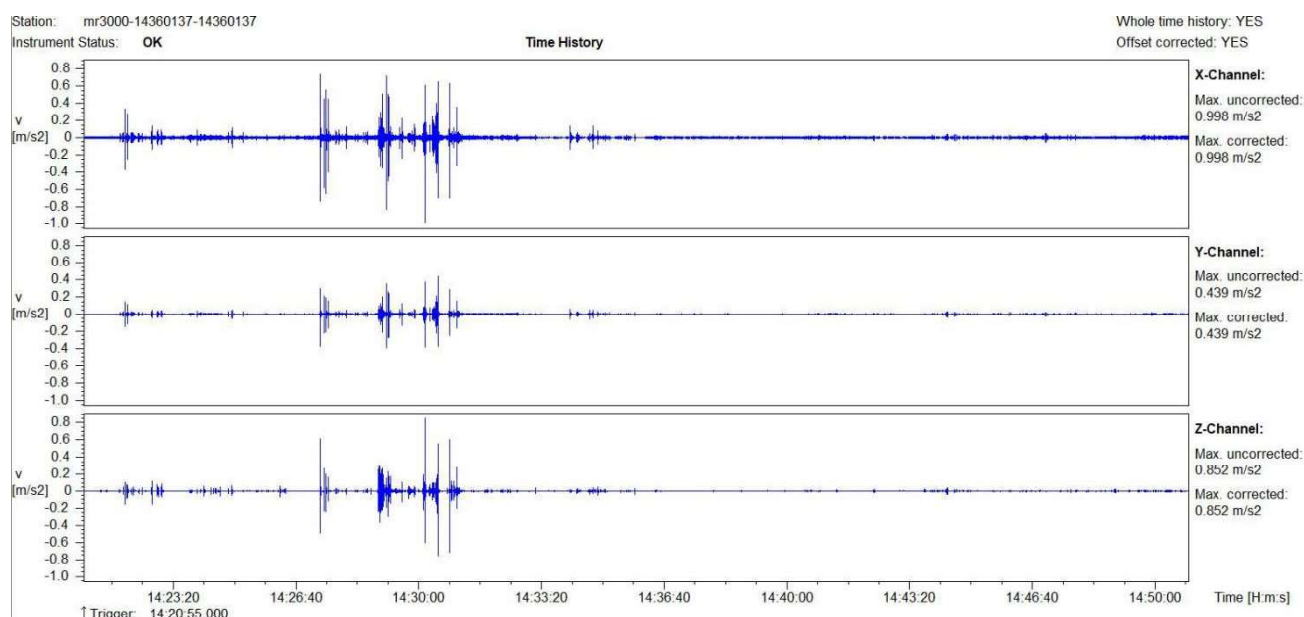
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 54 - Time History da Viga 5 Acelerômetro 1 Fase 3



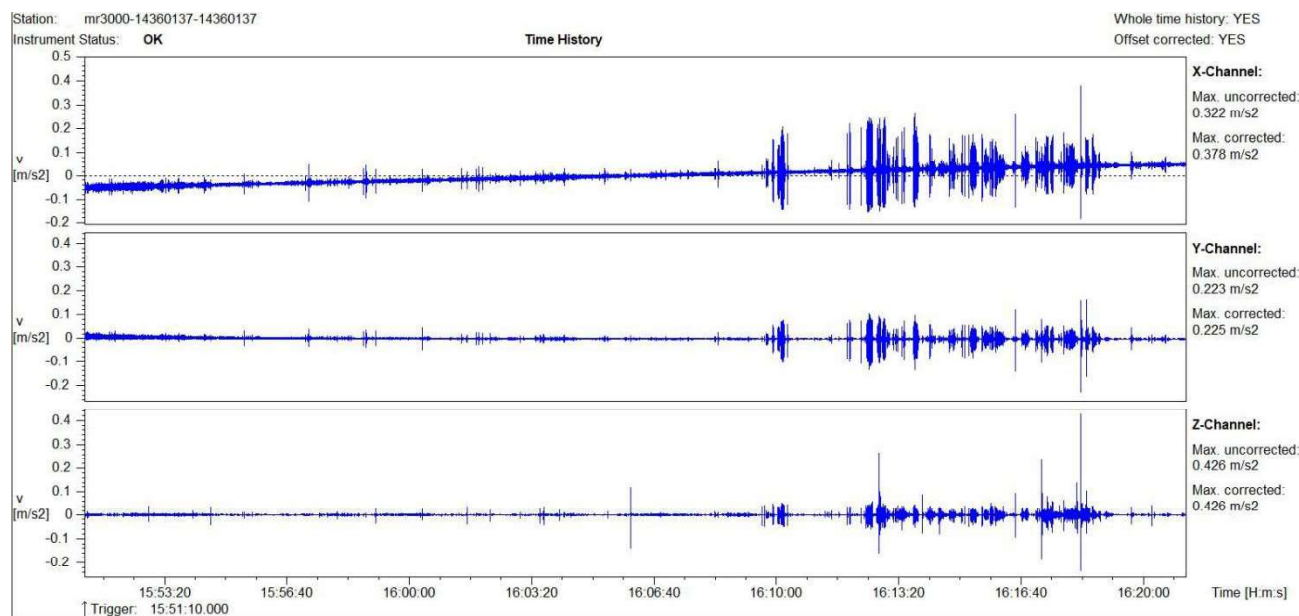
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 56 - Time History da Viga 5 Acelerômetro 2 Fase 1



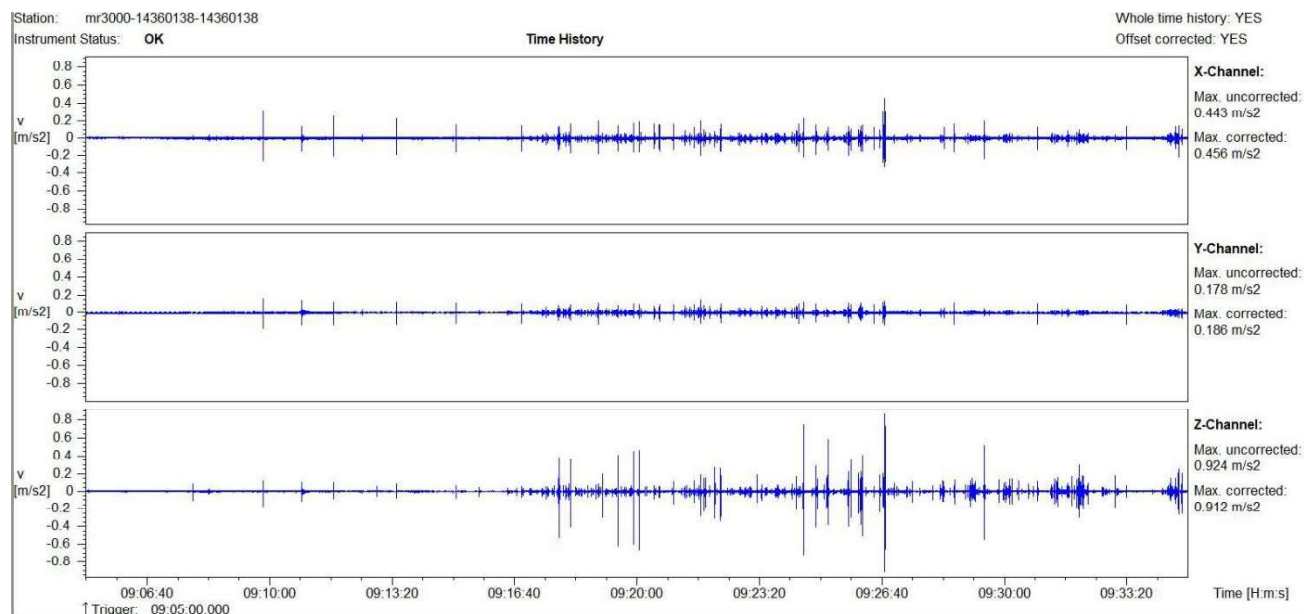
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 57 - Time History da Viga 5 Acelerômetro 2 Fase 3



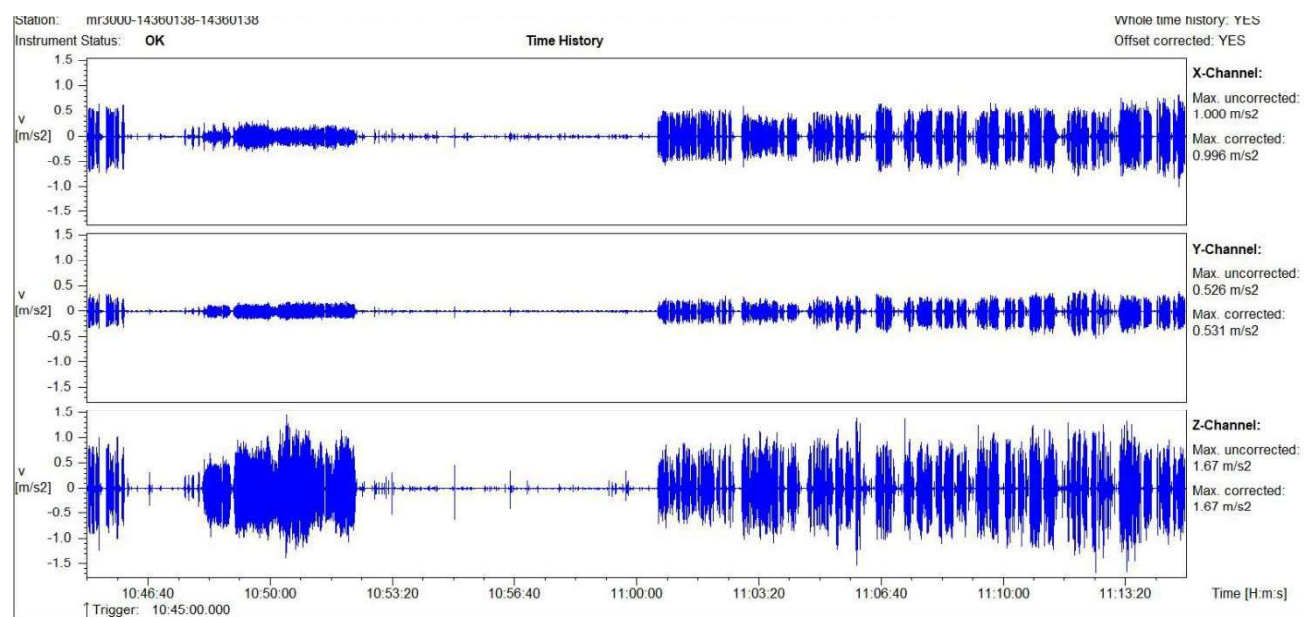
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 59 - Time History da Viga 6 Acelerômetro 1 Fase 1



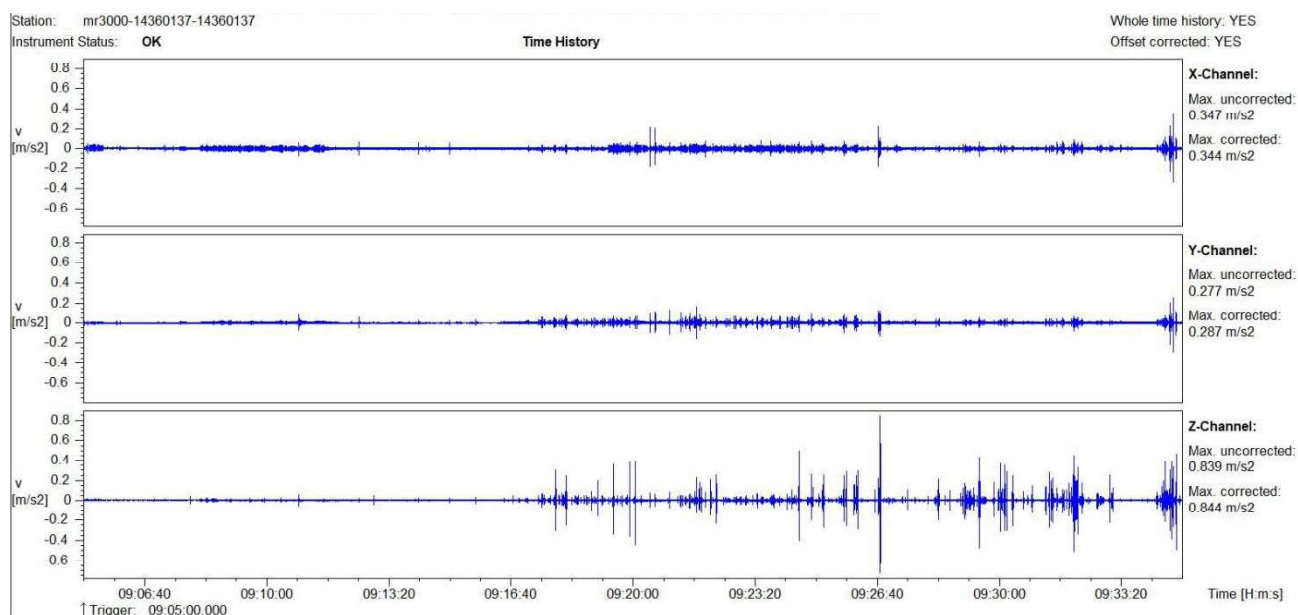
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 58 - Time History da Viga 6 Acelerômetro 1 Fase 3



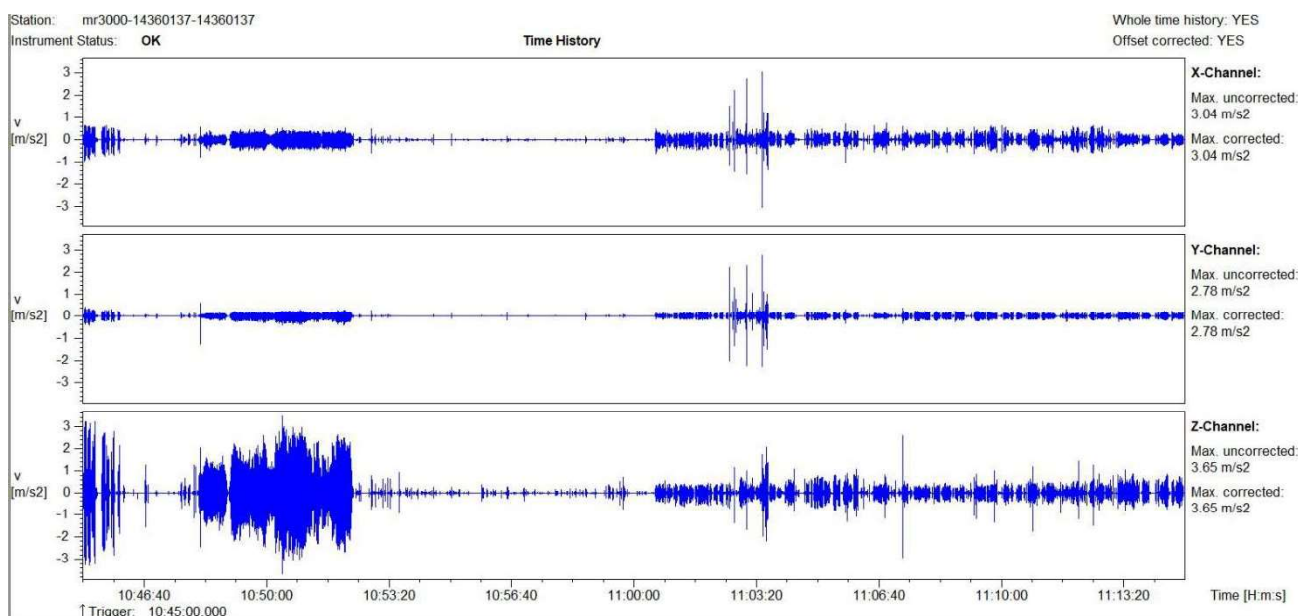
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 60 - Time History da Viga 6 Acelerômetro 2 Fase 1



Fonte: Desenvolvido pelo autor

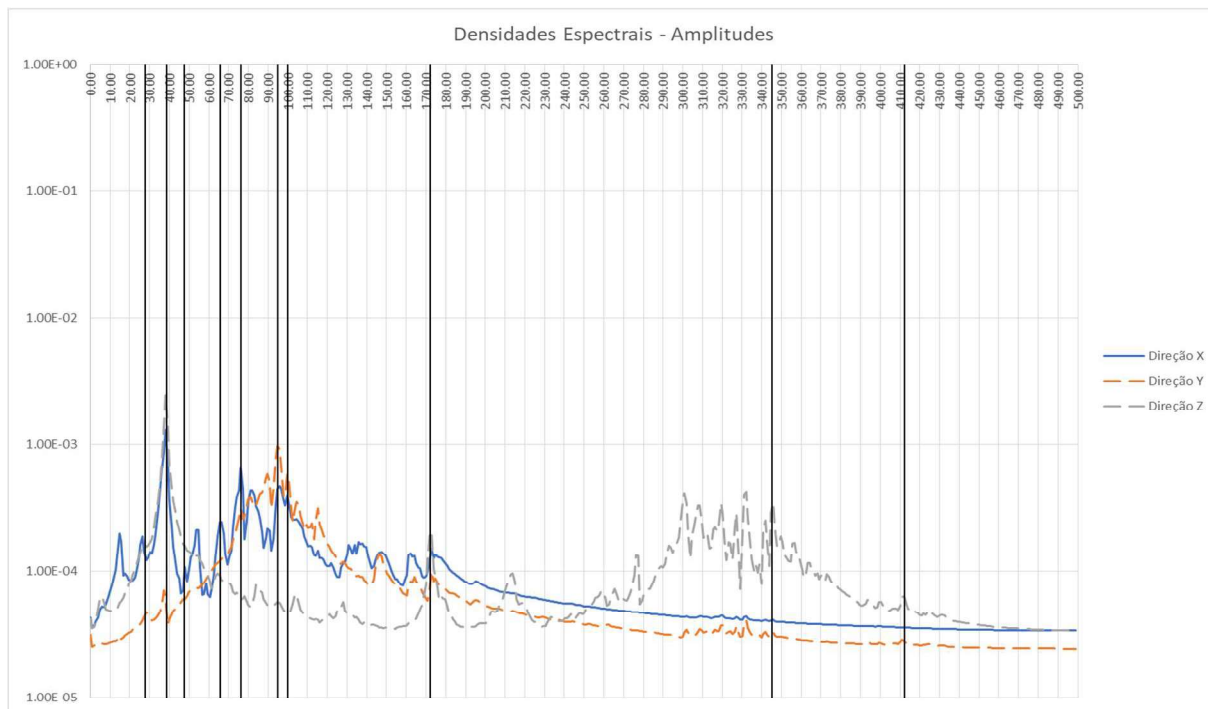
Figura 61 - Time History da Viga 6 Acelerômetro 2 Fase 3



Fonte: Desenvolvido pelo autor

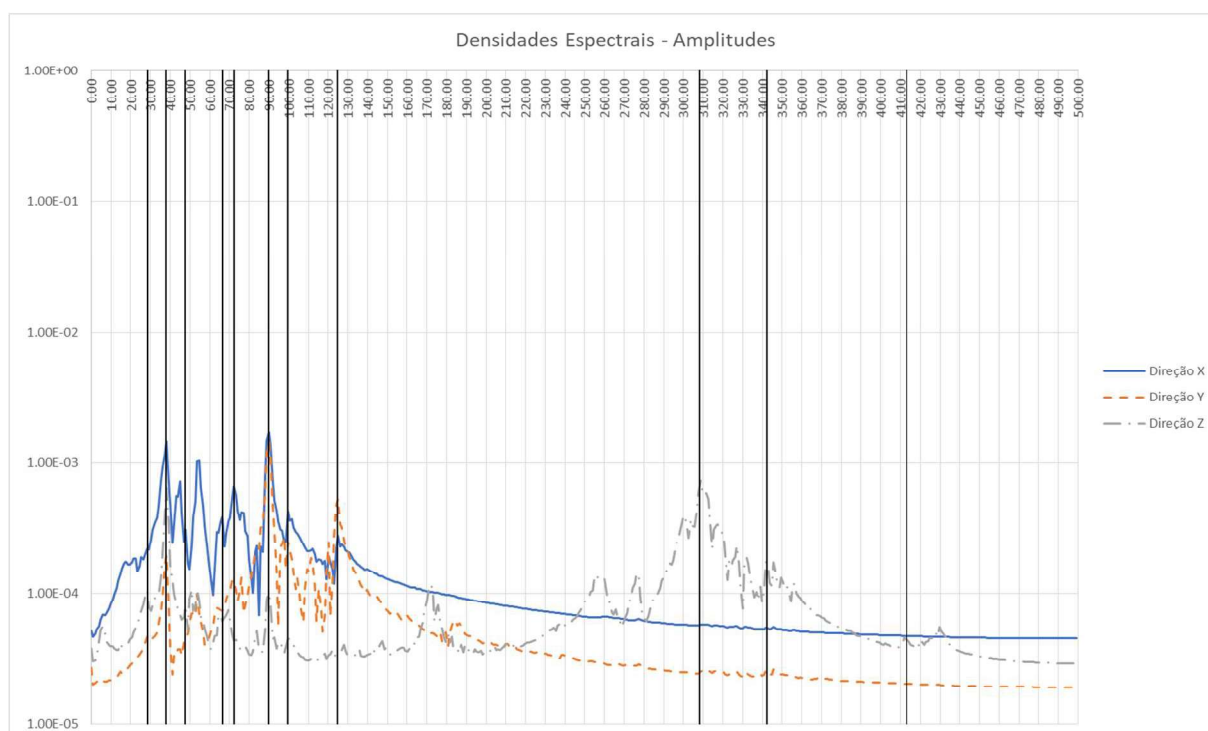
ANEXO B – DENSIDADES DE BLACKMAN-TUKEY DAS VIGAS FASE 1

Figura 62 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 2 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



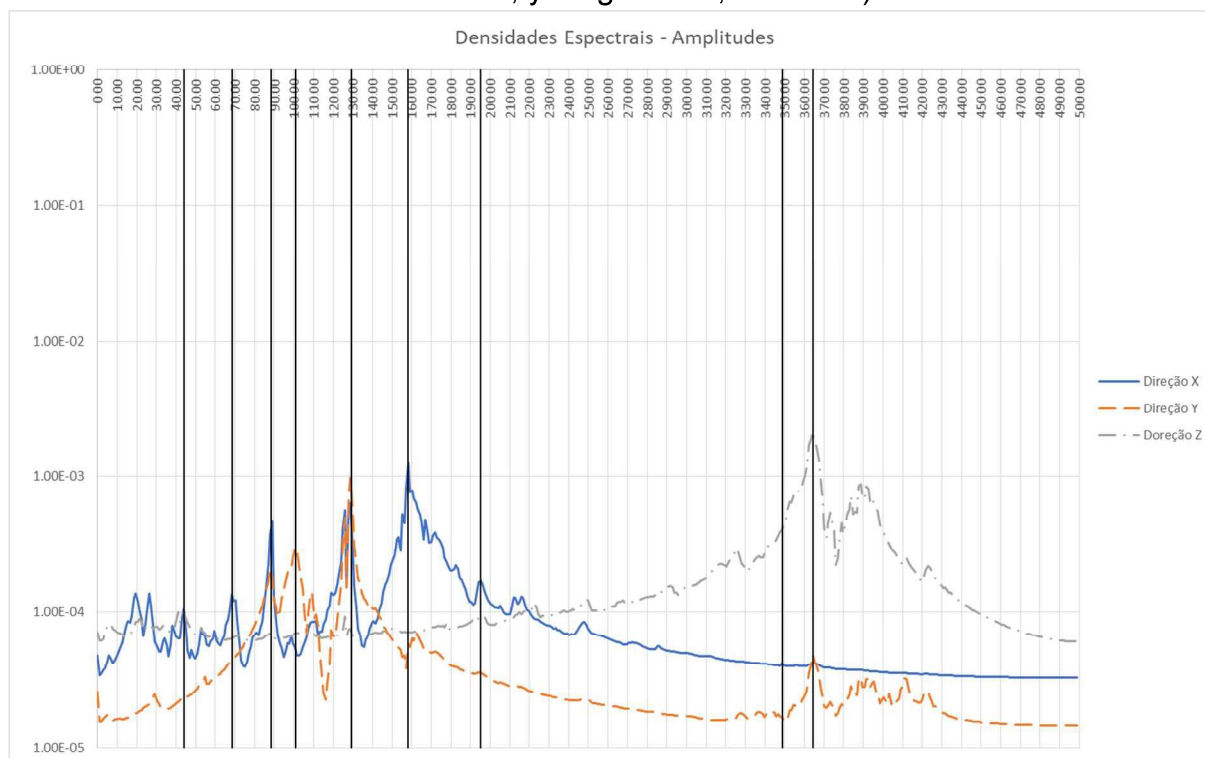
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 63 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 2 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



