

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
ASSOCIAÇÃO AMPLA ENTRE CEFET-MG E UFSJ
SISTEMAS ELÉTRICOS - ELETROMAGNETISMO APLICADO

Tarcísio Carlos Fonseca

APERFEIÇOAMENTO DO MODELO DE FIOS FINOS CURVOS NA MALHA FDTD ATRAVÉS DA
CORREÇÃO DAS CARGAS NAS BORDAS DA GEOMETRIA EM ESCADA



Belo Horizonte
2017

Tarcísio Carlos Fonseca

APERFEIÇOAMENTO DO MODELO DE FIOS FINOS CURVOS NA MALHA FDTD ATRAVÉS DA
CORREÇÃO DAS CARGAS NAS BORDAS DA GEOMETRIA EM ESCADA

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, associação ampla entre a UFSJ e CEFET-MG como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Sistemas Elétricos.
Linha de Pesquisa: Eletromagnetismo Aplicado

Orientador: Dr. Sandro Trindade Mordente
Gonçalves



Belo Horizonte
2017

Tarcísio Carlos Fonseca
Candidato ao título de Mestre em Engenharia Elétrica
CEFET-MG *campus* II

APERFEIÇOAMENTO DO MODELO DE FIOS FINOS CURVOS NA MALHA FDTD ATRAVÉS DA
CORREÇÃO DAS CARGAS NAS BORDAS DA GEOMETRIA EM ESCADA

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, associação ampla entre a UFSJ e CEFET-MG como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Belo Horizonte
2017

Agradecimentos

Agradeço primeiramente Deus, por toda força, amparo e por ter olhado por mim nas horas mais difíceis.

Aos meus país, Alair e Maria Solange, pelo apoio e incentivo.

As minhas irmãs, Alice e Laís, pelas palavras animadoras e amigas.

À minha querida namorada Luíza, por acreditar em mim mais que eu mesmo.

Ao meu orientador, Prof. Dr Sandro T. M. Gonçalves minha referência de conhecimento e sabedoria, por toda à ajuda para realização deste trabalho no qual divido todo o mérito.

Aos professores do PPGEL.

Ao CEFET-MG e à UFSJ.

A maravilhosa disposição e harmonia do universo só pode ter tido origem segundo o plano de um Ser que tudo sabe e tudo pode. Isto fica sendo a minha última e mais elevada descoberta.

Isaac Newton

Resumo

Com a evolução tecnológica, dispositivos eletromagnéticos ou algumas de suas partes tais como *gap* de antenas, cabo coaxial, sondas para alimentar antenas impressas, antenas com ressonadores dielétricos, dentre outros, estão cada vez menores. Modelar computacionalmente estruturas muito pequenas é um desafio devido a limitação dos recursos computacionais. Um método numérico que possibilita a modelagem de estruturas com grande complexidade do ponto de vista eletromagnético ou geométrico é o FDTD (Finite Difference in Time Domain). Este possui características interessantes tais como a facilidade de obter respostas impulsivas permitindo a análise em uma grande faixa de frequências por meio de uma única simulação em que o espaço computacional é descrito por meio de uma malha formada por células que discretizam a geometria em estudo. Entretanto, em regiões com dimensões reduzidas, a malha requerida pode impossibilitar a modelagem devido à quantidade excessiva de memória e tempo de simulação requerido. Os modelos sub-celulares podem ser utilizados para tratar estruturas pequenas no FDTD. Porém, estes não apresentam uma resposta satisfatória para modelar fios curvos, visto que são descritos na malha retangular por meio de uma "escada" que alinha a curva à malha. Portanto, modelos sub-celulares não preveem cargas que se acumulam nas quinas geradas pela transformação do fio curvo em escada equivalente, causando erros na determinação dos parâmetros e fenômenos eletromagnéticos associados às estruturas. Assim, este trabalho apresenta um modelo que adiciona o acúmulo de carga nas bordas dos fios inclinados na malha do FDTD. Este modelo apresenta outras contribuições como as projeções dos campos eletromagnéticos na célula do referido método. O campo magnético que envolve o fio filamentar varia com o inverso do raio efetivo especificado e essa variação faz com que o campo se localize na posição incorreta na célula. Assim, esses são projetados nas bordas da célula para uma melhor representação do modelo do fio fino. Outra contribuição adicional é a modelagem da carga que acumula no fim do fio na qual não é prevista nos modelos sub-celulares. Para excitação das antenas de fio, realizada no *gap* da mesma, foi utilizada uma fonte RVS (Resistive Voltage Source) que tem por característica absorver os campos eletromagnéticos que retornam para o *gap*. Essa particularidade

não é encontrada em outras fontes que tem como característica uma distorção no cálculo da impedância. A última etapa do trabalho foi a análise de algumas antenas de fios curvos na malha do FDTD com o modelo proposto e com o modelo sub-celular convencional em comparação com o MoM (Métodos dos Momentos). Assim, foi possível validar do modelo proposto.

Palavras-chave: Modelo Sub-celular, Antenas de Fio, Cargas na Malha do FDTD, Fonte de Tensão Resistiva.

Abstract

With the evolution of technology, electromagnetic devices or some of their parts such as antenna gap, coaxial cable for transmission of waveguide, probes to feed printed antennas, antennas with dielectric resonators, among others, are becoming smaller. Computational modeling of very small structures is a challenge due to limited computational resources. A numerical method that allows the modeling of structures with great complexity from the electromagnetic or geometric point of view is the Finite Difference in Time Domain (FDTD). It has interesting features such as the ease of obtaining impulsive responses allowing the analysis in a large range of frequencies in only one simulation in which the computational space is described by means of a mesh formed by cells that discretize the study geometry. However, in regions with reduced dimensions, the required mesh discretization may make modeling impossible due to excessive amount of memory and simulation time. Sub-cellular models can be used to treat small structures in FDTD. However, these do not present a satisfactory answer when modeling curved wires, since they are described in the rectangular mesh by means of a stair that aligns to this mesh. Therefore, sub-cellular models do not anticipate loads that accumulate in the kine generated by the transformation of the curved wire in an equivalent staircase, causing errors in the determination of the parameters and figures of the merits of the electromagnetic phenomena associated to the structures. This work presents a sub-cellular model that treats the accumulation of loads at the edges of the inclined wires in the FDTD mesh. This model presents other contributions such as the projections of the electromagnetic fields in the cell of said method. The magnetic field surrounding the filament wire varies with the inverse of the specified effective radius, this variation causes the field to be located in the wrong position in the cell. Thus, these are designed at the edges of the cell for a better representation of the fine wire model. Outa additional contribution is the modeling of the load that accumulates at the end of the wire in which it is not predicted in the sub-cellular models. For excitation of the wire antennas, realized in the gap of the same one, was used an RVS (Resistive Voltage Source) source that has by characteristic to absorb the electromagnetic fields that return to the gap. This particularity is not found in other sources that

has as characteristic a distortion in the calculation of the impedance. The last step of the work was the analysis of some curved wire antennas in the FDTD mesh with the proposed model and with the conventional sub-cellular model in comparison to the MoM. Thus, it enabled the validation of the proposed model.

Key-words: Sub-cell Model, Thin Wires, Charges in FDTD Mesh, Resistive Voltage Source.

Sumário

Lista de Acrônimos e Notação	xix
1 Introdução	1
1.1 Antenas não uniformes na malha do FDTD	2
1.2 Objetivos	4
1.3 Estrutura da Dissertação	5
2 Modelagem de Antenas de Fio no FDTD	7
2.1 O Método do FDTD	7
2.1.1 Equações de Maxwell	7
2.1.2 Diferenças Finitas	9
2.1.3 O Algoritmo de Yee	11
2.1.4 Equações FDTD-3D	12
2.2 Estabilidade Numérica	13
2.3 Impedância e Perda de Retorno	14
2.3.1 Impedância	14
2.3.2 Perda de Retorno	15
2.4 Modelagem da Fonte	15
2.4.1 Excitação de Antenas de Fio no FDTD	15
2.4.2 Fonte <i>Hard</i>	15
2.4.3 Fonte RVS	16
2.4.4 Modelagem do <i>Gap</i> para Antenas de Fios	17
2.5 Modelos Sub-celulares do Fio Fino	18
2.5.1 Modelo Integral do Caminho do Contorno	19
2.5.2 Modelo proposto por Holland	21
2.6 Fronteira Absorvente CPML	22

3	Equações do Fio Fino para Antenas não Uniformes na Malha do FDTD	25
3.1	Aprimoramento do Modelo do Fio Fino	25
3.1.1	Projeções dos Campos Eletromagnéticos	26
3.1.2	Tratamento do Acúmulo de Carga no fim da Antena	29
3.2	Aumento do Número de Células por Degrau e Alteração da Velocidade da Onda Eletromagnética	33
3.3	Tratamento das Cargas nas Quinas	35
3.4	Índice de desempenho	39
4	Estudos de Caso	41
4.1	Validação	42
4.1.1	Faixa de Frequências	43
4.1.2	Resultados	45
4.2	Dipolo com Projeções e Acúmulo de Carga	46
4.3	Dipolo V com Modelo das Cargas nas Quinas	49
4.3.1	Variação em Relação ao Raio	49
4.3.2	Variação em Relação à Altura	52
4.3.3	Variação em Relação à Discretização	55
4.4	Velocidade da Onda Eletromagnética nas Hastes do Dipolo V	59
4.5	Considerações Finais	60
5	Conclusões	63
5.0.1	Proposta de Continuidade	64
	Referências Bibliográficas	65