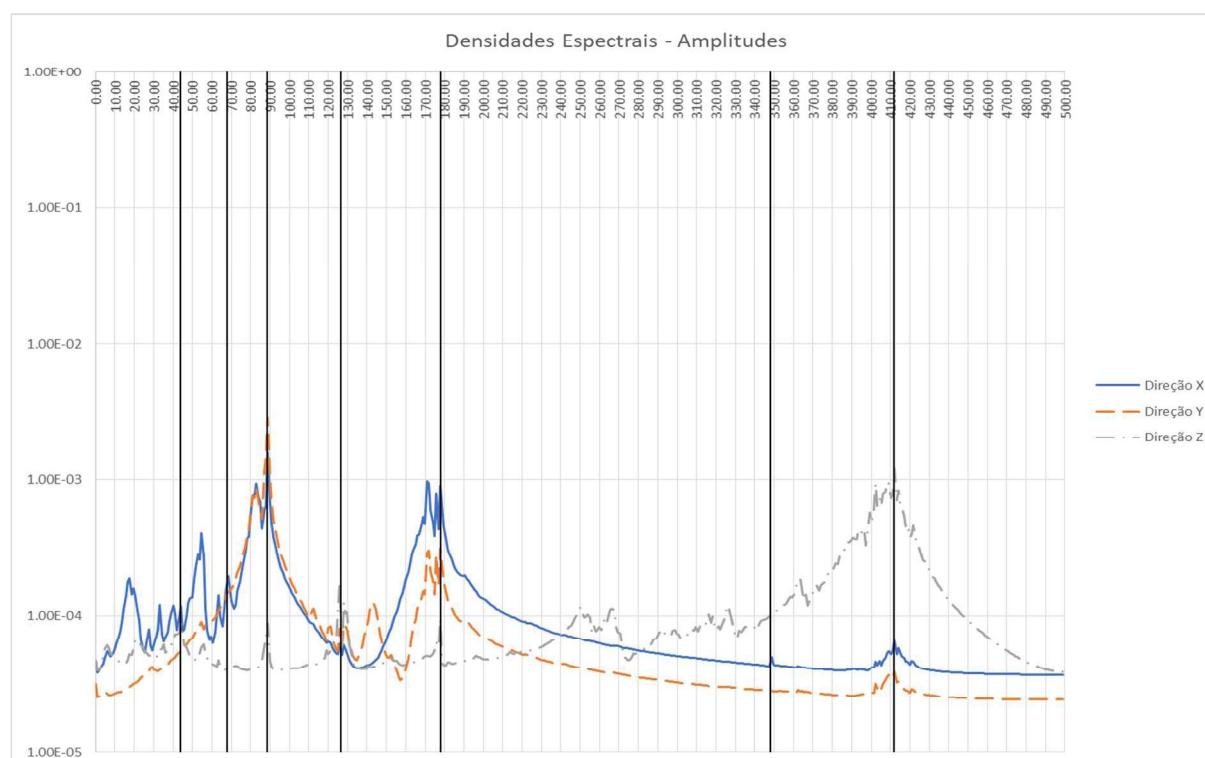
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 64 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 3 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



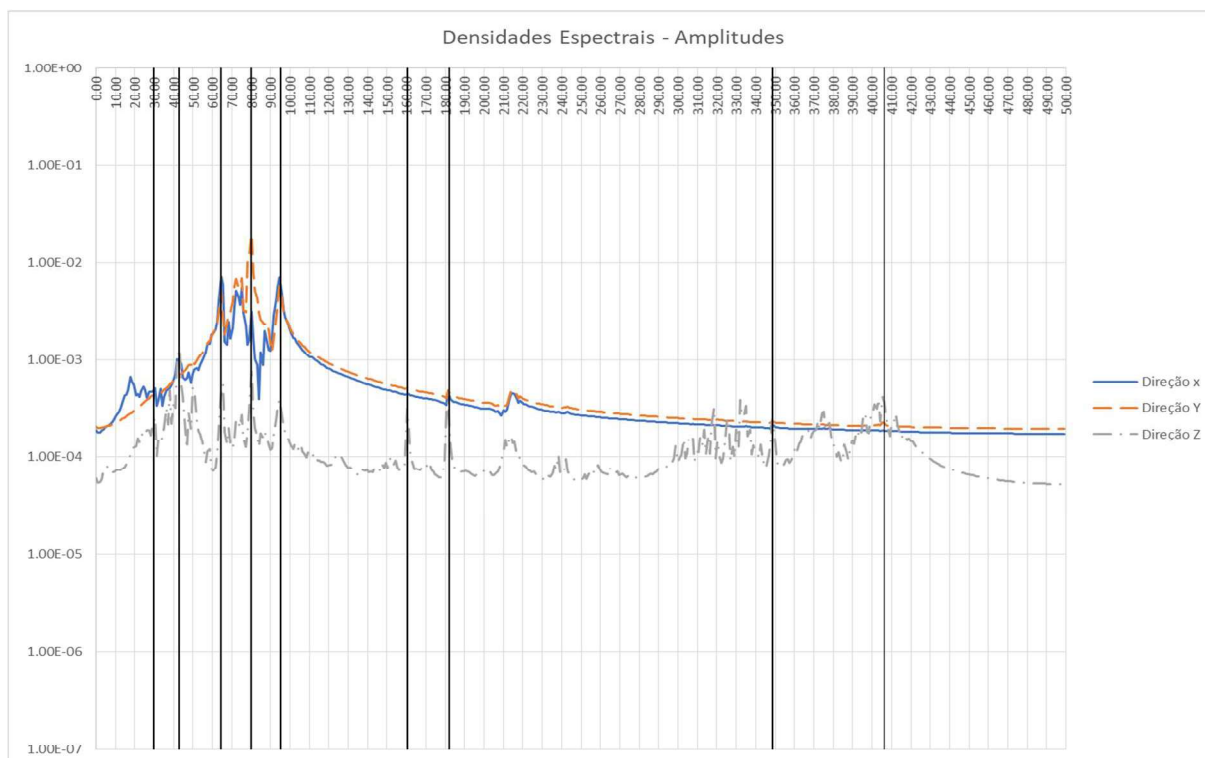
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 65 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 3 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



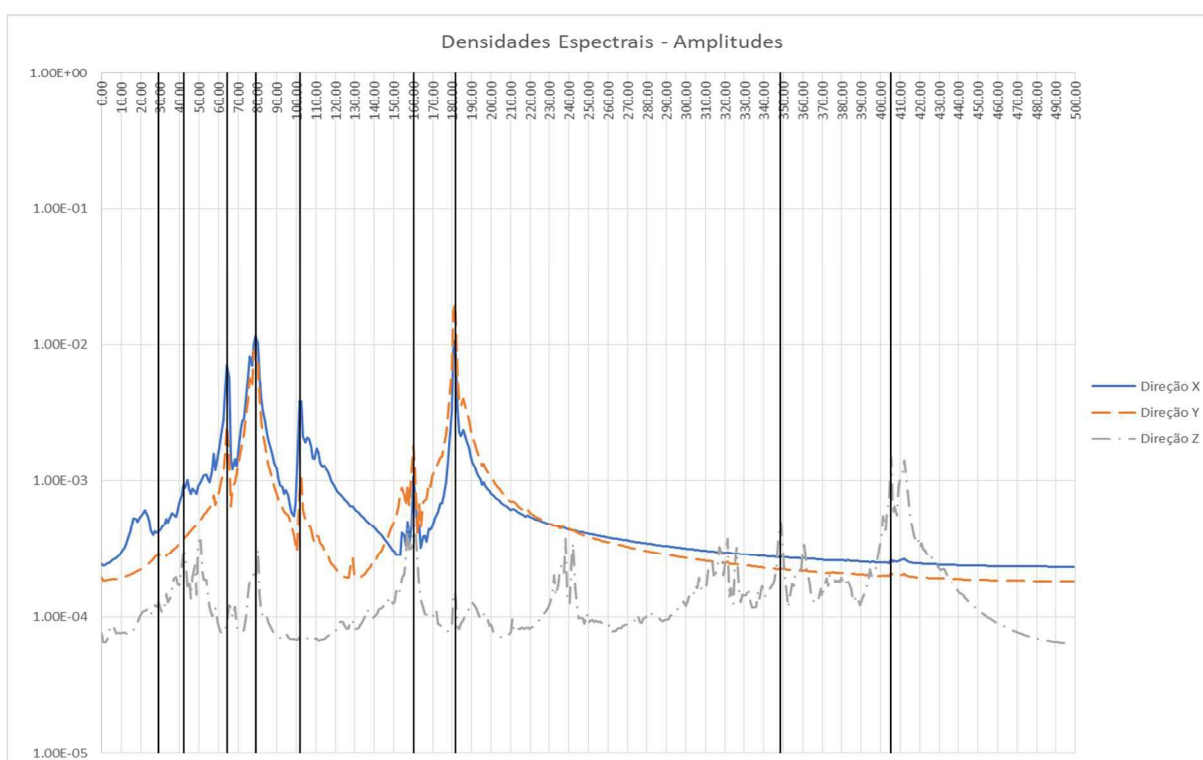
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 66 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 4 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



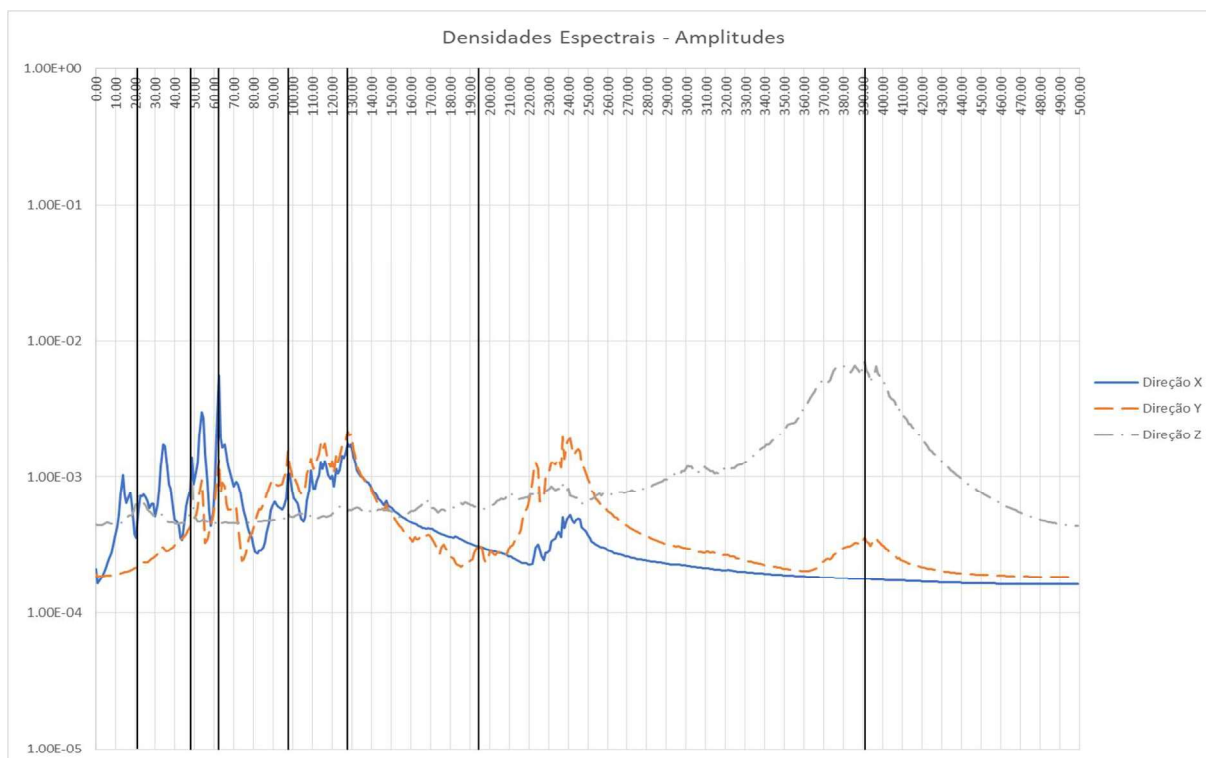
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 67 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 4 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



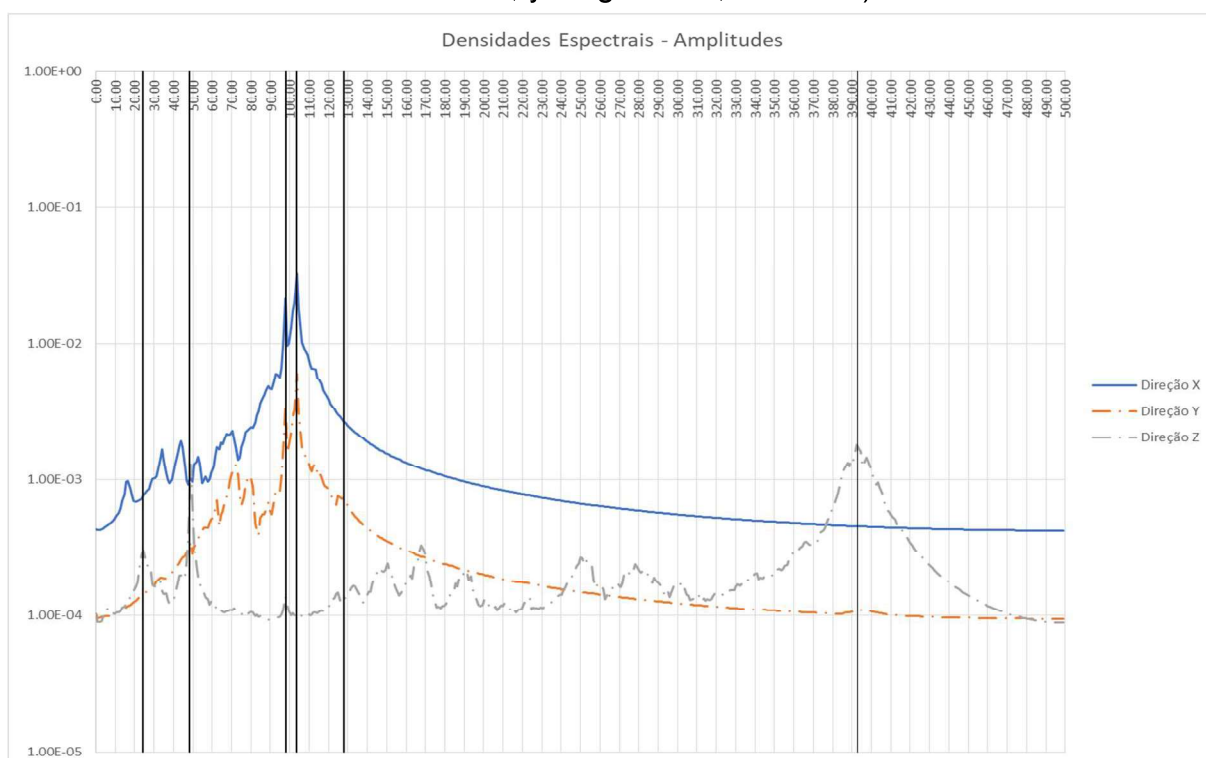
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 68 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 5 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



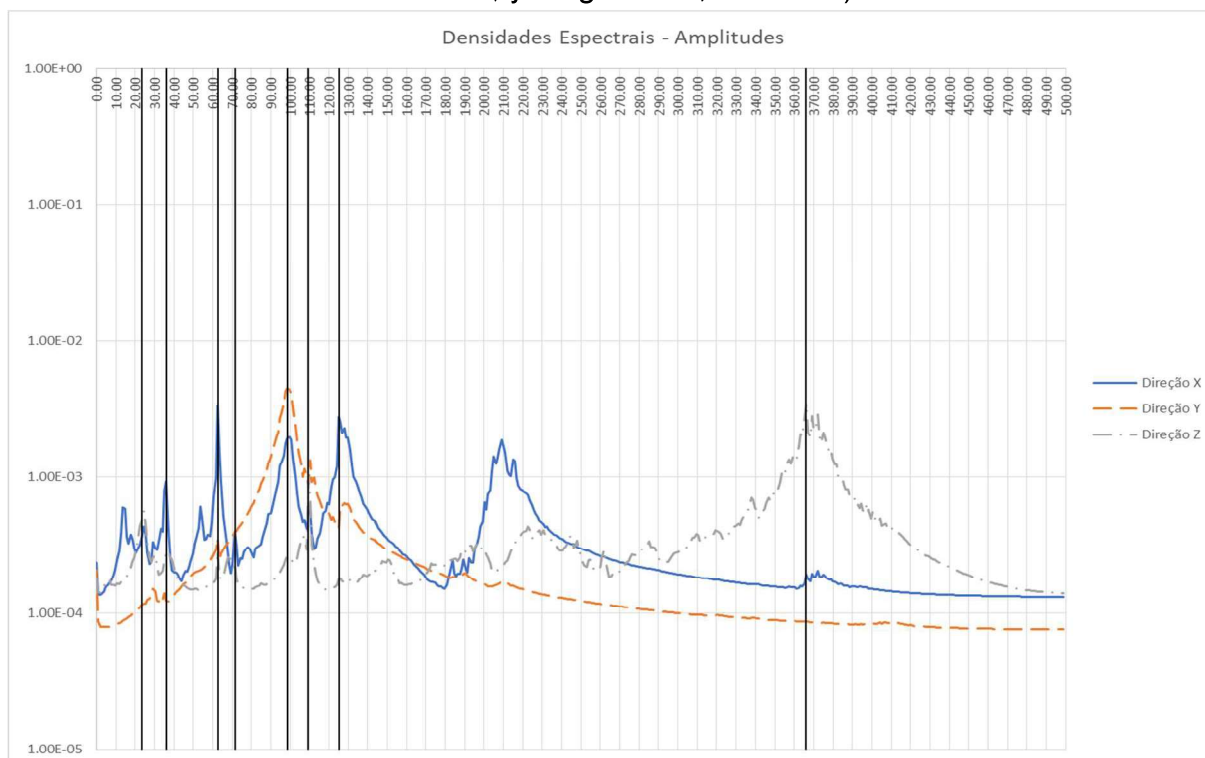
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 69 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 5 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



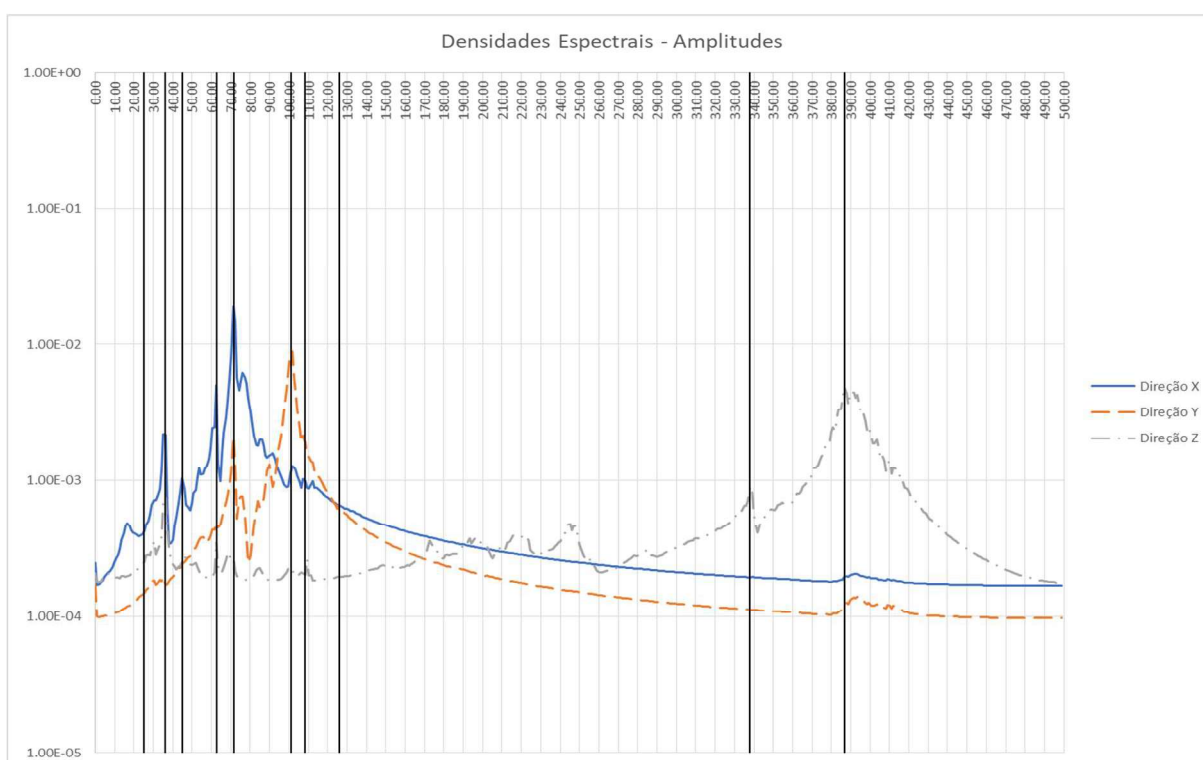
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 70 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 6 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



Fonte: Desenvolvido pelo autor

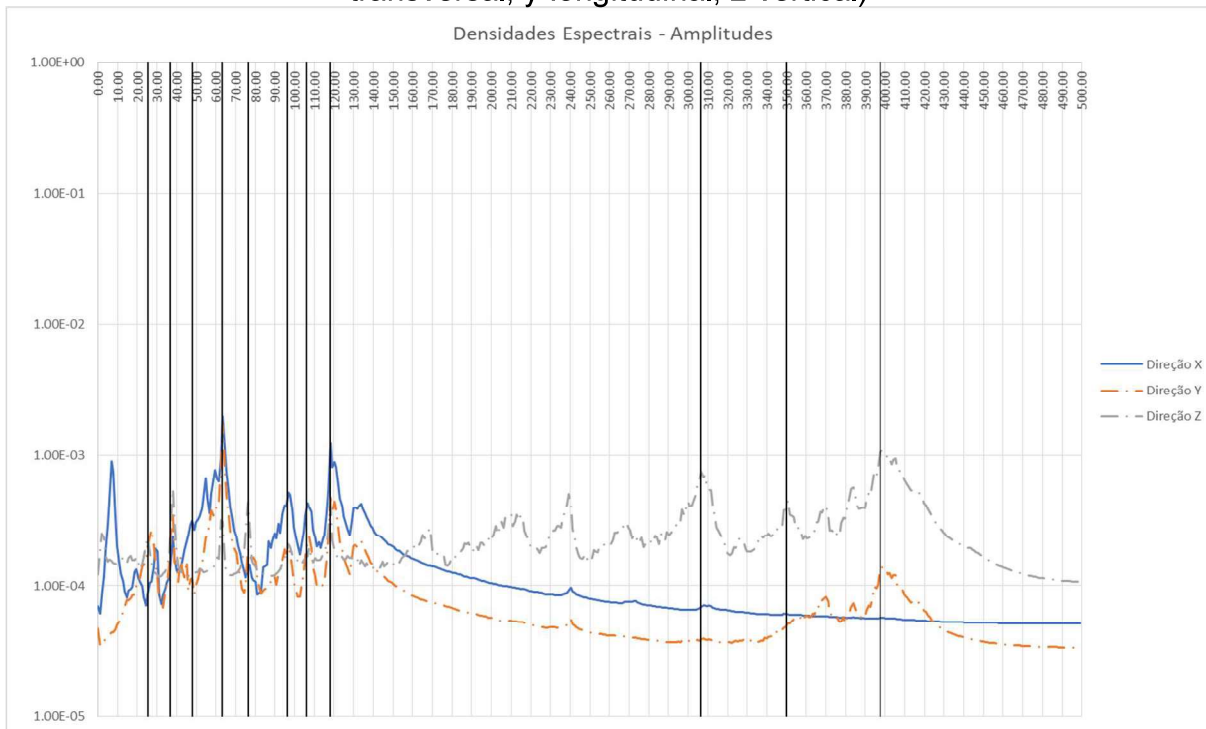
Figura 71 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 6 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



Fonte: Desenvolvido pelo autor

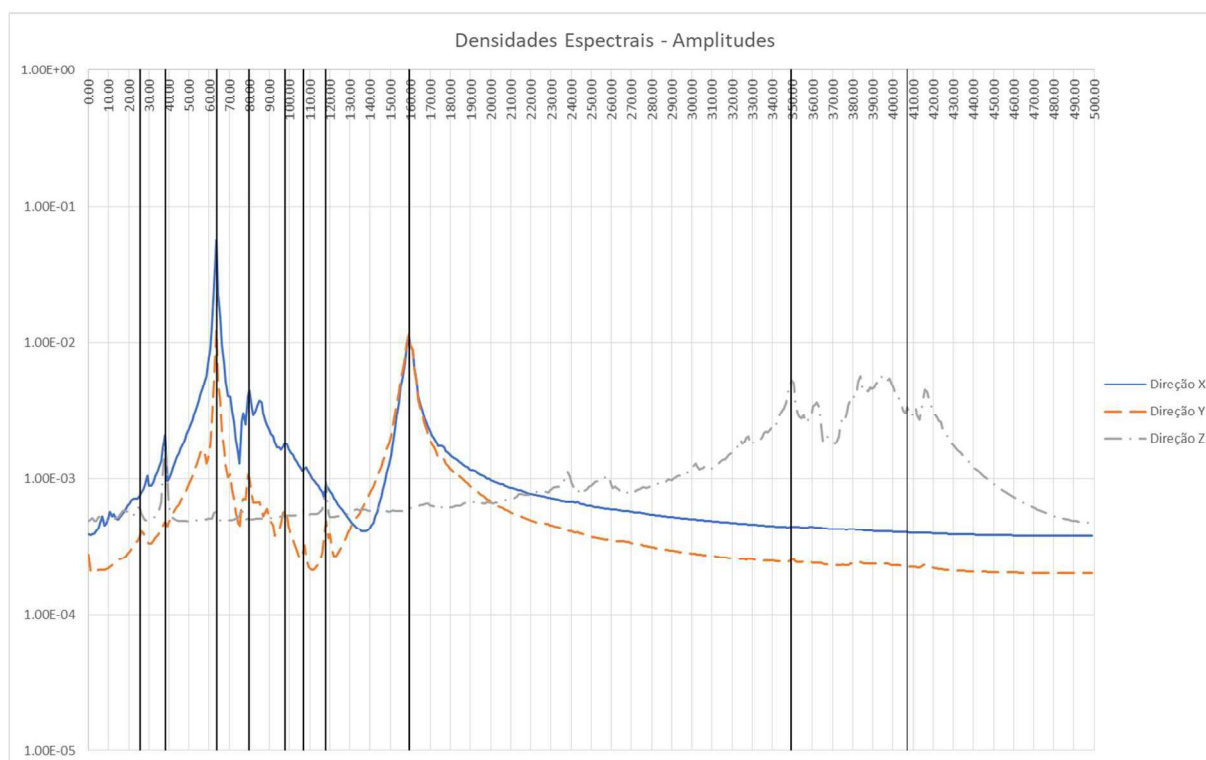
ANEXO C – DENSIDADES DE BLACKMAN-TUKEY DAS VIGAS FASE 3

Figura 73 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 2 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



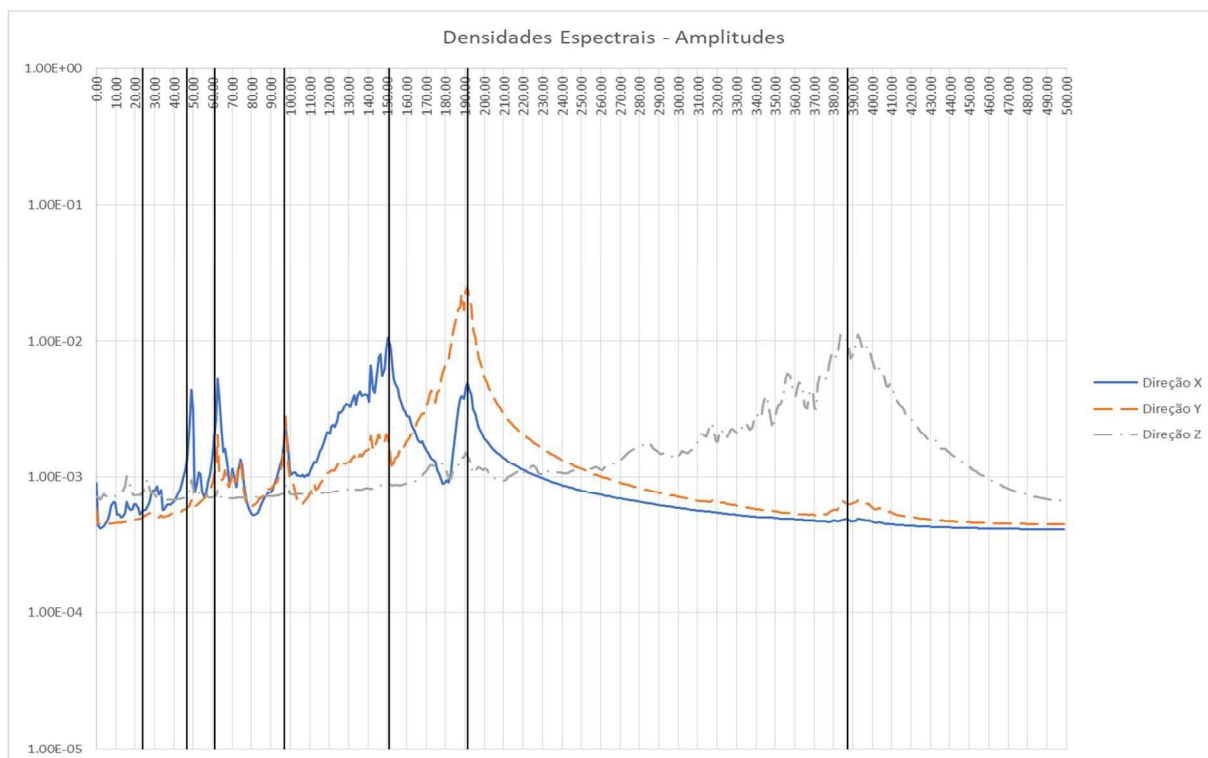
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 72 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 2 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



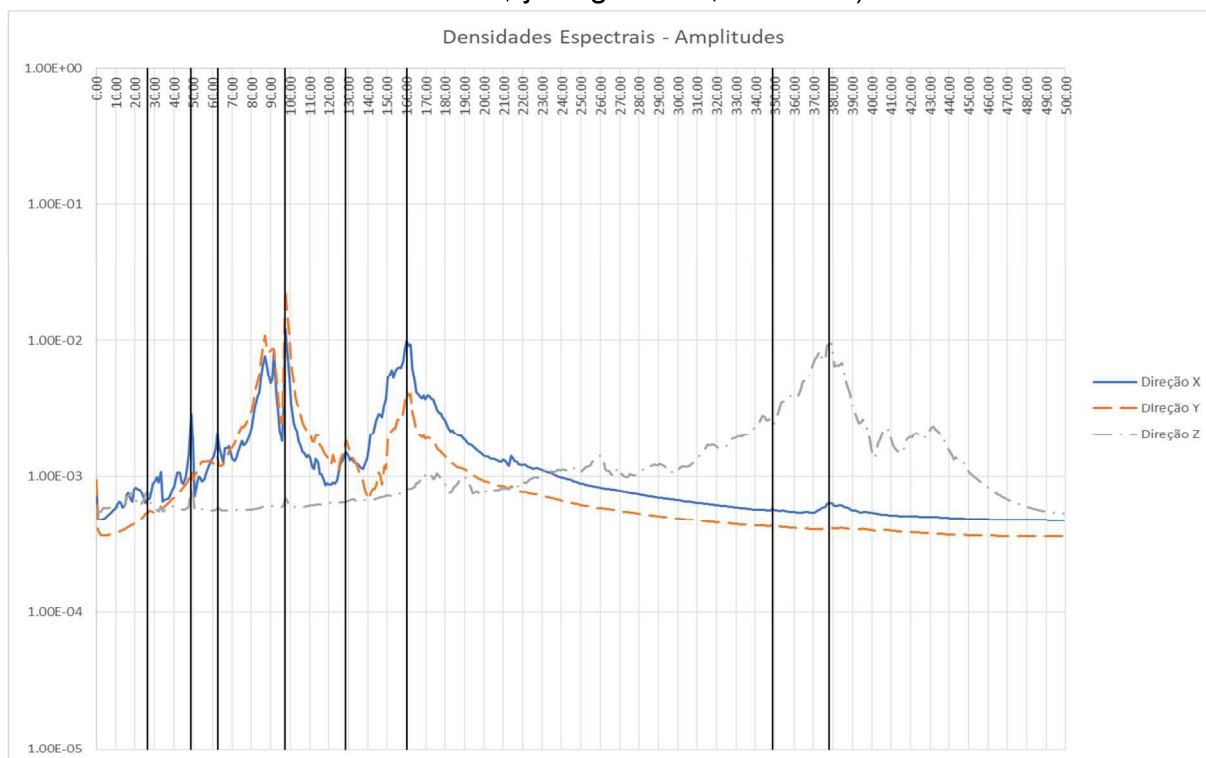
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 75 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 3 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



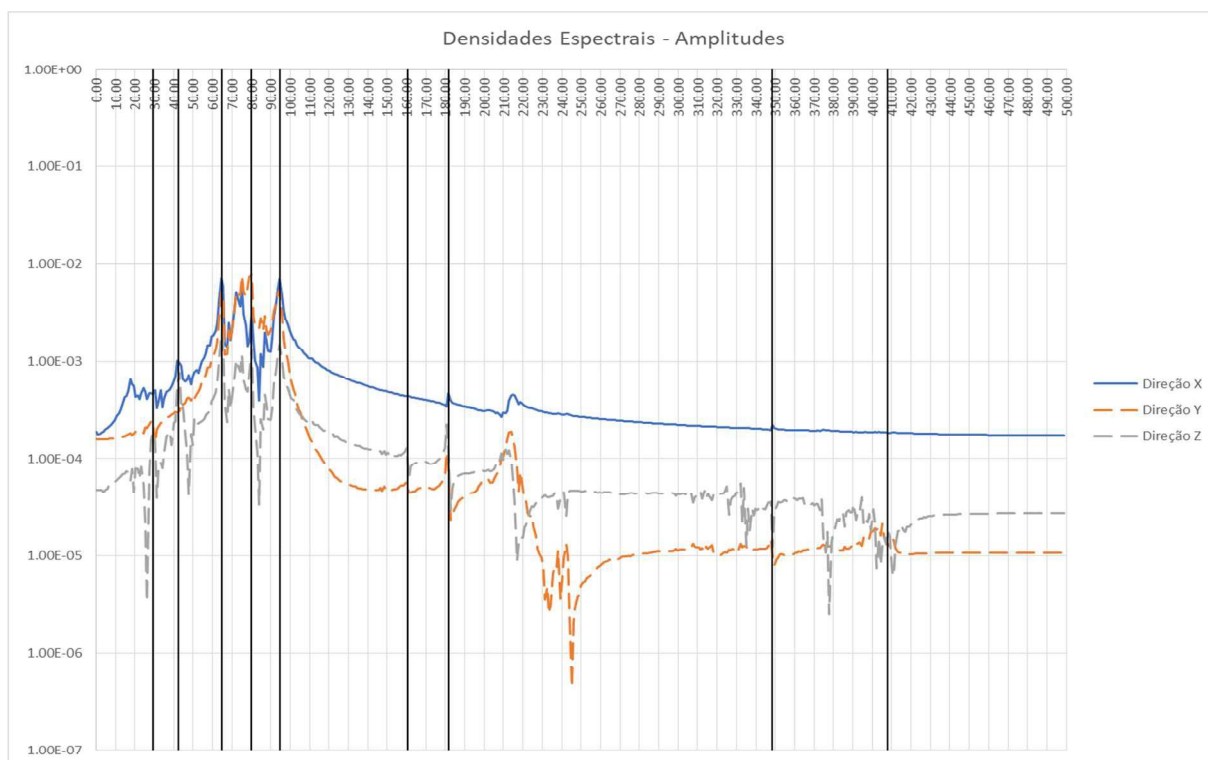
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 74 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 3 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



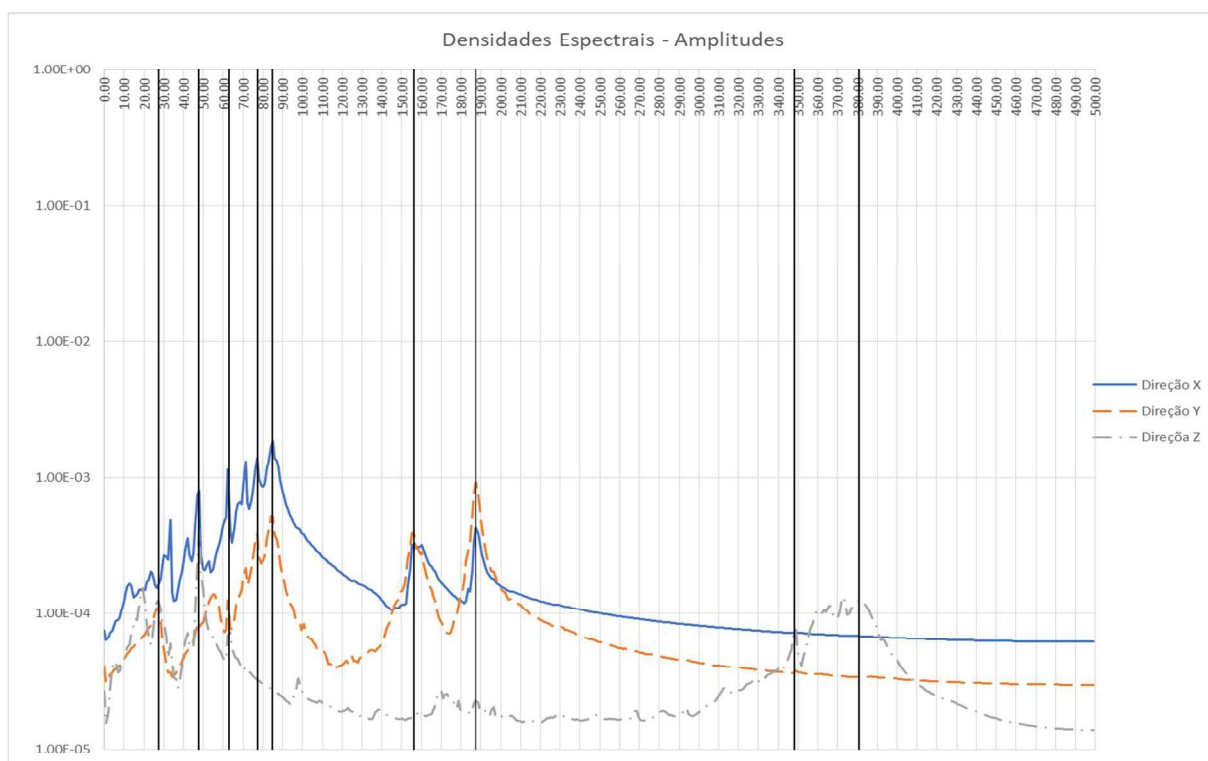
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 77 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 4 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



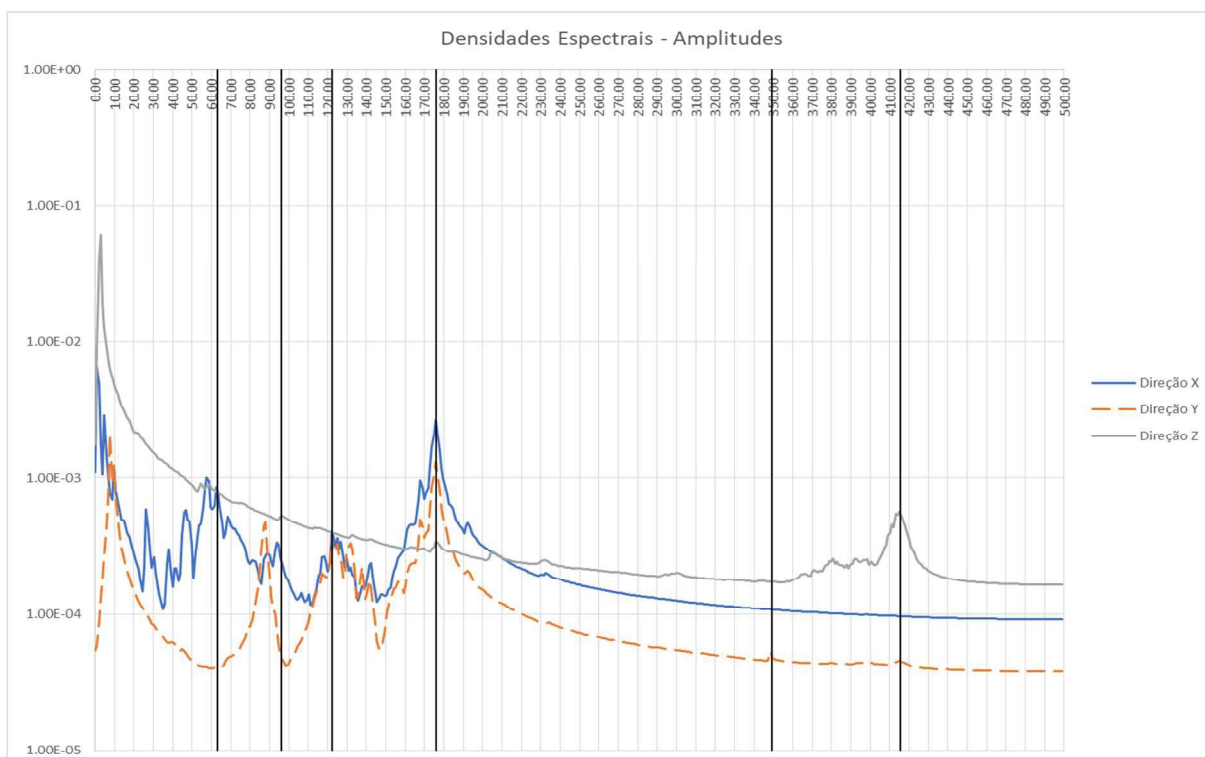
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 76 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 4 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



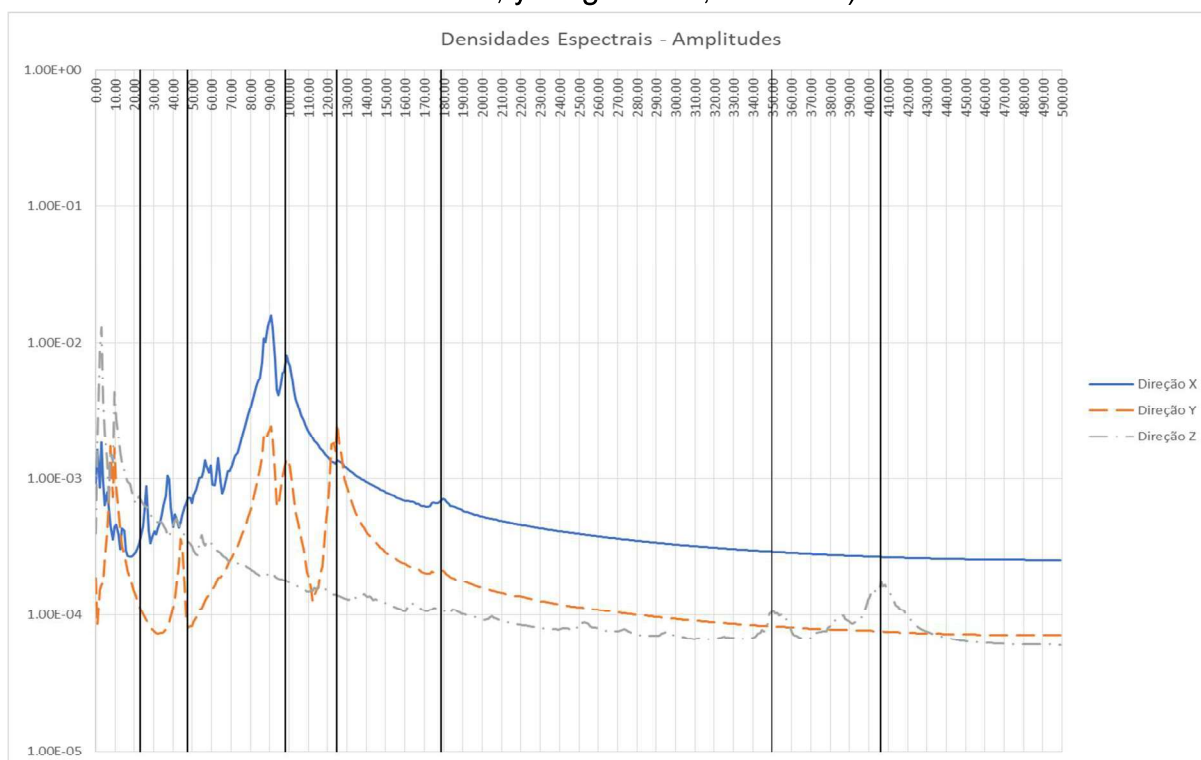
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 79 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 5 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



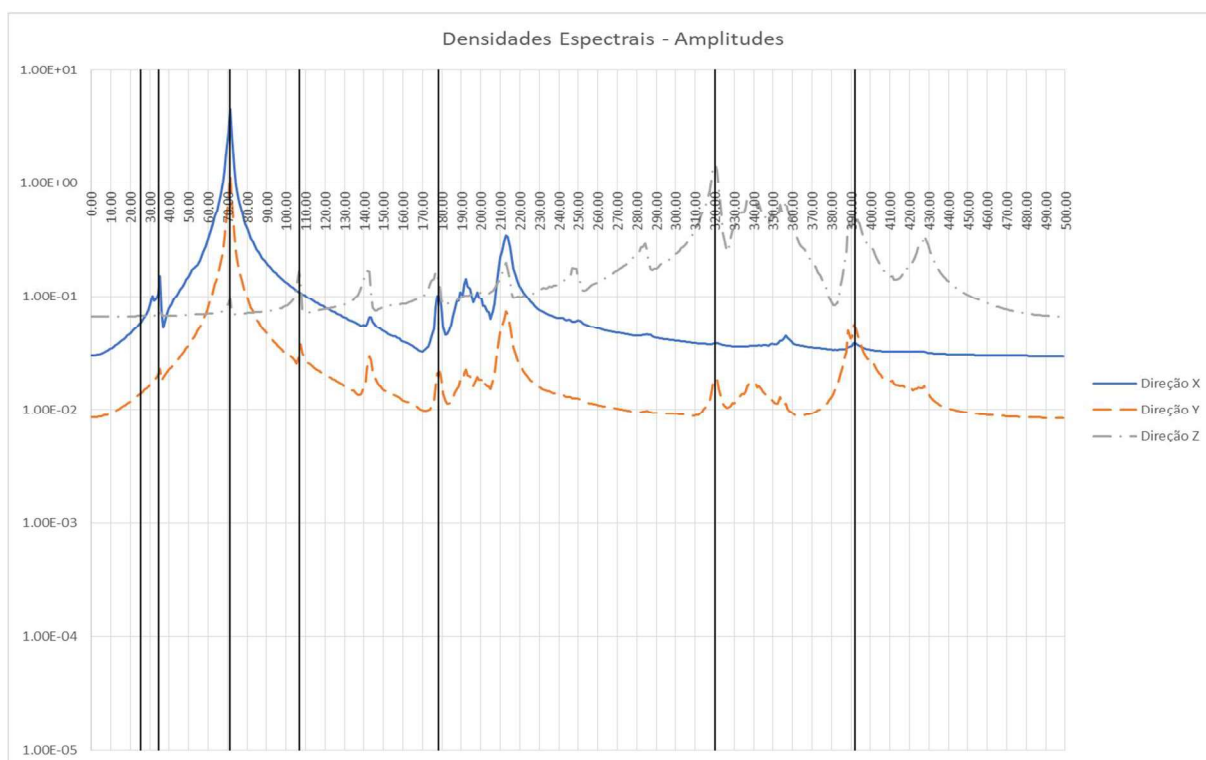
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 78 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 5 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



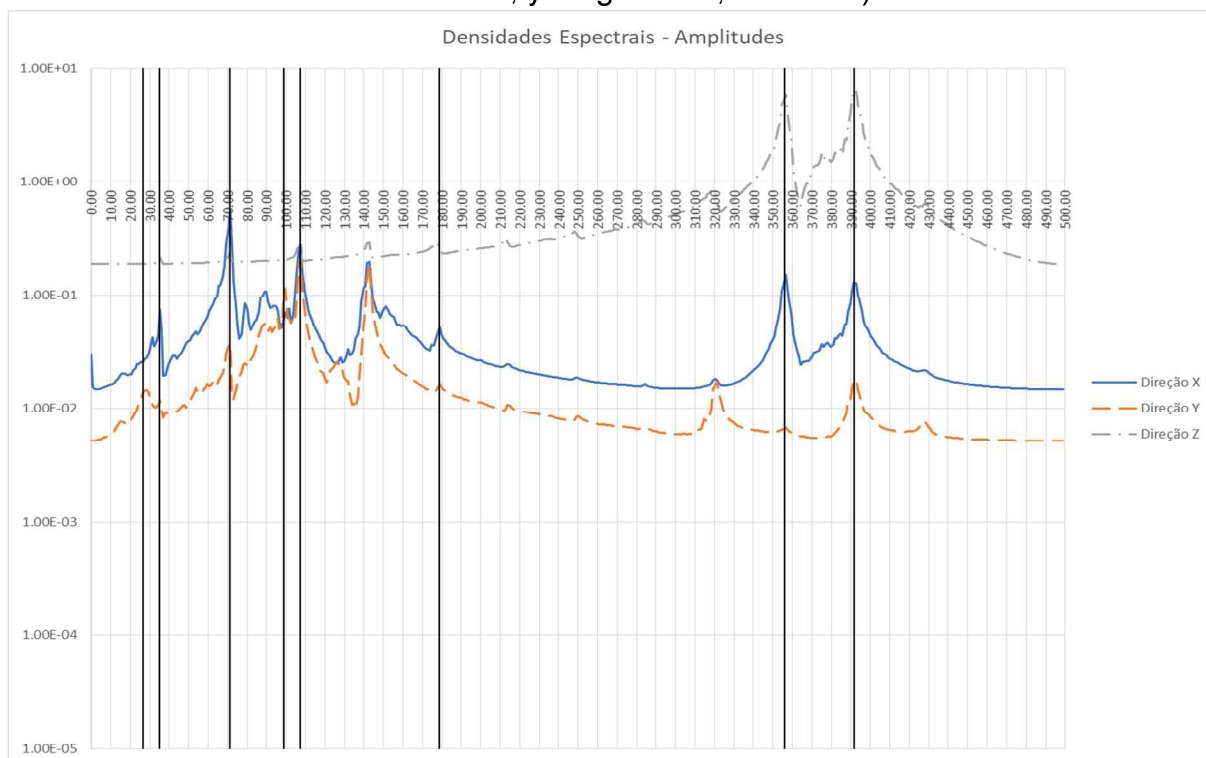
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 81 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 6 ponto 1 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 80 - Densidade espectral de Blackman-Tukey para viga 6 ponto 2 (x-transversal, y-longitudinal, z-vertical)



Fonte: Desenvolvido pelo autor

ANEXO D – INFLUÊNCIA DOS DESLOCAMENTOS DOS MODOS PARA AS VIGAS NA FASE 1

Tabela 18 - Influência dos deslocamentos dos modos na fase 1 acelerômetro 1

Modos de Vibração	Faixa de Frequência [Hz]	Fase 1 Ponto 1																	
		Viga 1			Viga 2			Viga 3			Viga 4			Viga 5			Viga 6		
		Direção			Direção			Direção			Direção			Direção			Direção		
		X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
Modo 1	20-30	0	0	2	0	0	1				1	0	1	0	0	1	1	0	2
Modo 2	30-40	3	0	3	3	0	3										2	0	1
Modo 3	40-50	3	1	2	1	0	0	1	0	1	2	0	1	2	0	2			
Modo 4	55-70	3	1	1	2	0	1	2	0	0	3	1	1	3	2	0	3	1	1
Modo 5	70-80				2	1	0				3	2	0				1	0	0
Modo 6	80-90	2	3	1	2	3	1	3	2	1	3	2	0	2	3	1	2	3	1
Modo 7	100-110				1	2	0	0	3	0							1	2	2
Modo 8	120-130							3	3	1				3	3	0	3	2	1
Modo 9	150-160							3	0	0	2	2	0						
Modo 10	170-180	3	2	0	1	1	2												
Modo 11	180-190							2	1	1	2	3	1	0	2	0			
Modo 12	300-320																		
Modo 13	340-350	1	1	3	0	1	3	1	0	0	0	0	2						
Modo 14	360-380	0	0	3				0	2	3				0	1	3	1	0	3
Modo 15	400-420				0	1	3				0	0	3						

Fonte: Desenvolvido pelo autor

Tabela 19 - Influência dos deslocamentos dos modos na fase 1 acelerômetro 2

Modos de Vibração	Faixa de Frequência [Hz]	Fase 1 Ponto 2																	
		Viga 1			Viga 2			Viga 3			Viga 4			Viga 5			Viga 6		
		Direção			Direção			Direção			Direção			Direção			Direção		
		X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
Modo 1	20-30	0	0	1	0	0	1				0	0	1	0	0	2	0	0	1
Modo 2	30-40	3	0	1	3	2	3										3	0	2
Modo 3	40-50	3	1	1	2	0	0	2	0	1	1	0	2	0	1	3	2	0	1
Modo 4	55-70	2	2	0	2	0	1	2	0	0	3	2	1				3	1	2
Modo 5	70-80				2	1	0				3	3	2				3	2	1
Modo 6	80-90	3	3	0	3	3	1	3	3	1				3	2	1	1	3	1
Modo 7	100-110				2	1	1				3	2	0	3	2	0	1	1	1
Modo 8	120-130				2	3	0	0	1	2				0	1	1	0	1	0
Modo 9	150-160																		
Modo 10	170-180	0	1	0				3	2	1	2	3	3						
Modo 11	180-190										3	3	1						
Modo 12	300-320				0	0	3												
Modo 13	340-350	0	1	3	0	0	2	1	0	1	0	0	3				0	0	2
Modo 14	360-380	0	0	2										0	1	3	0	1	3
Modo 15	400-420				0	0	1	1	1	3	0	0	3						

Fonte: Desenvolvido pelo autor

ANEXO E – INFLUÊNCIA DOS DESLOCAMENTOS DOS MODOS PARA AS VIGAS NA FASE 3

Tabela 20 - Influência dos deslocamentos dos modos na fase 3

Modos de Vibração	Faixa de Frequência [Hz]	Fase 3 Acelerômetro 1																	
		Viga 1			Viga 2			Viga 3			Viga 4			Viga 5			Viga 6		
		Direção			Direção			Direção			Direção			Direção			Direção		
		X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
Modo 1	20-30	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	1	2				0	0	1
Modo 2	30-40	2	0	1	1	2	3										2	1	1
Modo 3	40-50	3	3	2	1	0	0	3	0	1	2	0	3						
Modo 4	55-70	2	2	2	3	3	2	3	2	1	3	3	2	2	0	1			
Modo 5	70-80				1	1	2				3	2	2				3	3	1
Modo 6	80-90	2	3	1	3	1	1	3	2	1	3	3	2	1	0	1			
Modo 7	100-110	2	3	0	2	1	1										0	2	1
Modo 8	120-130				3	2	2							2	2	0			
Modo 9	150-160							3	1	0	0	0	1						
Modo 10	170-180	2	2	0										3	3	1	2	2	2
Modo 11	180-190	2	2	0				2	3	1	1	1	2						
Modo 12	300-320				1	0	3										0	1	3
Modo 13	340-350	1	1	2	0	0	3				1	1	1	0	1	0			
Modo 14	360-380	0	0	3				0	1	3							0	2	3
Modo 15	400-420	0	0	3	0	2	3				0	1	2	0	1	3			

Fonte: Desenvolvido pelo autor

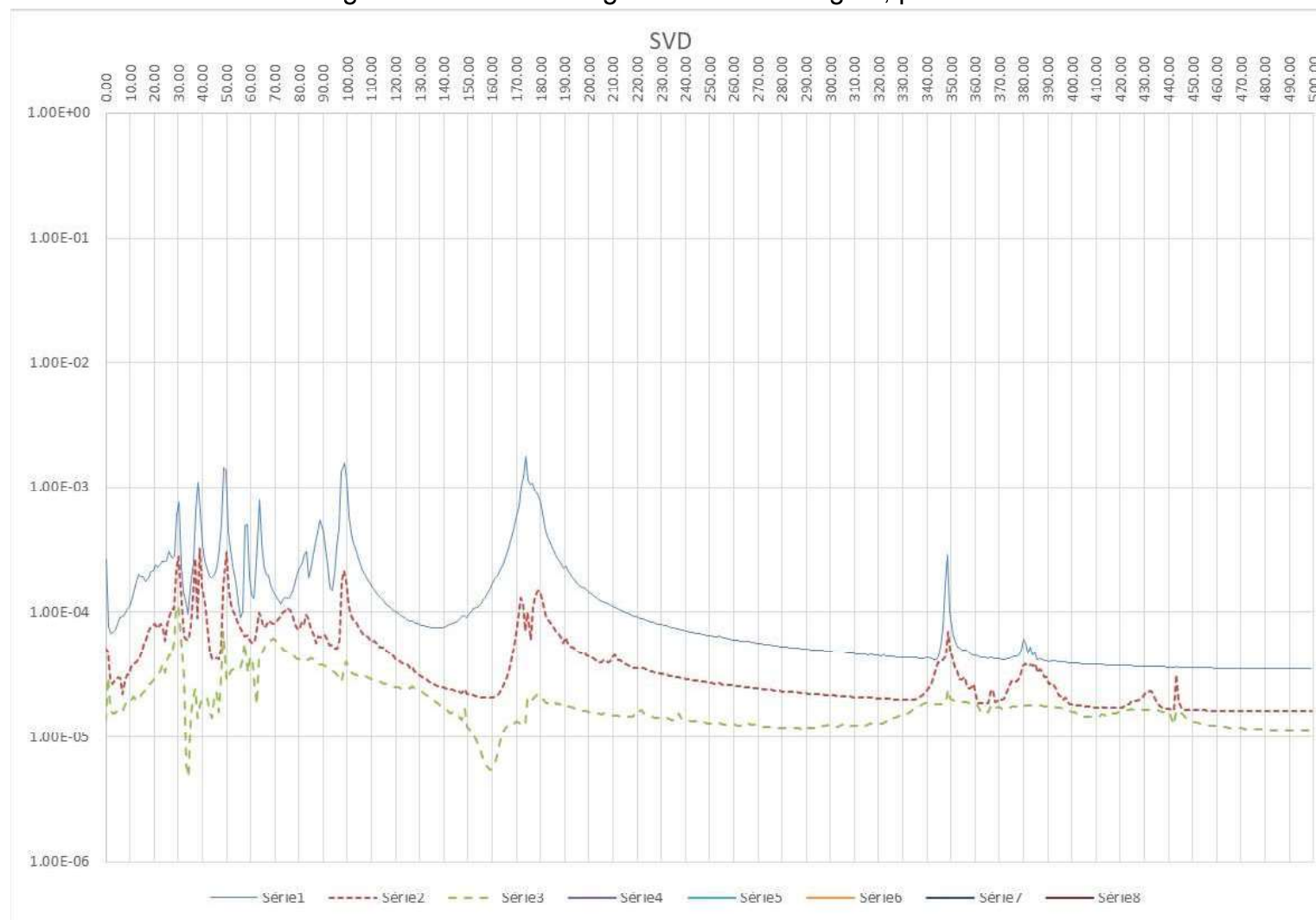
Tabela 21 - Influência dos deslocamentos dos modos na fase 3

Modos de Vibração	Faixa de Frequência [Hz]	Fase 3 Acelerômetro 2																	
		Viga 1			Viga 2			Viga 3			Viga 4			Viga 5			Viga 6		
		Direção			Direção			Direção			Direção			Direção			Direção		
		X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z
Modo 1	20-30	0	0	2	0	0	1	0	0	1	0	1	2	0	0	1	0	0	1
Modo 2	30-40	2	0	1	2	0	2										2	1	1
Modo 3	40-50	2	0	2				2	1	2	2	0	2	1	0	0			
Modo 4	55-70	2	3	2	3	3	0	2	1	0	3	1	1						
Modo 5	70-80				2	1	0				3	2	0				3	2	1
Modo 6	80-90	2	3	0	1	1	0	3	3	0	3	2	0	3	2	0	1	2	0
Modo 7	100-110	2	2	0	1	1	0										3	3	1
Modo 8	120-130	3	2	0	2	2	2	2	1	0				0	3	0			
Modo 9	150-160							3	2	0									
Modo 10	170-180				3	3	0				2	2	0	1	1	1	2	1	1
Modo 11	180-190										2	3	0						
Modo 12	300-320																		
Modo 13	340-350	0	0	3	0	0	3	0	0	3	0	1	2	0	1	2	3	0	3
Modo 14	360-380	0	0	3				1	0	3	0	0	3				3	2	3
Modo 15	400-420				0	0	3							0	0	2			

Fonte: Desenvolvido pelo autor

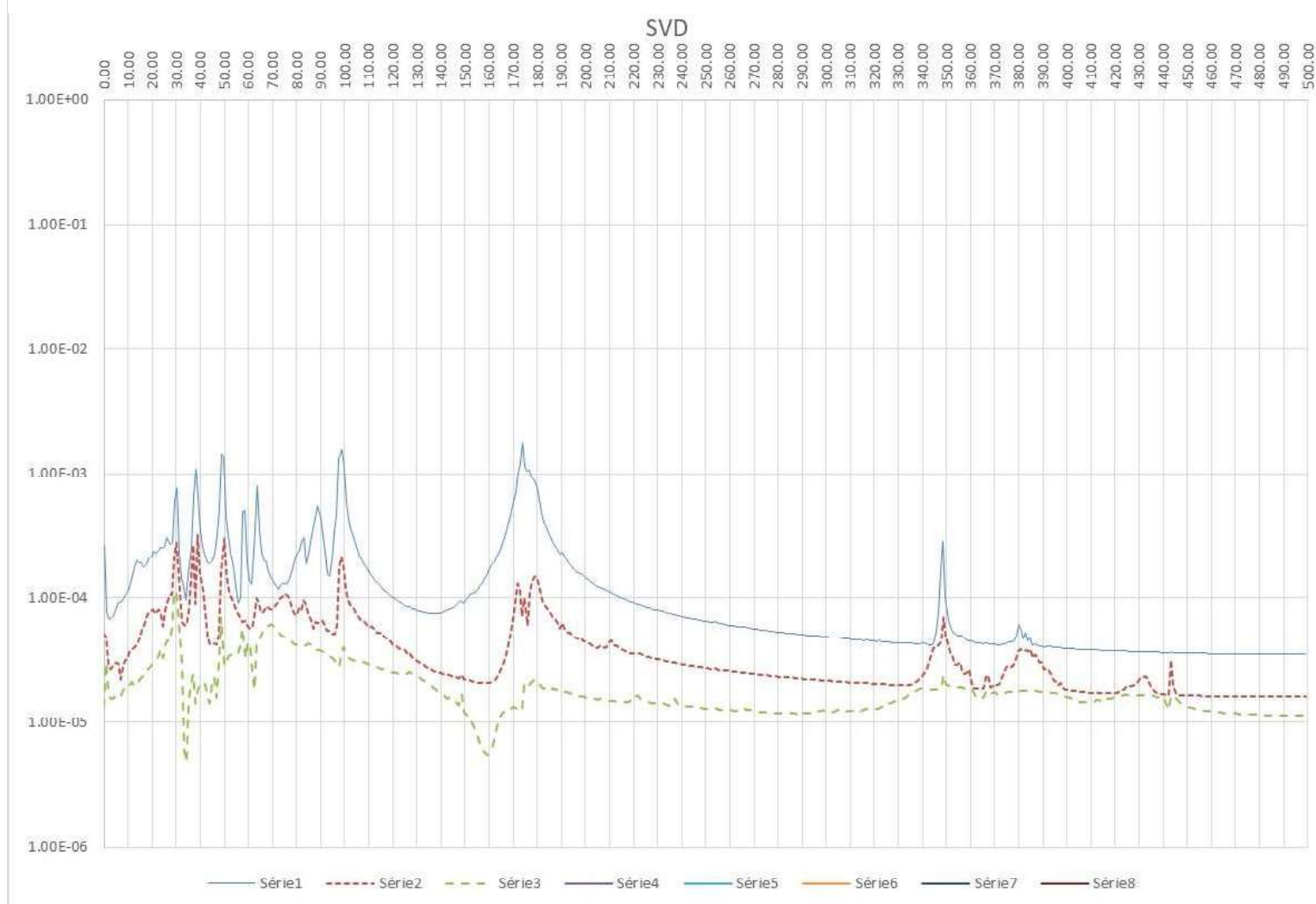
ANEXO F – VALORES SINGULARES DAS FDDs POR PONTO.

Figura 82 - Valores Singulares da FDD Viga 1, ponto 1 fase 1



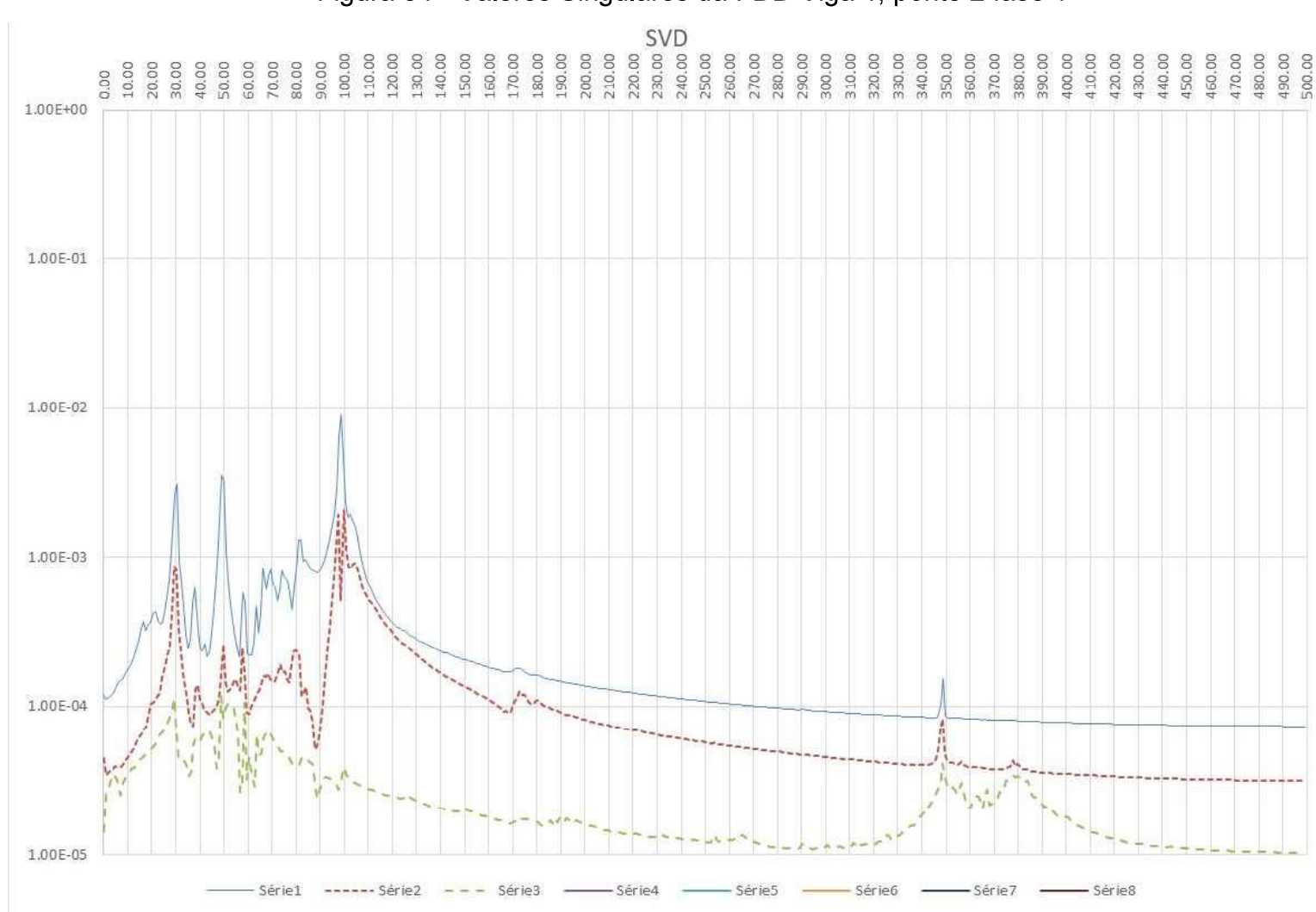
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 83 - Valores Singulares da FDD Viga 1, ponto 1 fase 3



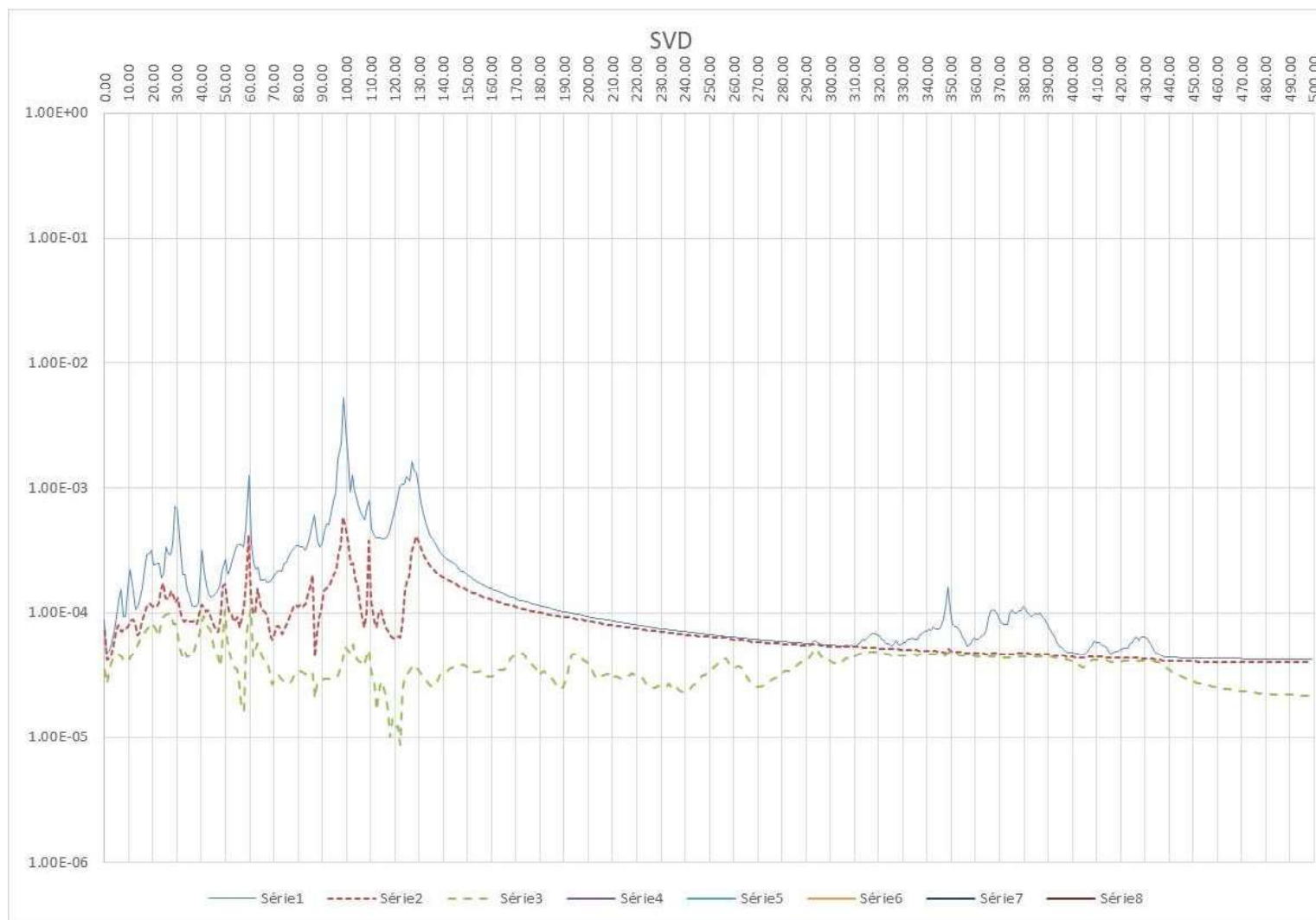
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 84 - Valores Singulares da FDD Viga 1, ponto 2 fase 1



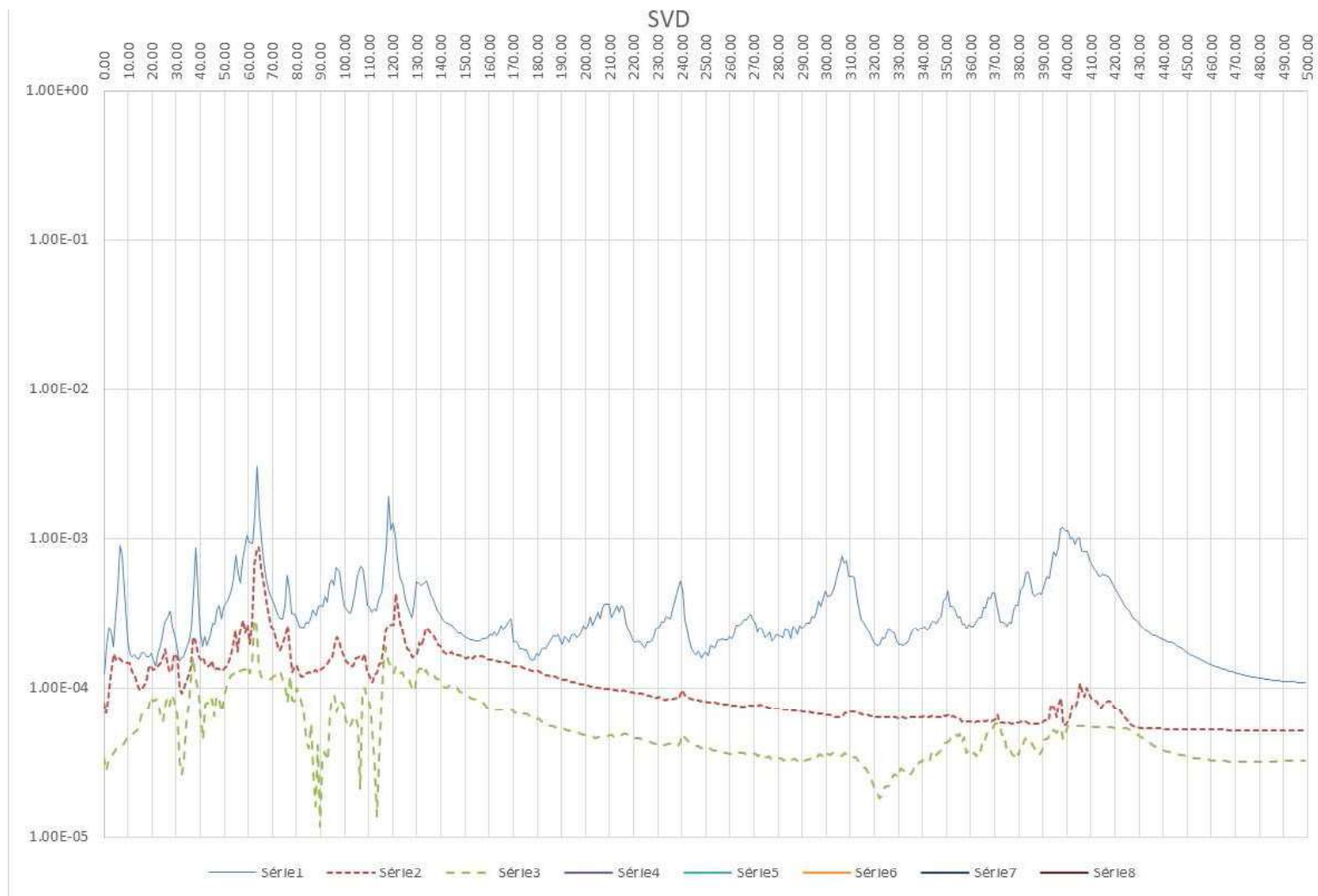
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 85 - Valores Singulares da FDD Viga 1, ponto 2 fase 3



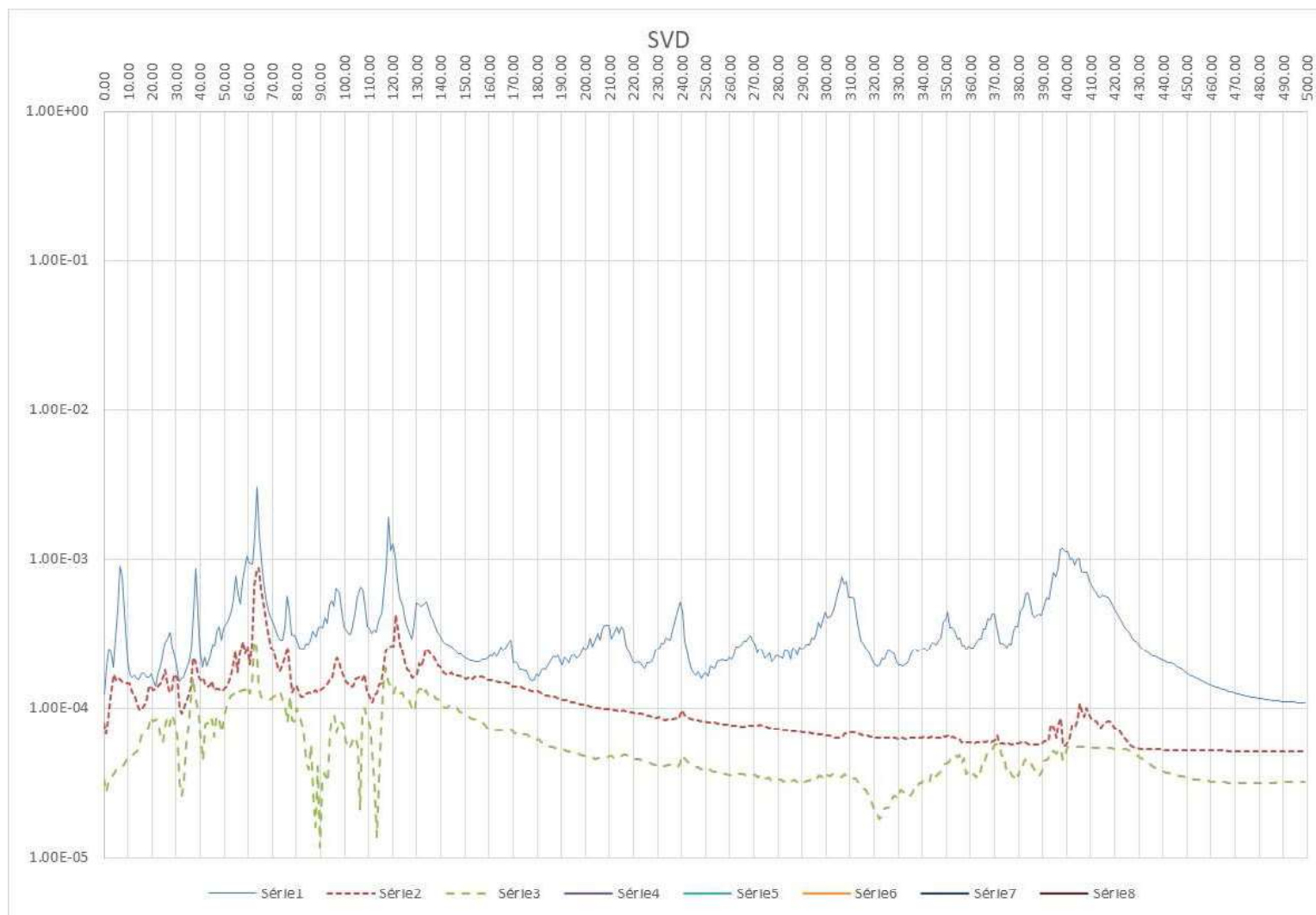
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 86 - Valores Singulares da FDD Viga 2, ponto 1 fase 1



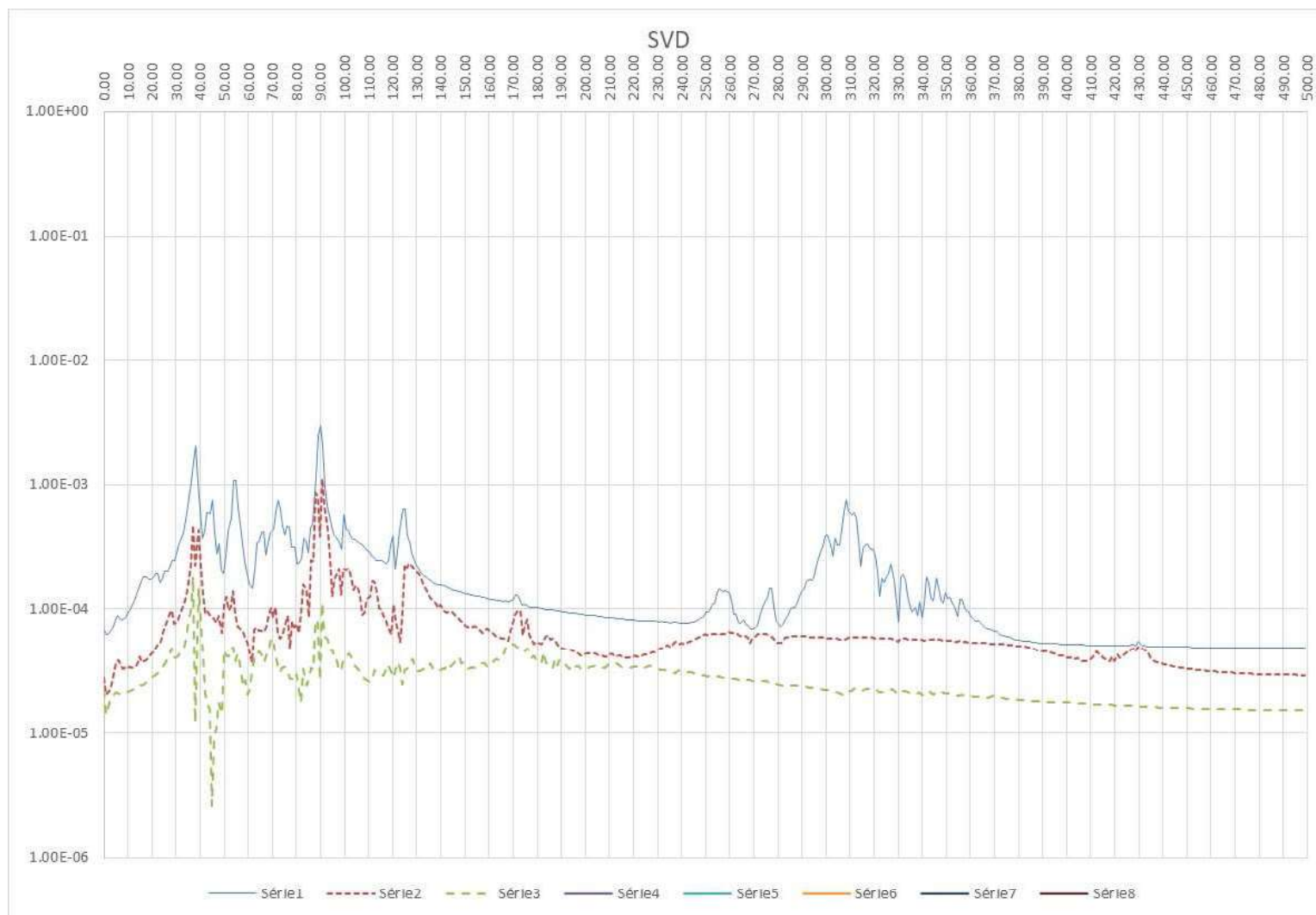
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 87 - Valores Singulares da FDD Viga 2, ponto 1 fase 3



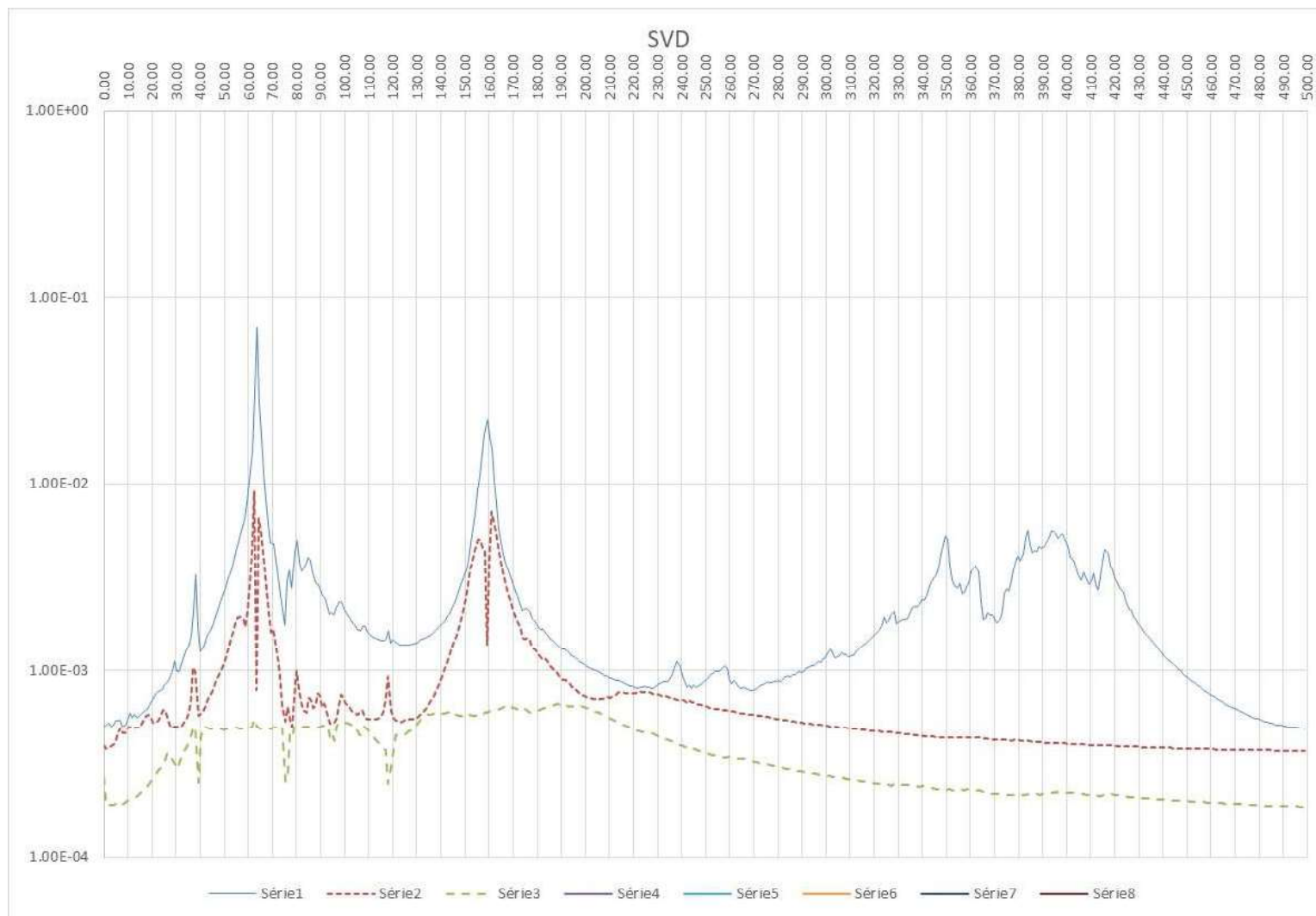
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 88 - Valores Singulares da FDD Viga 2, ponto 2 fase 1



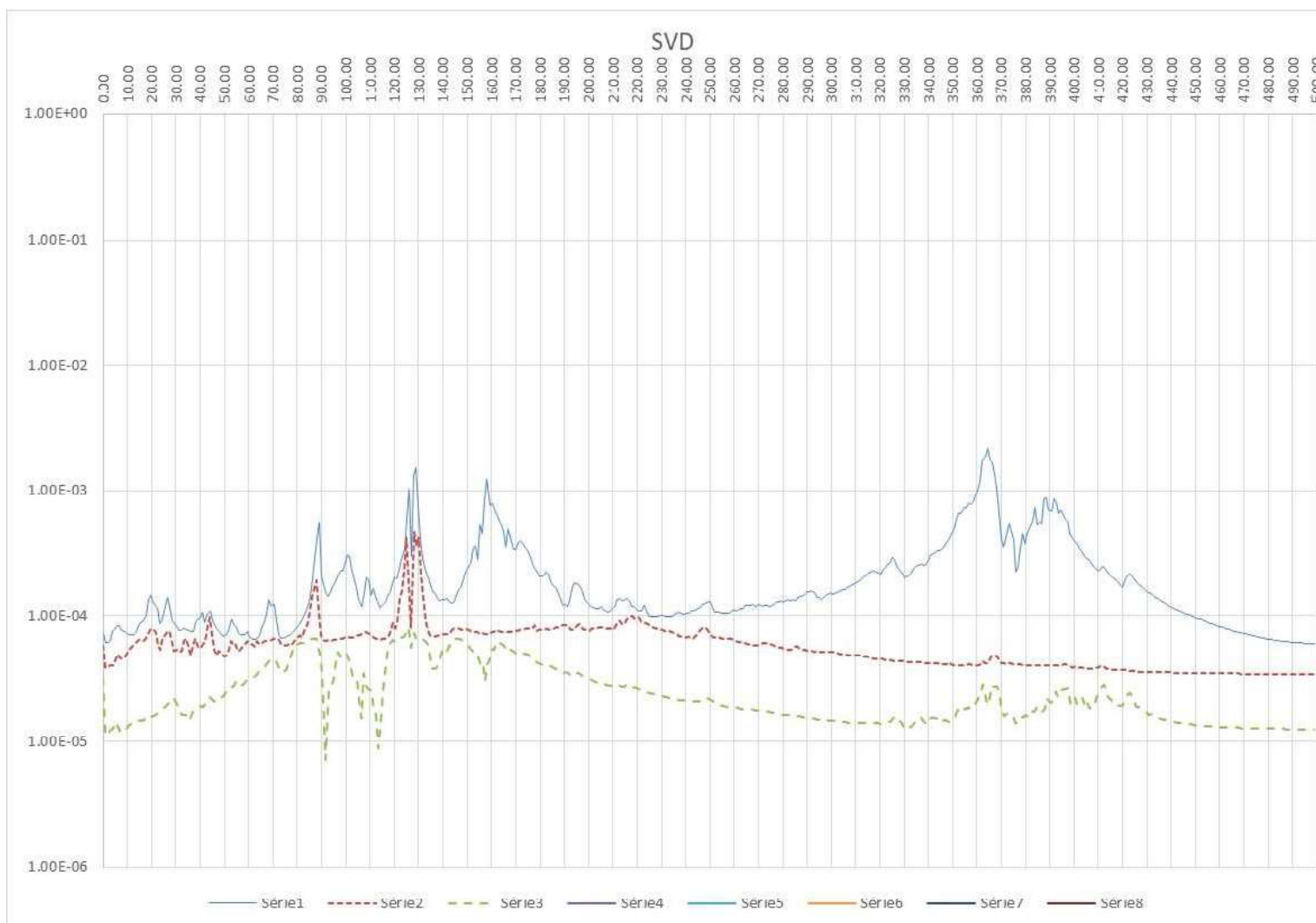
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 89 - Valores Singulares da FDD Viga 2, ponto 2 fase3



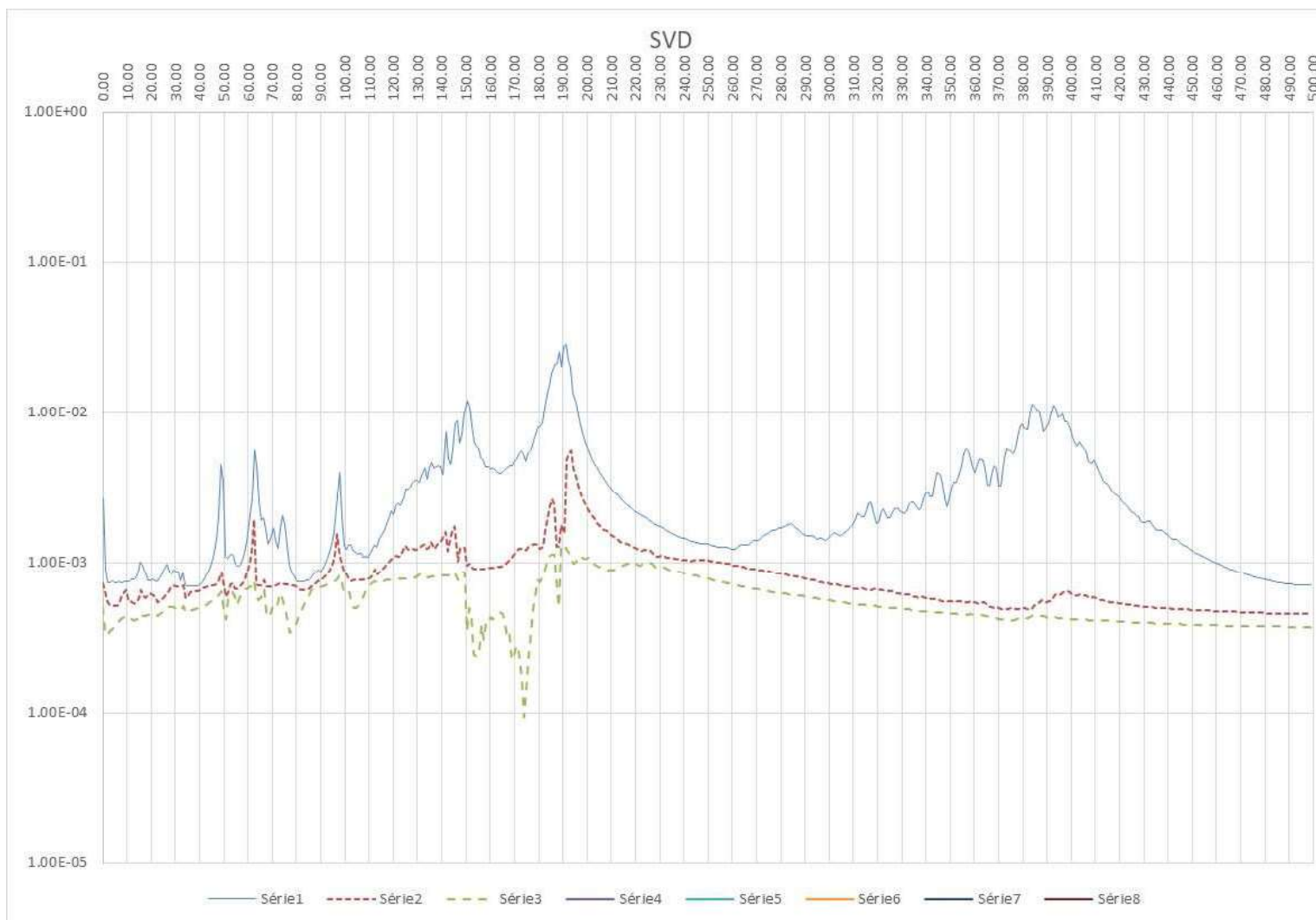
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 90 - Valores Singulares da FDD Viga 3, ponto 1 fase 1



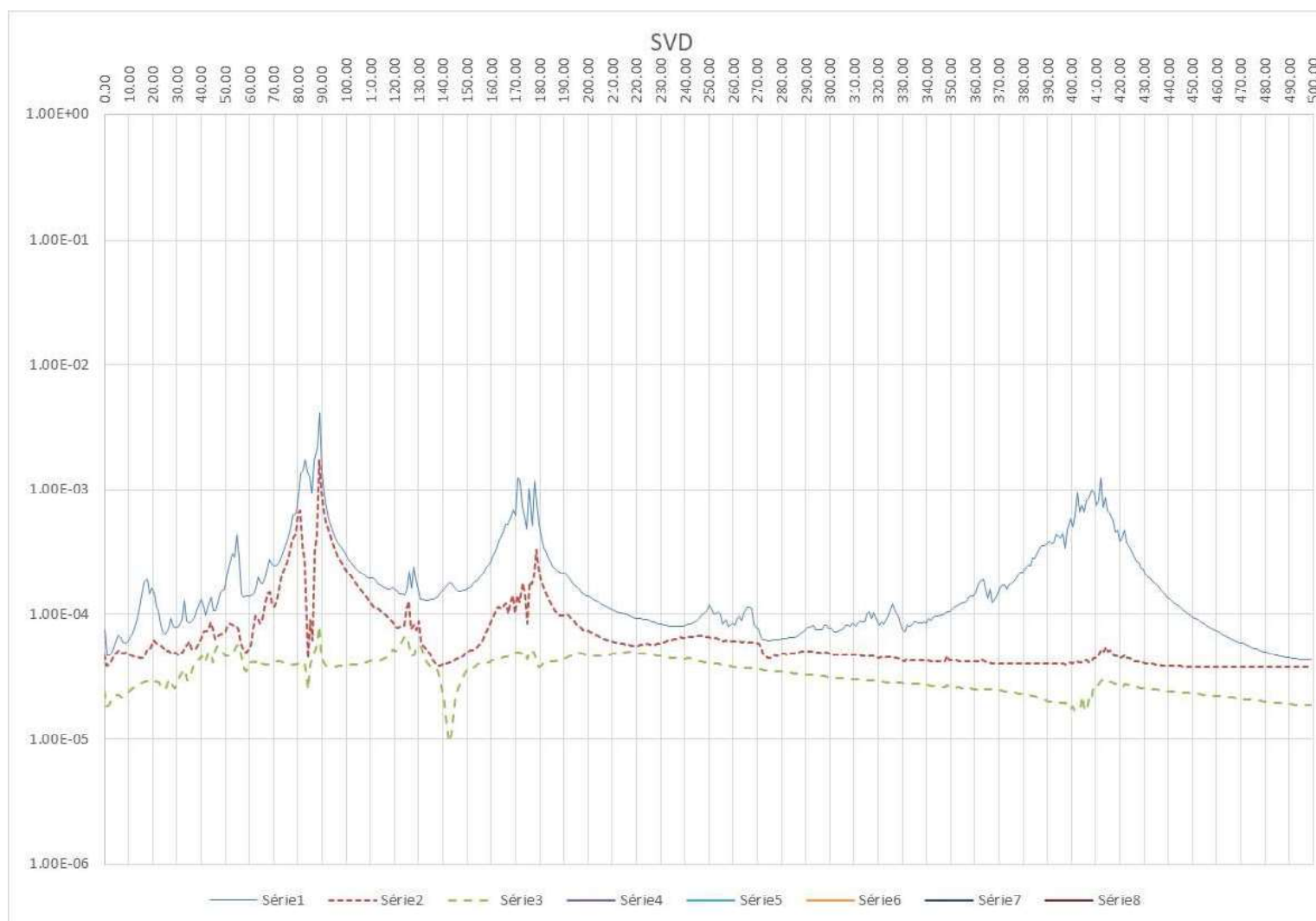
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 91 - Valores Singulares da FDD Viga 3, ponto 1 fase 3



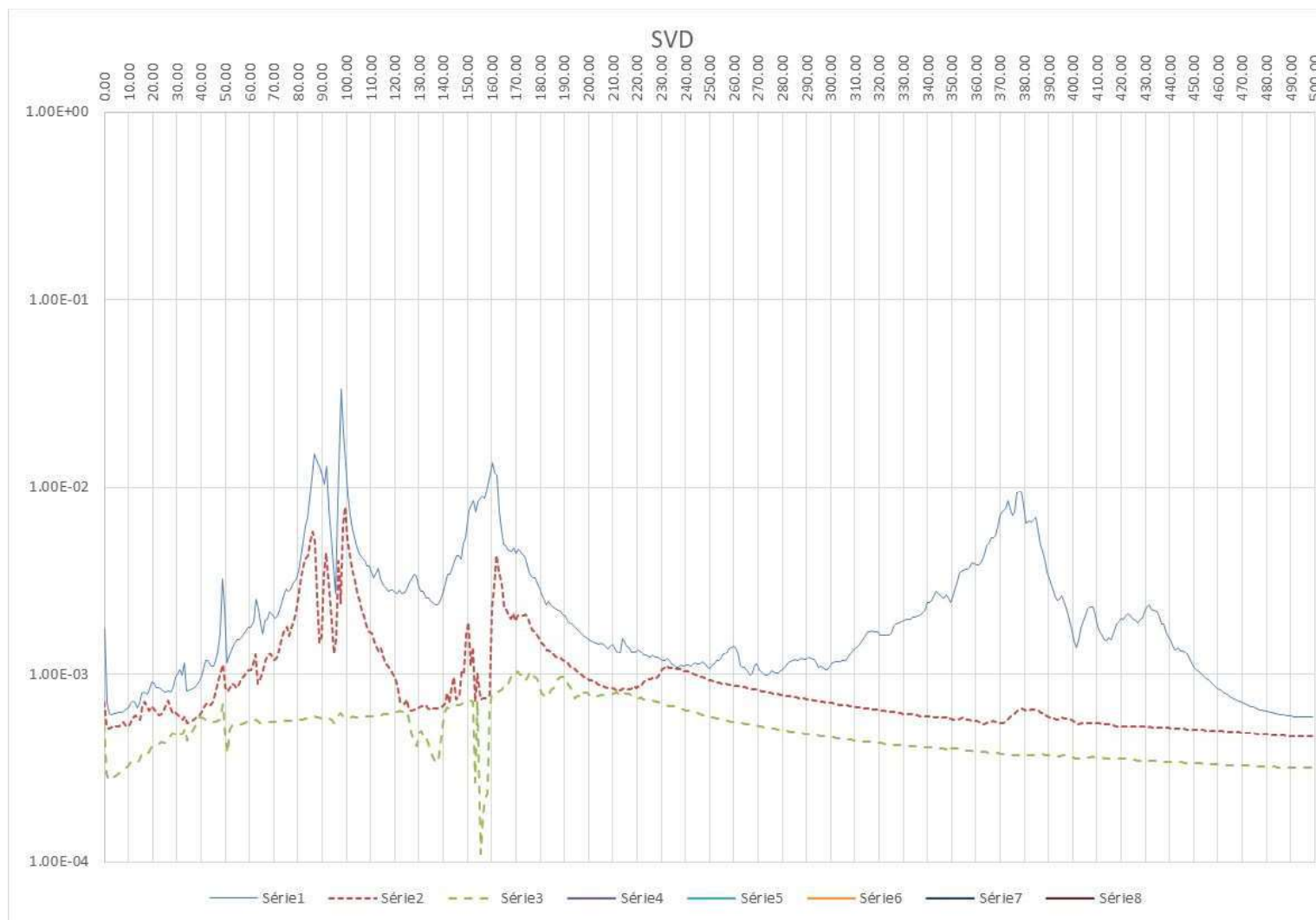
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 92 - Valores Singulares da FDD Viga 3, ponto 2 fase 1



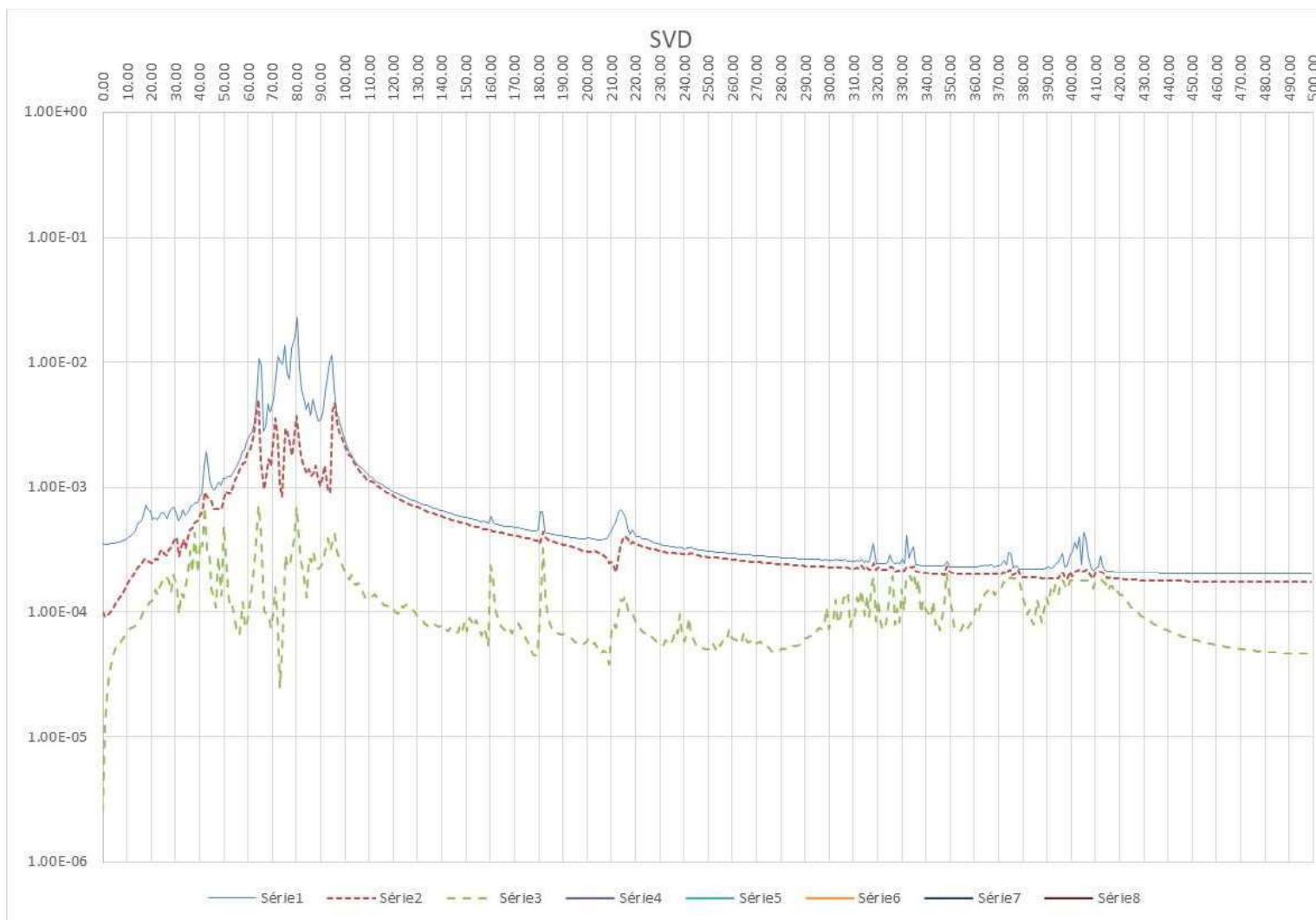
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 93 - Valores Singulares da FDD Viga 3, ponto 2 fase 3



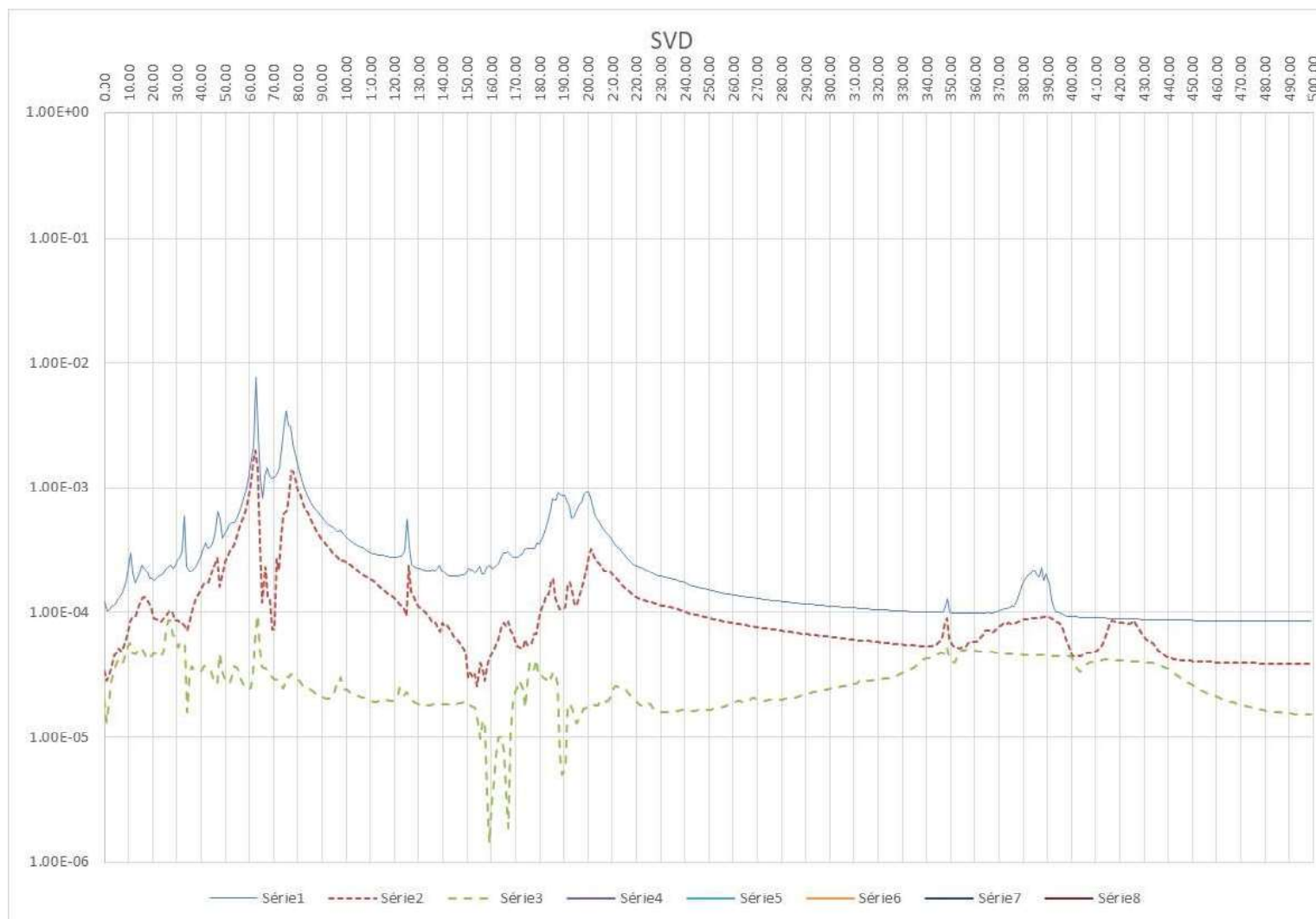
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 94 - Valores Singulares da FDD Viga 4, ponto 1 fase 1



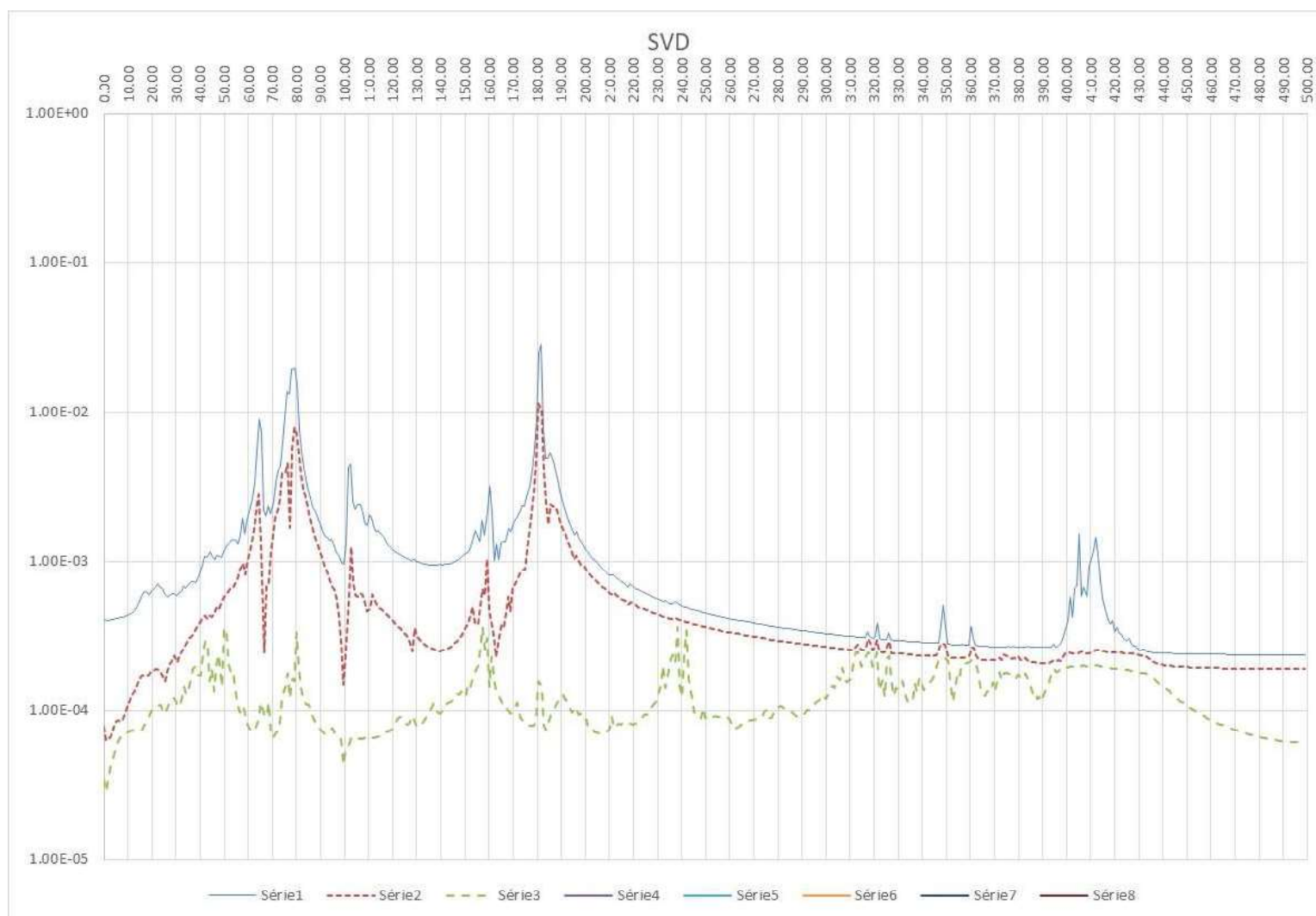
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 95 - Valores Singulares da FDD Viga 4, ponto 1 fase 3



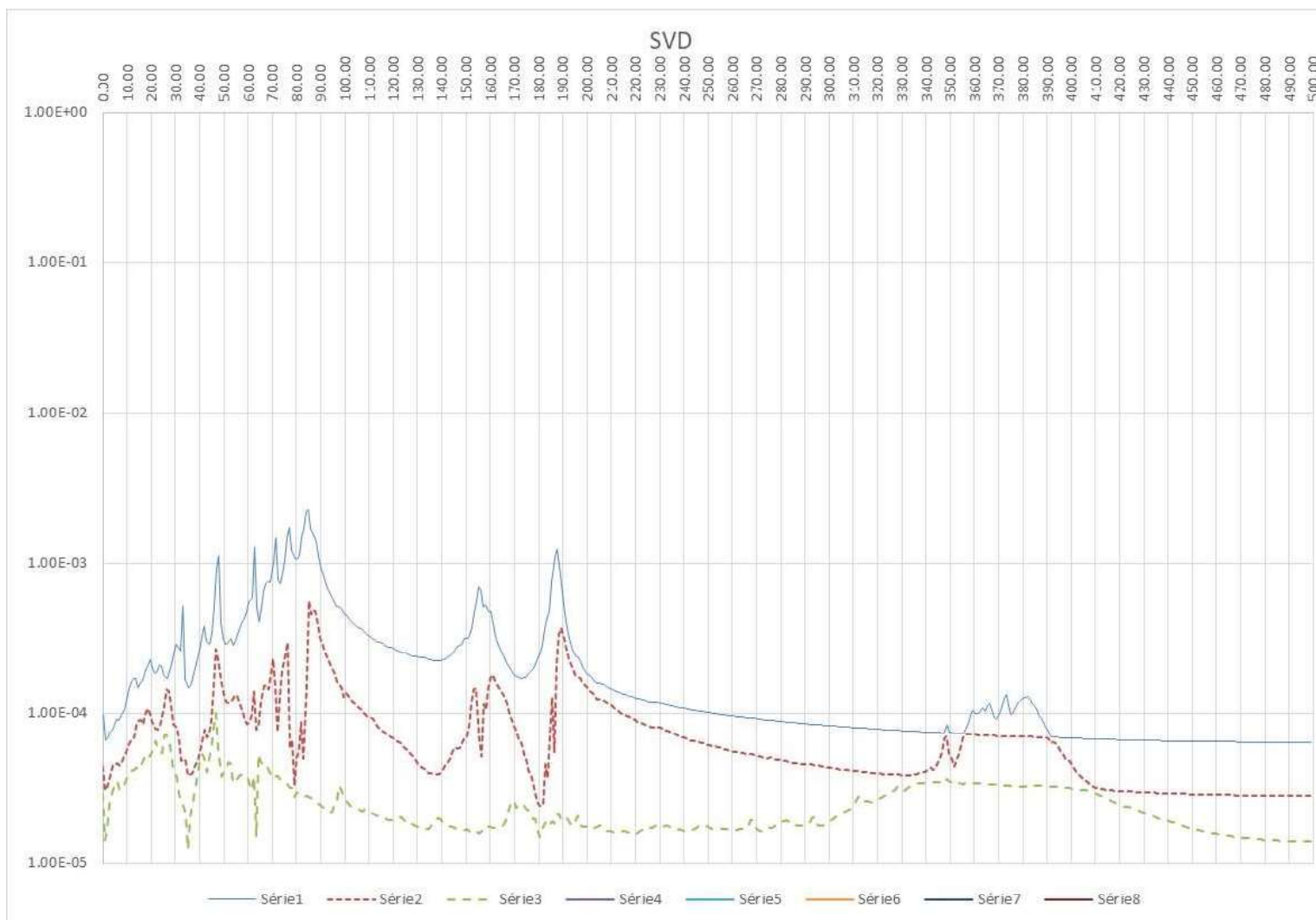
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 96 - Valores Singulares da FDD Viga 4, ponto 2 fase 1



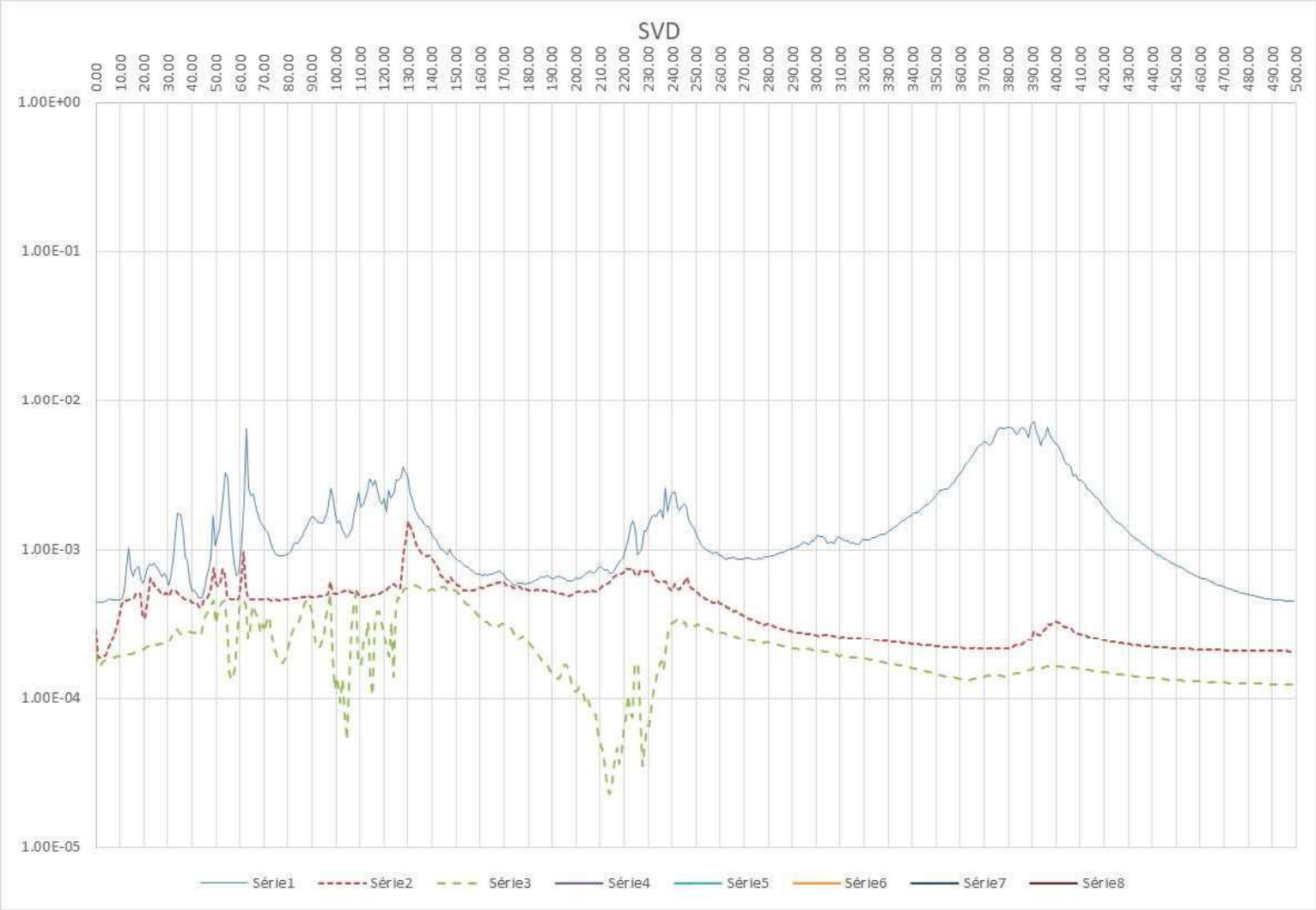
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 97 - Valores Singulares da FDD Viga 4, ponto 2 fase 3



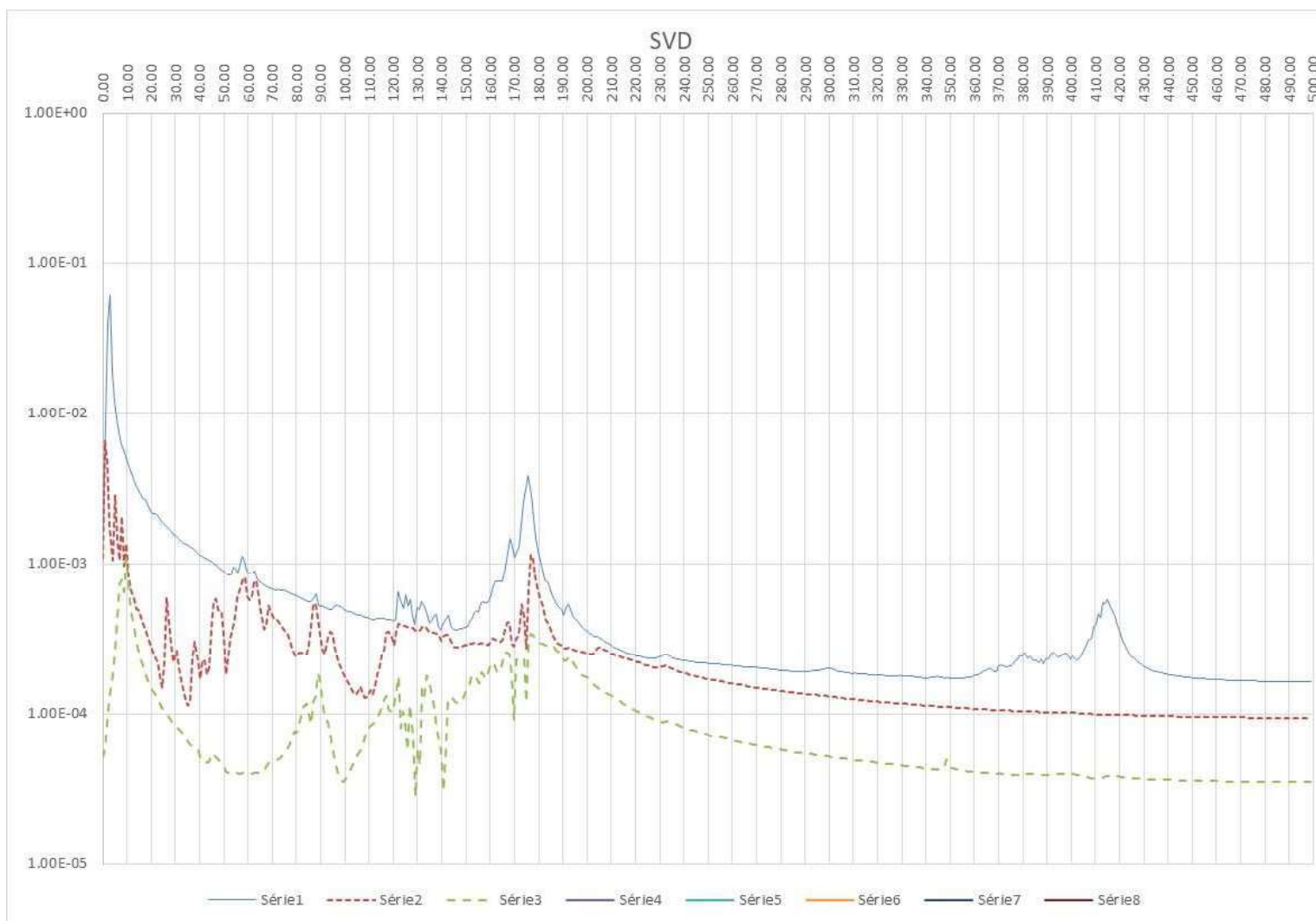
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 98 - Valores Singulares da FDD Viga 5, ponto 1 fase 1



Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 99 - Valores Singulares da FDD Viga 5, ponto 1 fase 3



Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 100 - Valores Singulares da FDD Viga 5, ponto 2 fase 1

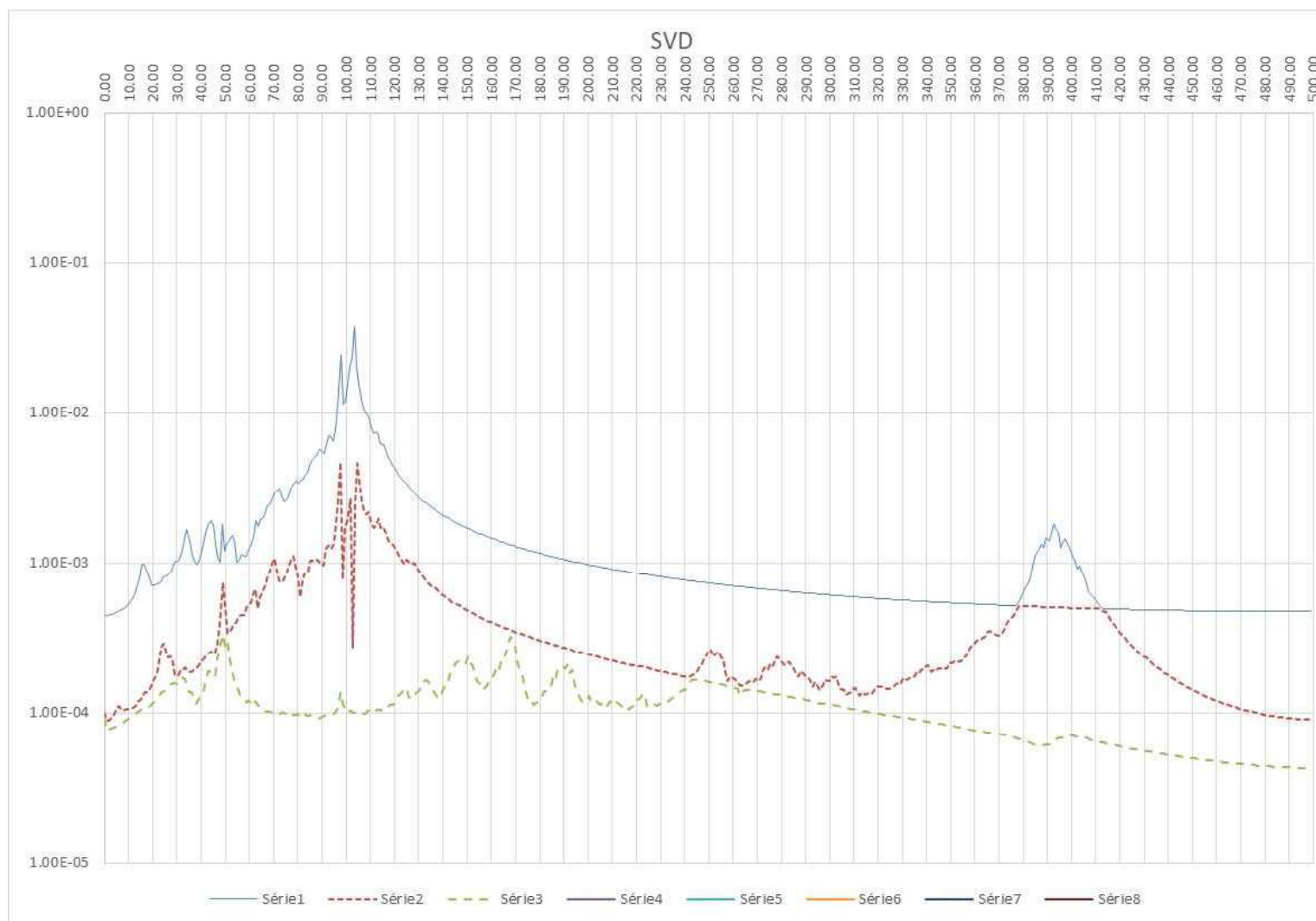
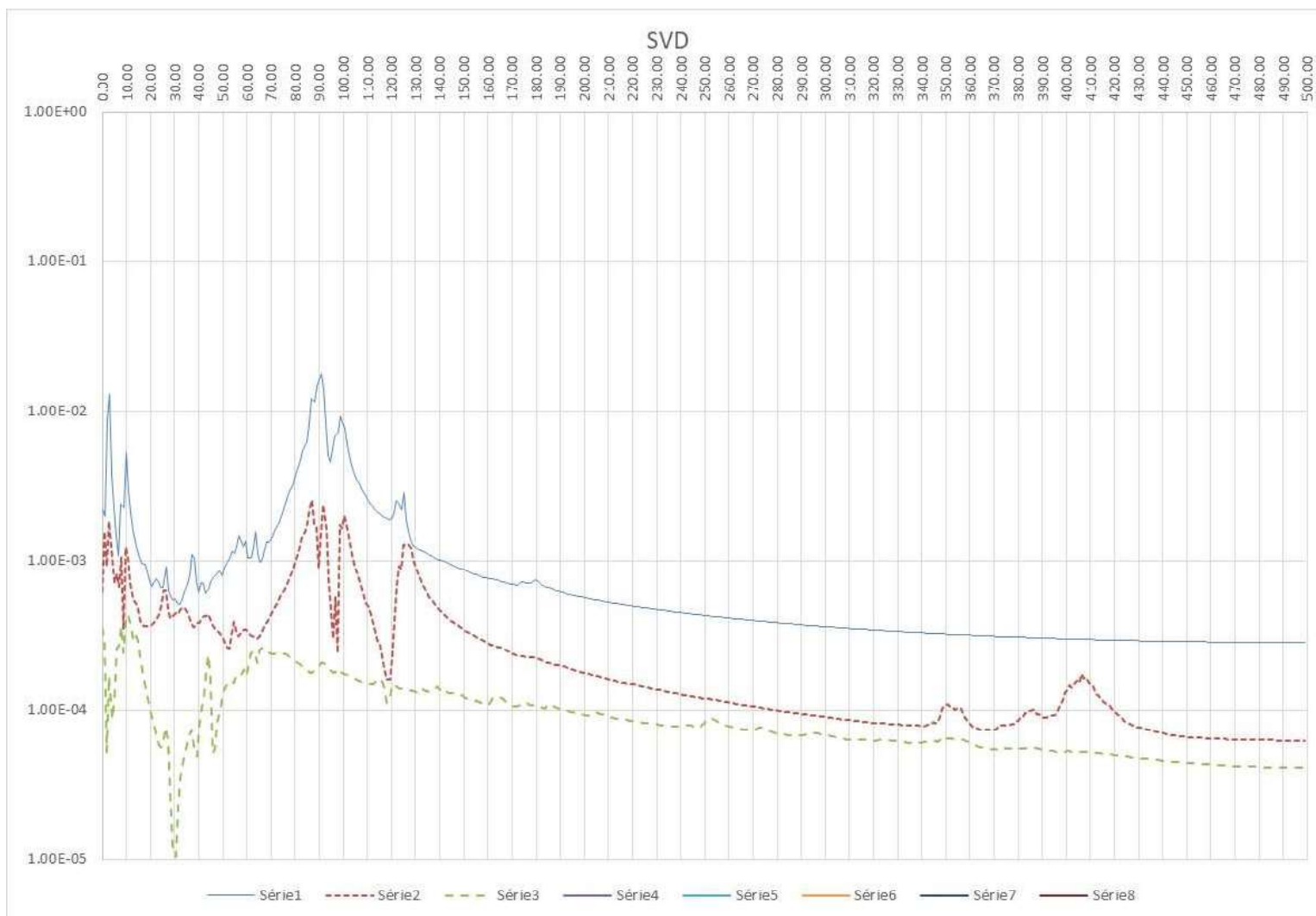
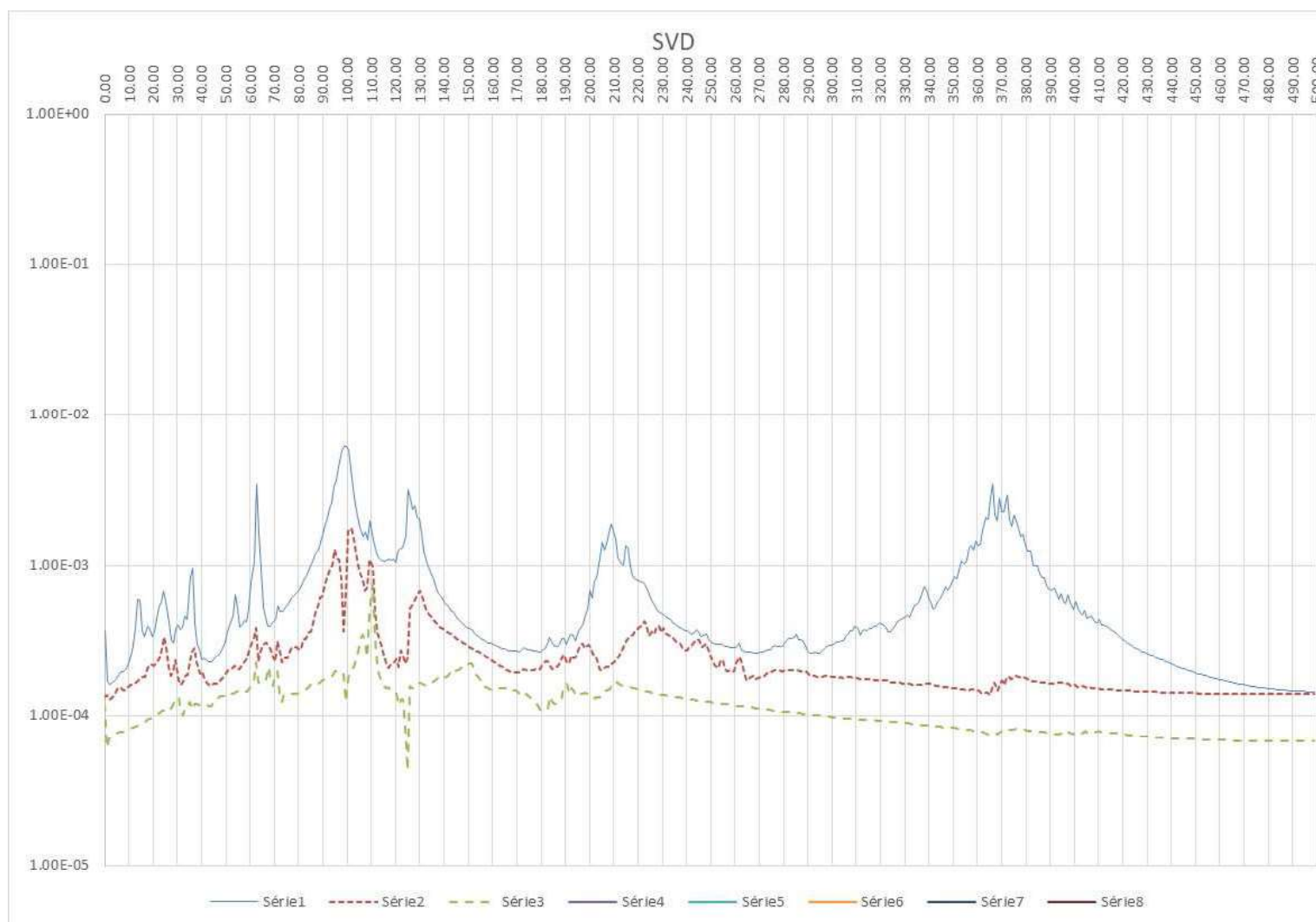


Figura 101 - Valores Singulares da FDD Viga 5, ponto 2 fase 3



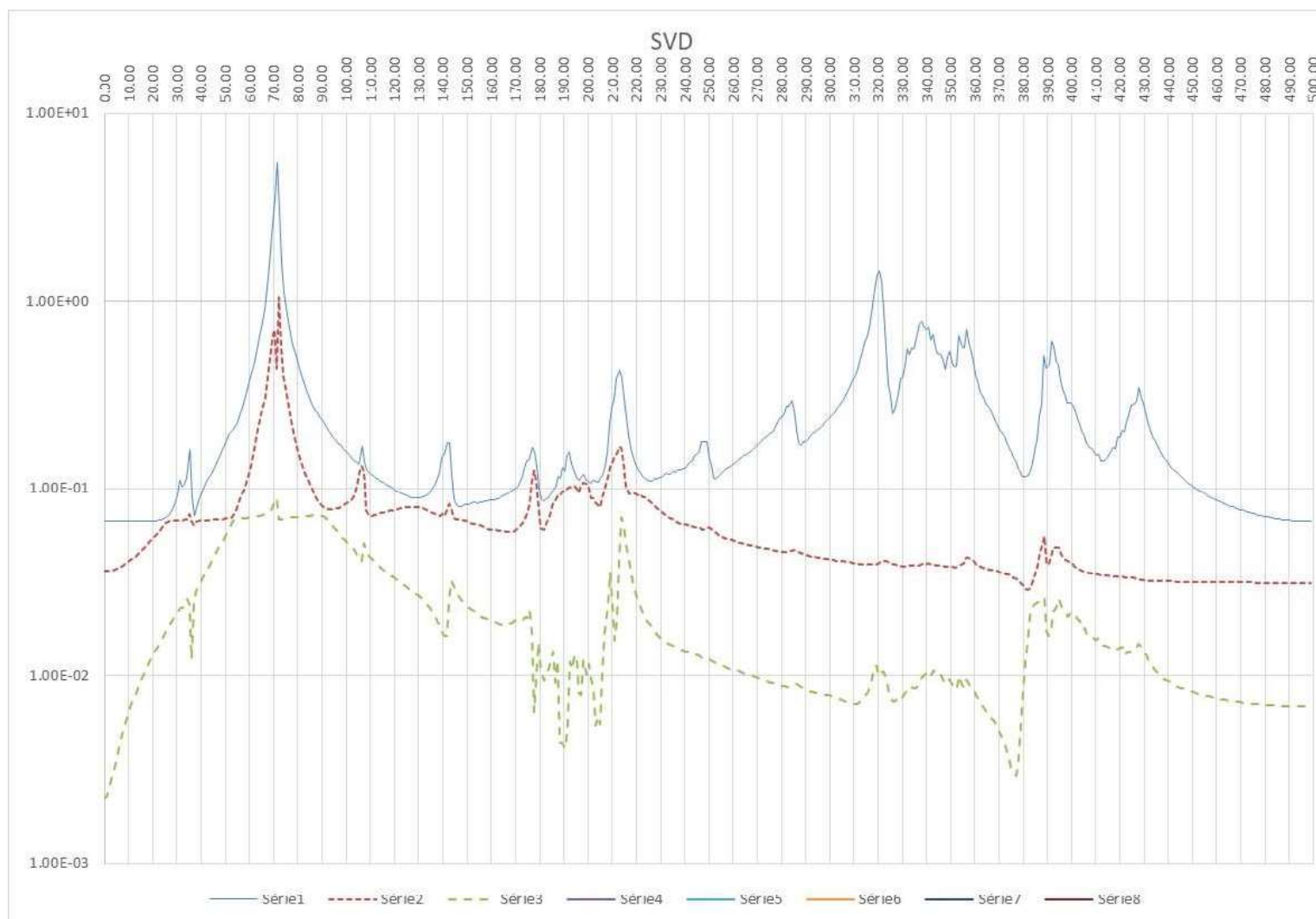
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 102 - Valores Singulares da FDD Viga 6, ponto 1 fase 1



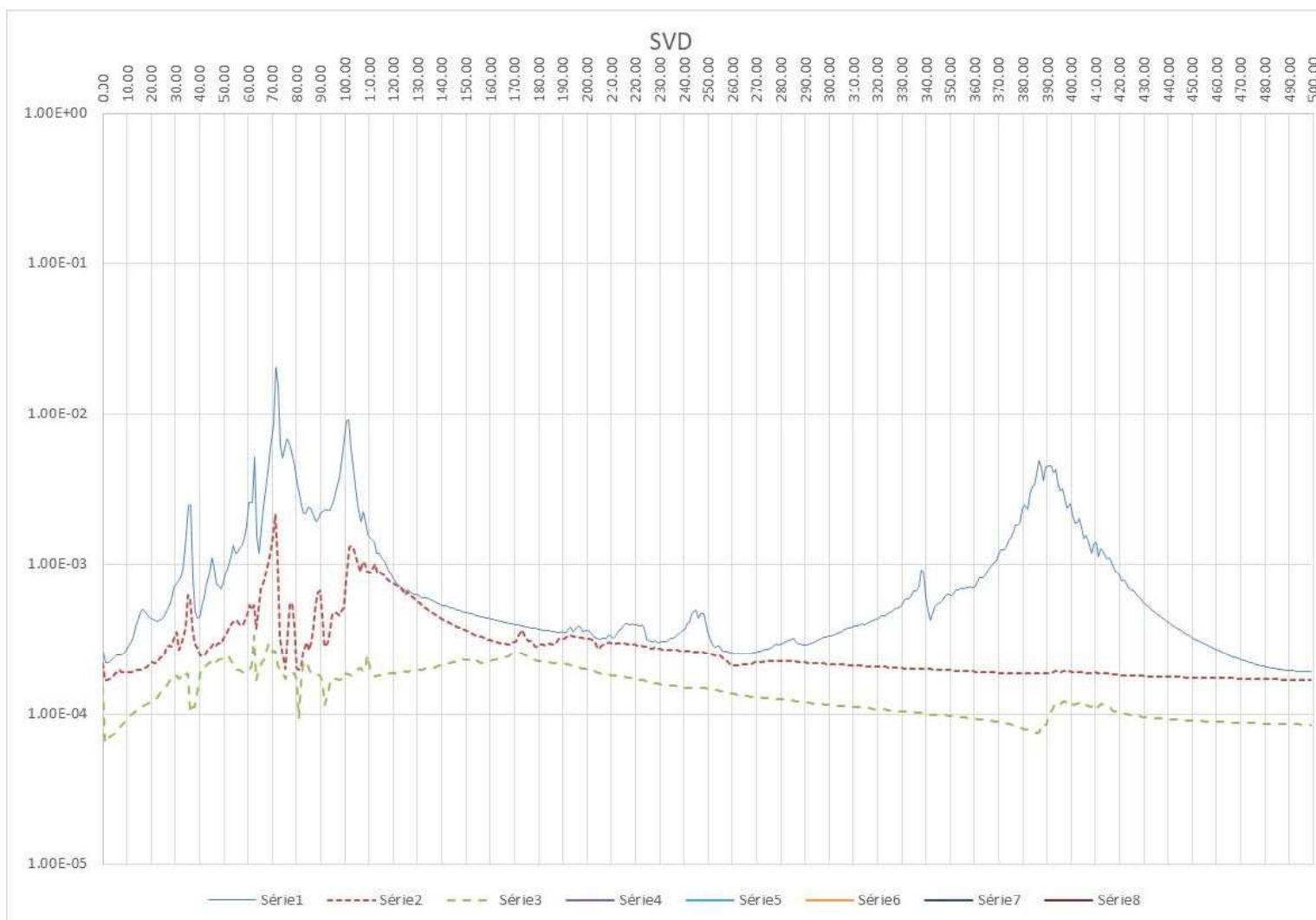
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 103 - Valores Singulares da FDD Viga 6, ponto 1 fase 3



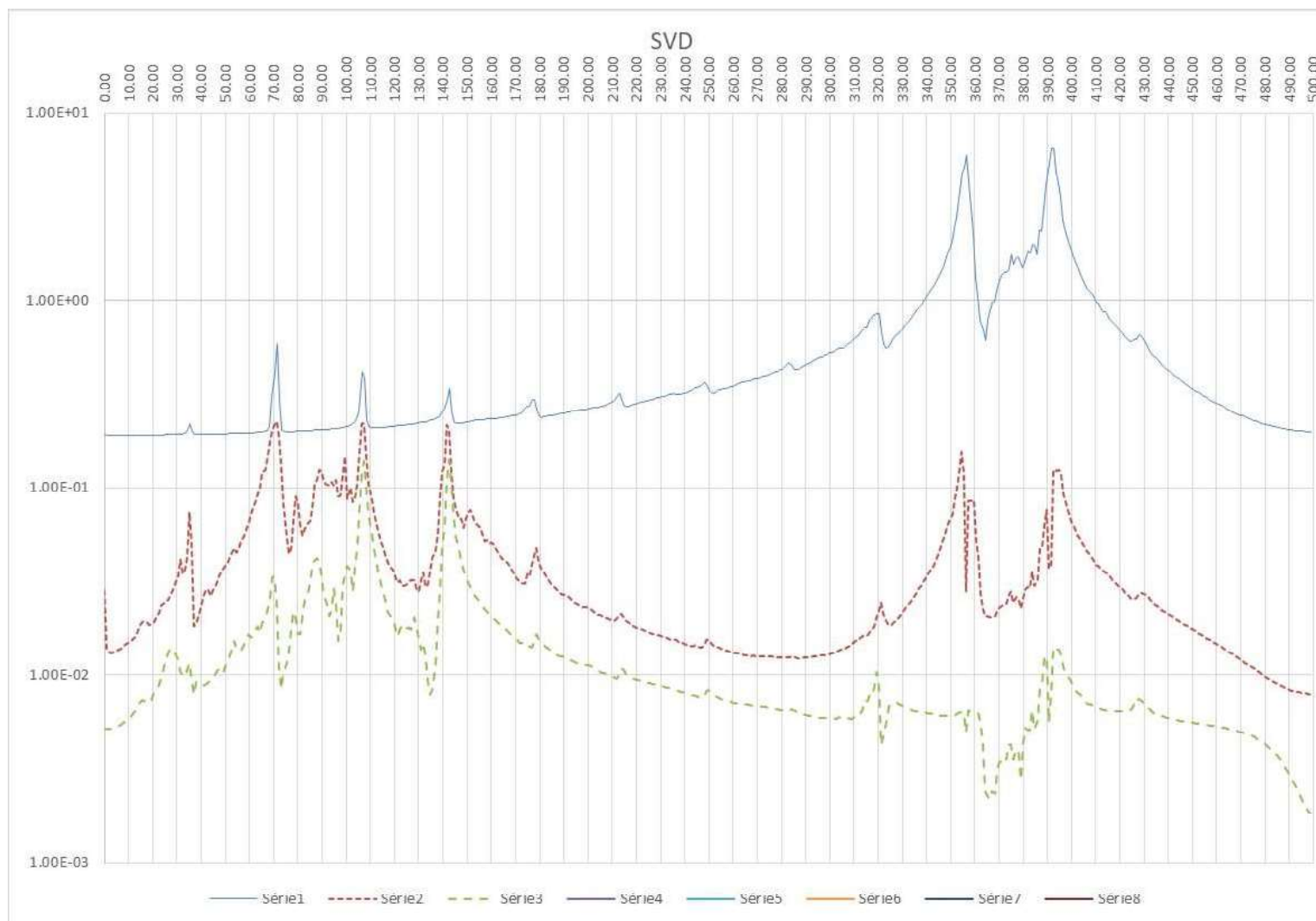
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 104 - Valores Singulares da FDD Viga 6, ponto 2 fase 1



Fonte: Desenvolvido pelo autor

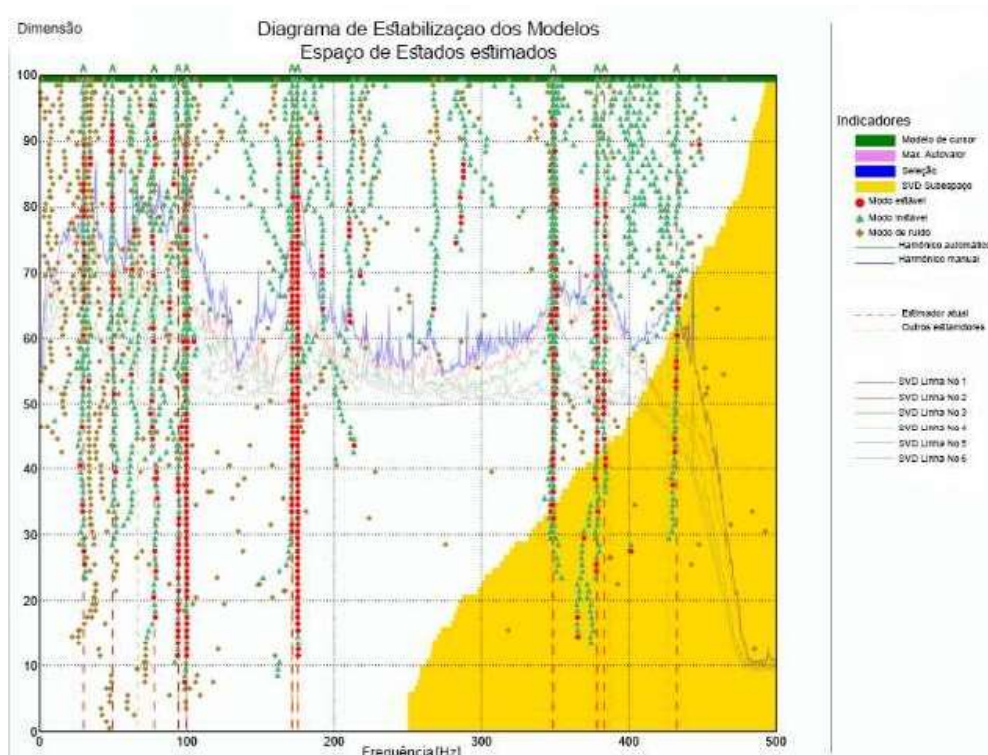
Figura 105 - Valores Singulares da FDD Viga 6, ponto 2 fase 3



Fonte: Desenvolvido pelo autor

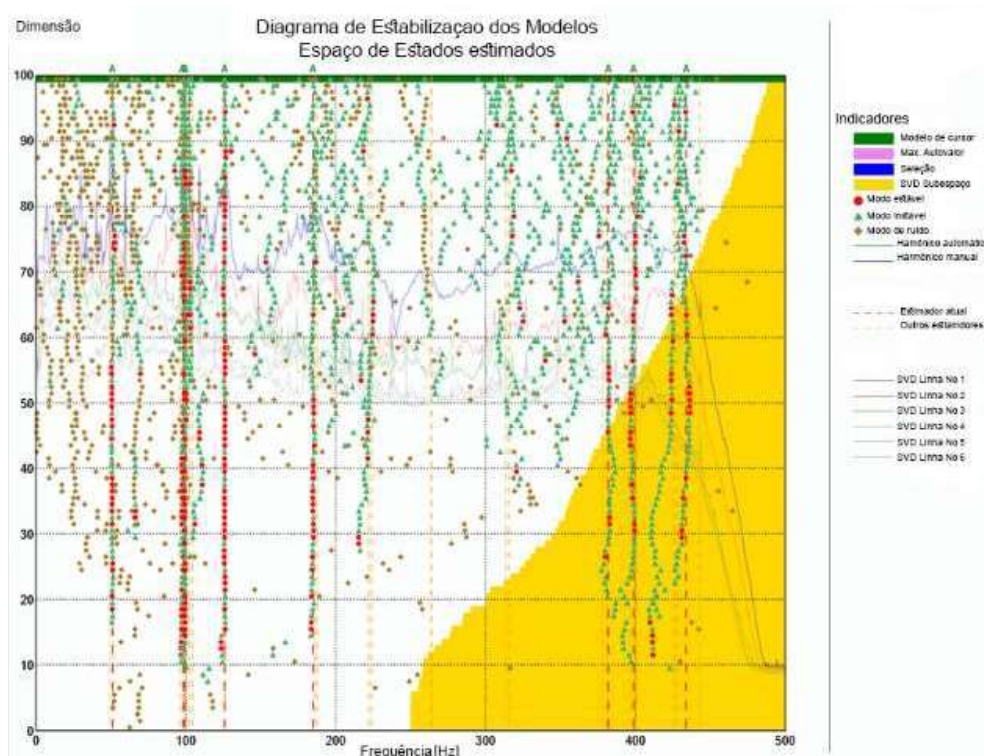
ANEXO G – DIAGRAMAS DE ESTABILIZAÇÃO ARTEMIS.

Figura 106 – Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 1 Fase 1



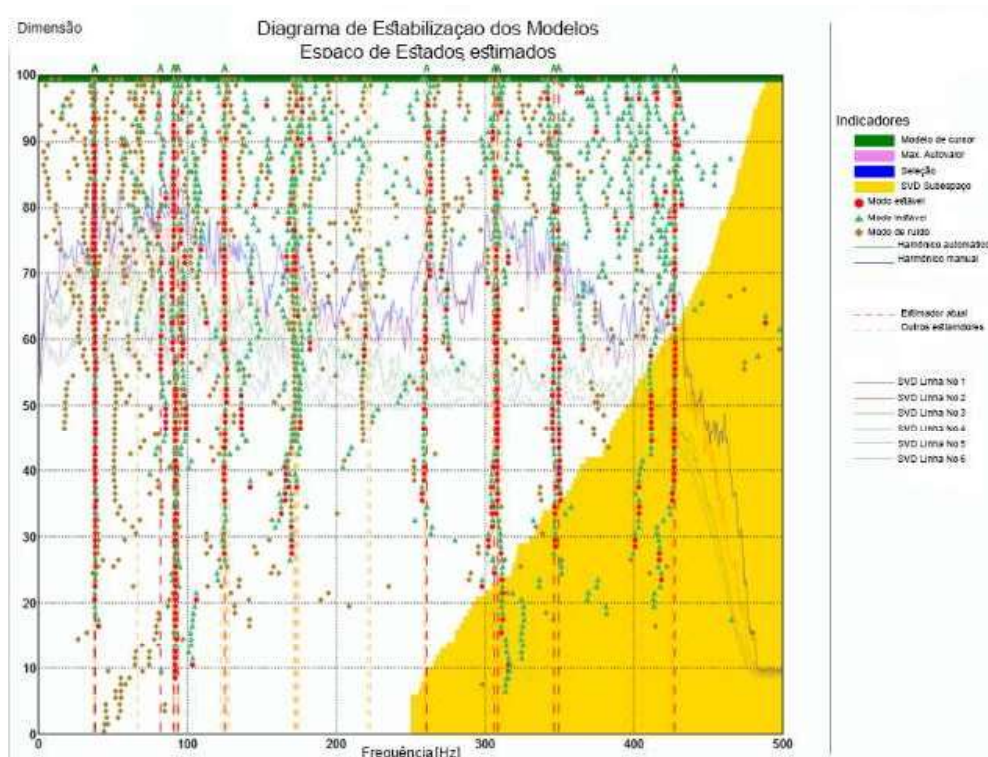
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 107 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 1 Fase3



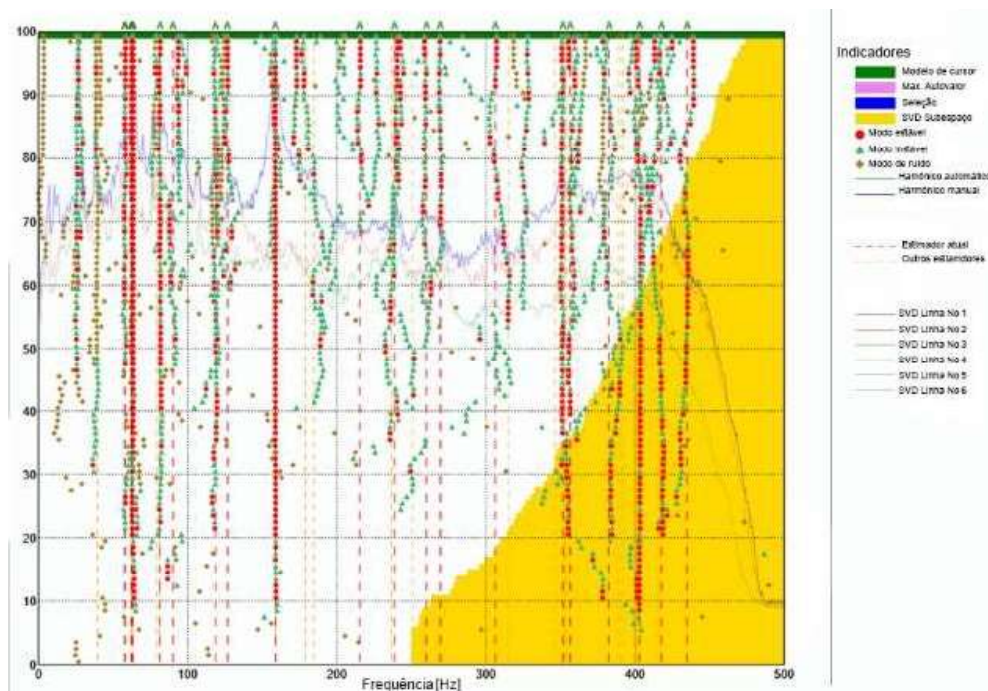
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 108 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 2 Fase1



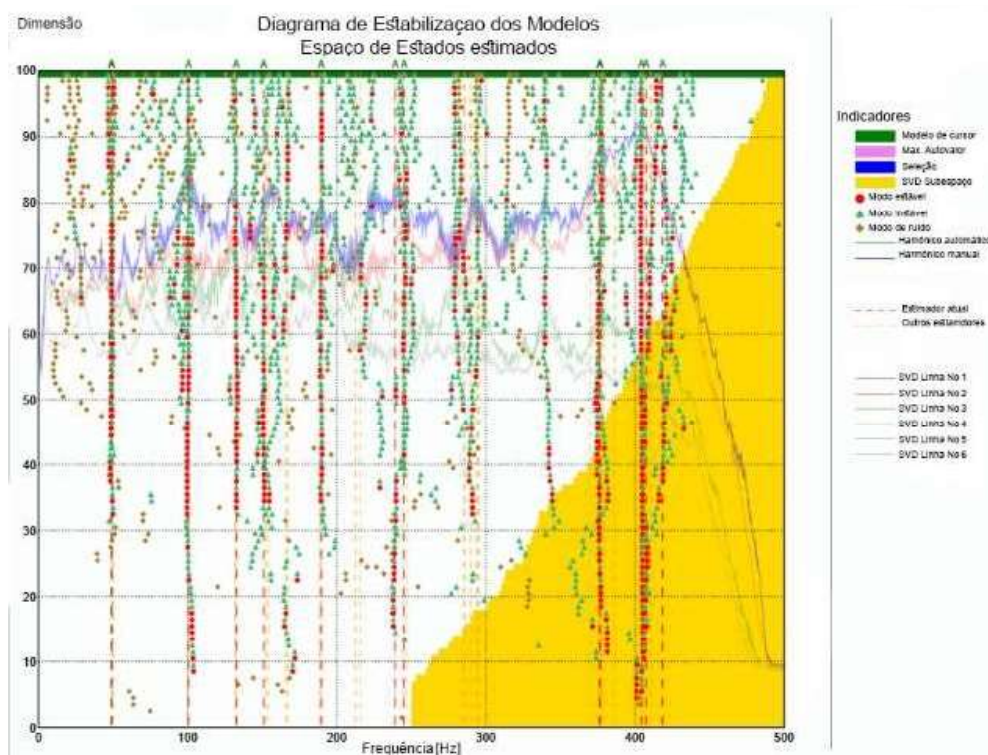
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 109 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 2 Fase3



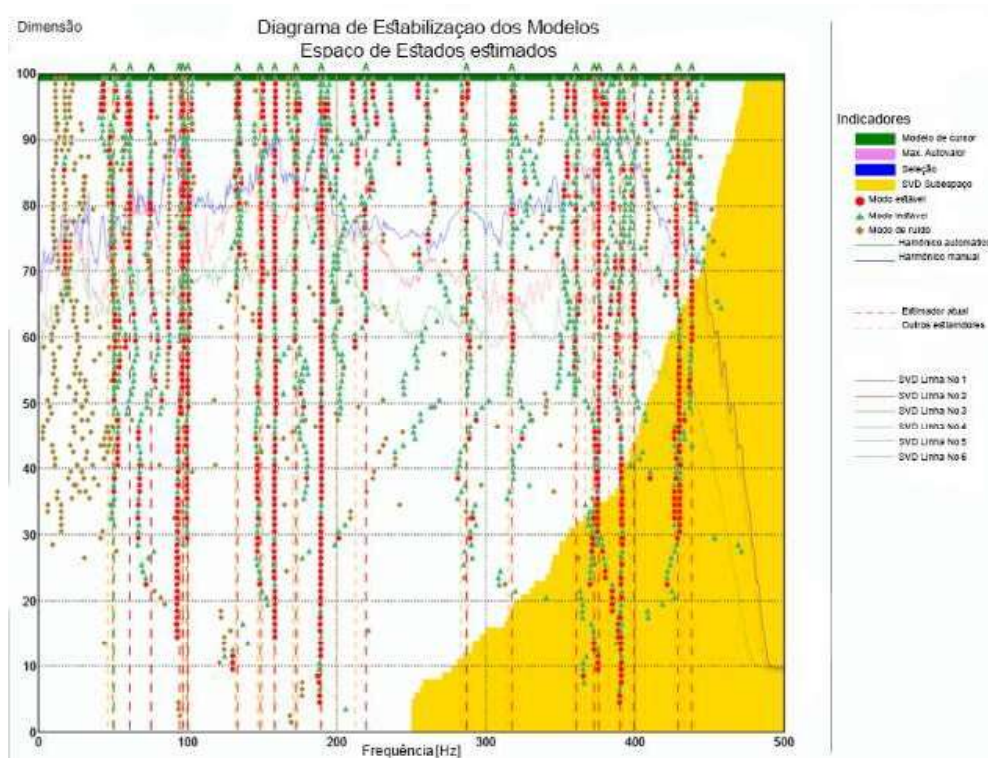
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 111 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 3 Fase 1



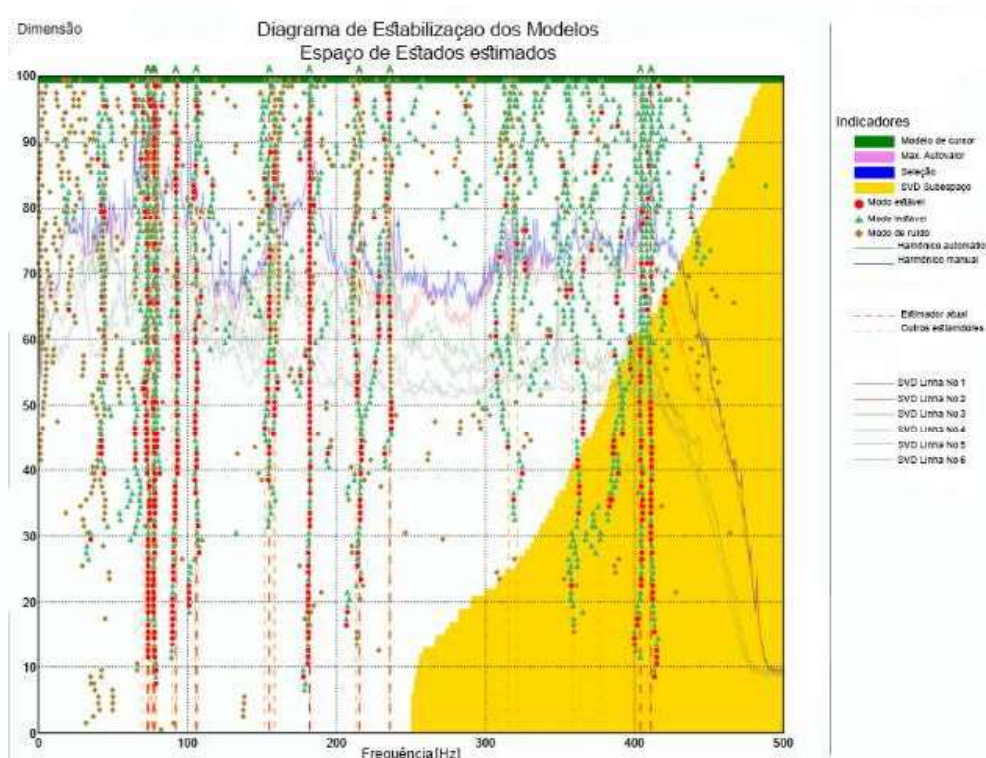
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 110 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 3 Fase 3



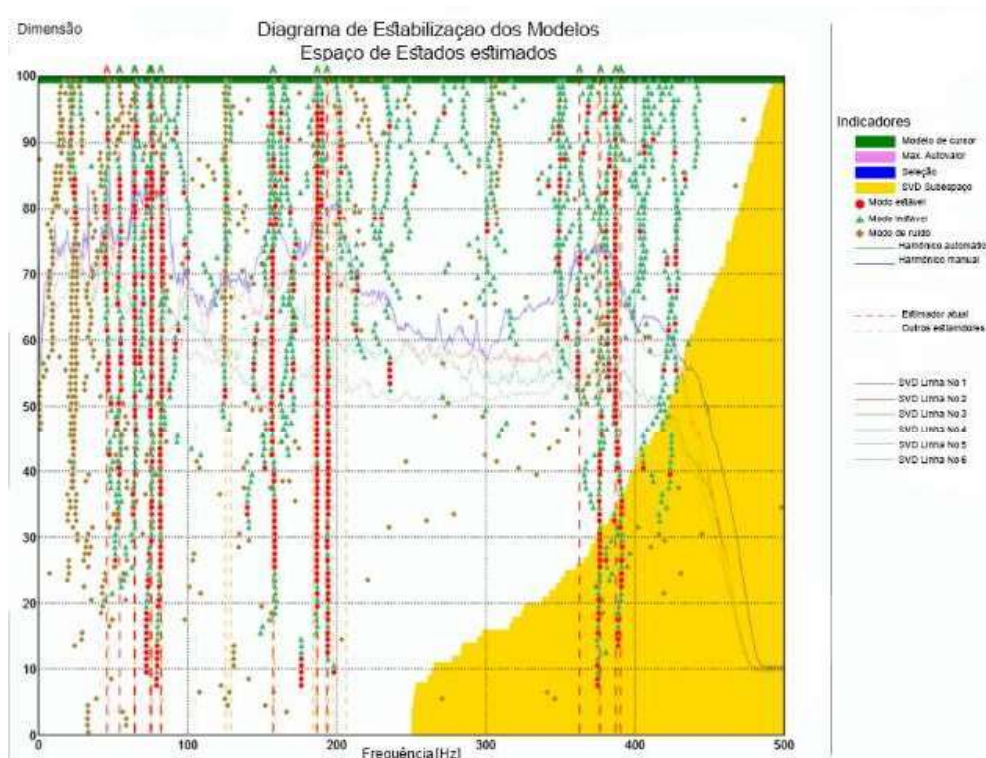
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 113 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 4 Fase 1



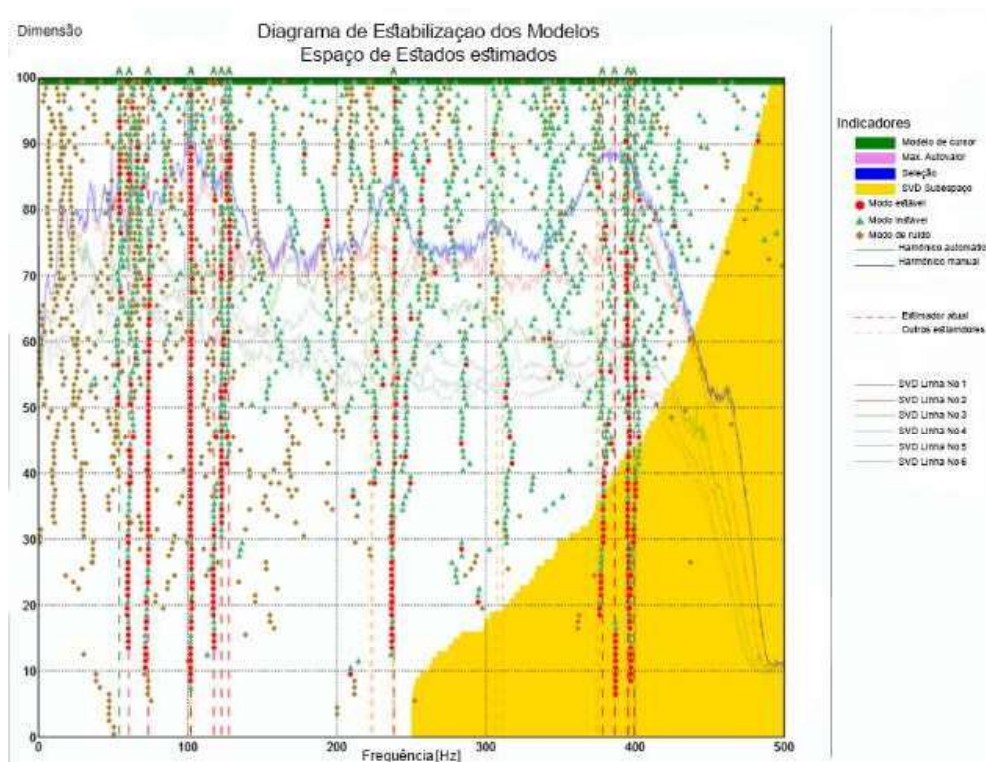
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 112 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 4 Fase 3



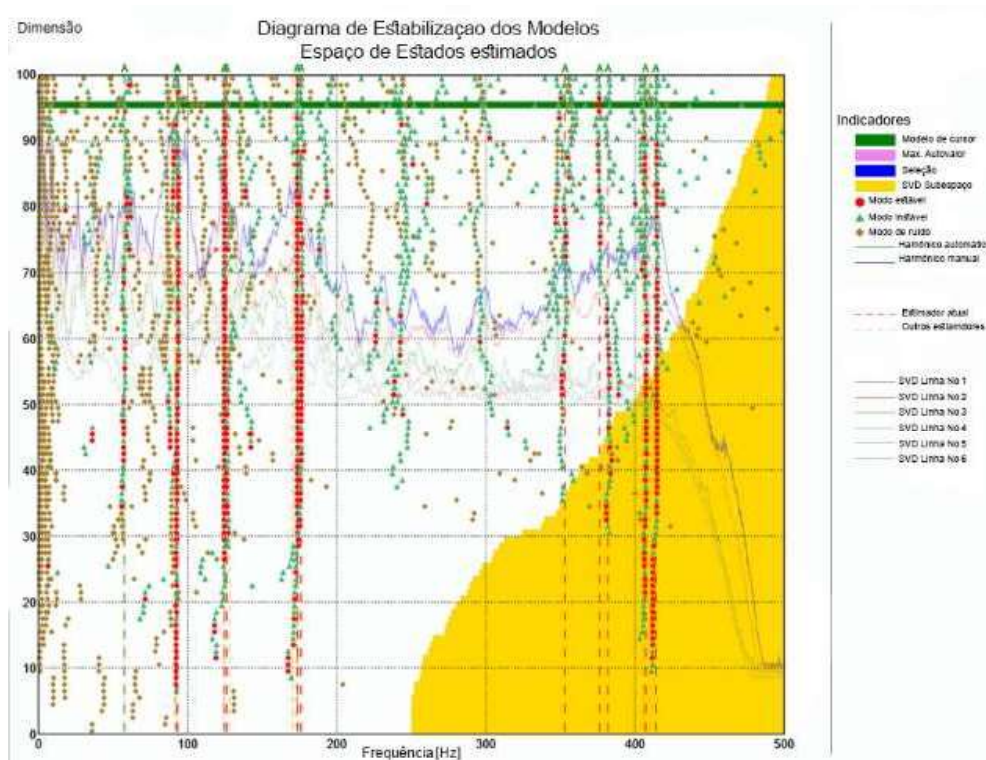
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 114 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 5 Fase 1



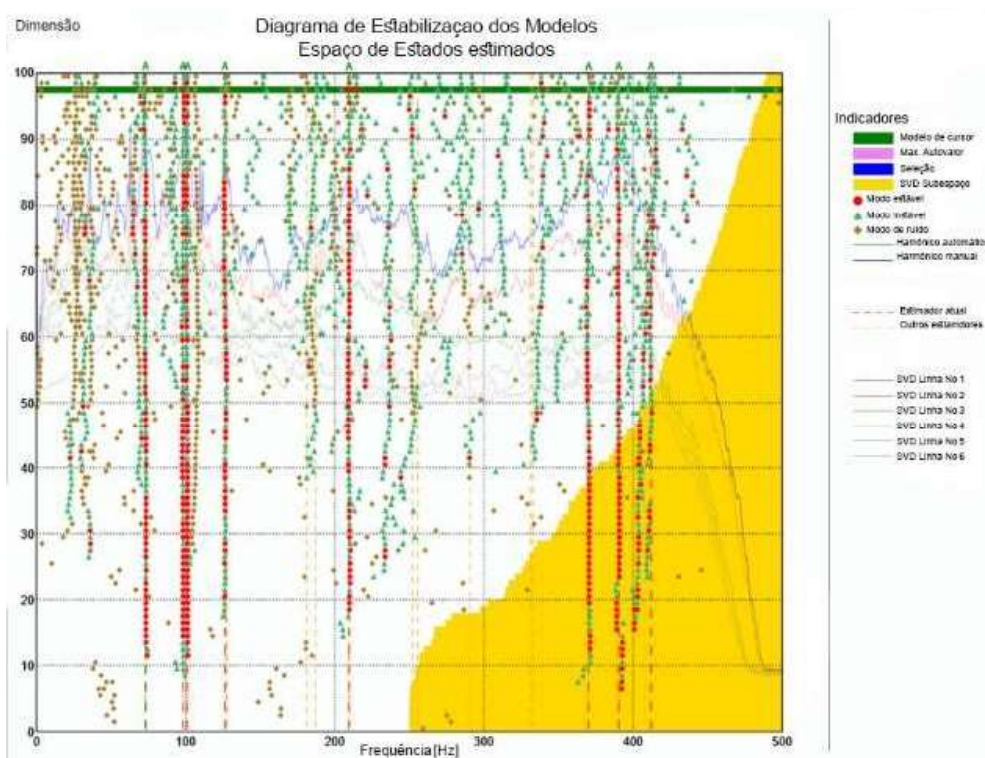
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 115 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 5 Fase 3



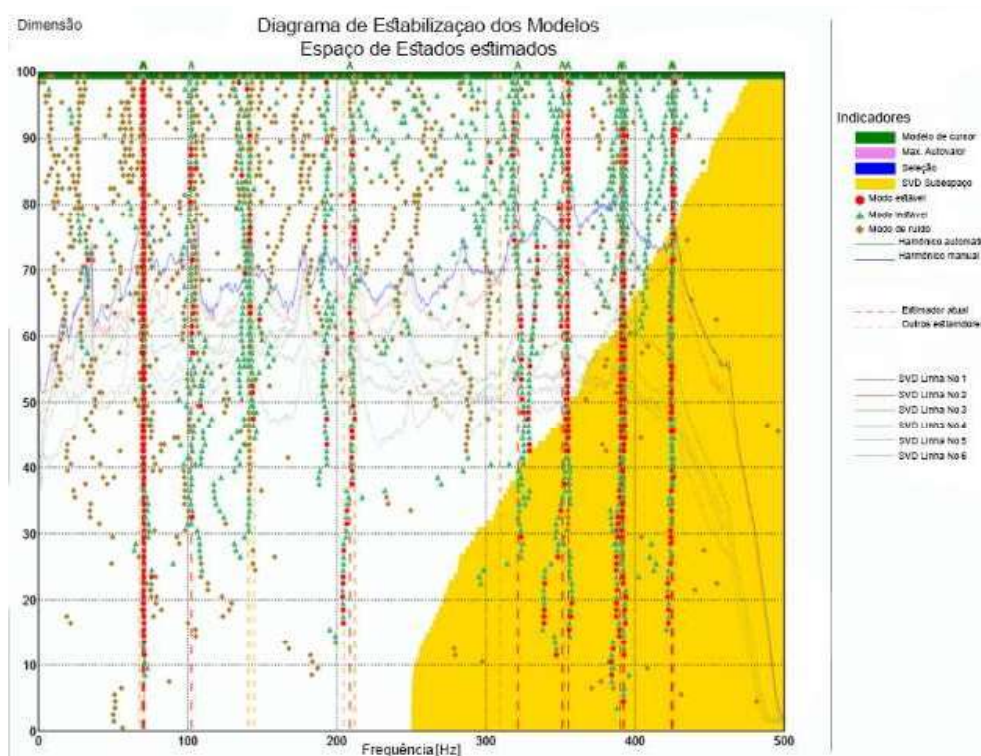
Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 116 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 6 Fase 1



Fonte: Desenvolvido pelo autor

Figura 117 - Diagrama de estabilização pela SSI, Viga 6 Fase 3



Fonte: Desenvolvido pelo autor