Lista de Figuras

2.1	Diferenças Finitas esquerda, direita e central.	9
2.2	Cubo de Yee.	11
2.3	Circuito de uma fonte de tensão RVS.	16
2.4	Comparação entre fonte <i>Hard</i> e RVS.	17
2.5	<i>Gap</i> de um dipolo antes e após à aplicação da rotina do <i>gap</i> infinitesimal.	19
2.6	Geometria para o modelo sub-celular da integral do caminho do contorno.	20
2.7	Corte em seção de uma célula com um fio orientado em z.	22
3.1	Projeção do campo eletromagnético na borda da célula.	27
3.2	Projeções do campos elétrico na face do cilindro.	28
3.3	Geometria para avaliar os campos eletromagnéticos devido ao acúmulo de carga no fim do fio.	30
3.4	Velocidade da onda eletromagnética sobre o dipolo v.	34
3.5	Dipolo em escada.	34
3.6	Dipolo em escada com várias células por degrau.	35
3.7	Geometria para avaliar a aproximação dos campos eletromagnéticos do modelo carga nas quinas.	36
3.8	Aproximação das cargas nas quinas.	37
3.9	Carga nas quinas aproximação vertical.	38
3.10	Geometria do modelo das cargas nas quinas com os campos elétricos.	39
4.1	Dipolo para validação dos modelos sub-celular.	42
4.2	Pulso Gaussiano para excitação da antena de validação.	44
4.3	Espectro de frequência pulso Gaussiano para excitação da antena de validação.	44
4.4	Dipolo validação para várias discretizações.	45
4.5	Dipolo validação em comparação com o Watannabe.	45
4.6	Dipolo $h = 30,5 \text{ cm}$, $\Delta c = 0,305/21$ e $r = 0,1\Delta c$	47
4.7	Dipolo $h = 30,5 \text{ cm}$, $\Delta c = 30,5/21 \text{ cm}$ e $r = 0,49\Delta c$	47

4.8	Dipolo $h = 30,5 \text{ cm}$, $\Delta c = 30,5/41 \text{ cm}$ e $r = 0,1\Delta c$	48
4.9	Dipolo $h = 30,5 \text{ cm}$, $\Delta c = 30,5/41 \text{ cm}$ e $r = 0,49\Delta c$	48
4.10	Dipolo V desenhado no FDTD para avaliar o modelo das cargas nas quinas. . .	49
4.11	Dipolo V $H = 10 \text{ cm}$ e $r = 0,1\Delta c$	50
4.12	Dipolo V $H = 10 \text{ cm}$ e $r = 0,4\Delta c$	50
4.13	Erro dipolo $H = 10 \text{ cm}$ e raio $0,1\Delta c$	51
4.14	Erro dipolo $H = 10 \text{ cm}$ e raio $0,4\Delta c$	51
4.15	Dipolo V $H = 17 \text{ cm}$ e $r = 0,1\Delta c$	52
4.16	Erro dipolo V $H = 17 \text{ cm}$ e $r = 0,1\Delta c$	53
4.17	Dipolo V $H = 17 \text{ cm}$ e $r = 0,4\Delta c$	54
4.18	Erro dipolo V $H = 17 \text{ cm}$ e $r = 0,4\Delta c$	54
4.19	Dipolo V com 4 células por degrau $\Delta = 4\Delta c$ com $\Delta c = 0,05 \text{ cm}$	55
4.20	Dipolo V com 3 células por degrau $\Delta = 3\Delta c$ com $\Delta c = 0,0333 \text{ cm}$	56
4.21	Dipolo V com 2 células por degrau $\Delta = 2\Delta c$ com $\Delta c = 0,1 \text{ cm}$	56
4.22	Dipolo V $\Delta = 2\Delta c$ com $\Delta x = 0,1 \text{ cm}$ e $r = 0,1\Delta c$	57
4.23	Dipolo V $\Delta = 2\Delta c$ com $\Delta c = 0,1 \text{ cm}$ e $r = 0,4\Delta c$	57
4.24	Geometria do dipolo V em escada e inclinado.	58
4.25	Dipolo V $\Delta = \Delta c$ com $\Delta c = 0,1 \text{ cm}$	58
4.26	Fonte RVS excitando o dipolo V $\Delta = 2\Delta c$, $\Delta c = 0,1 \text{ cm}$ com o modelo sub-celular das cargas nas quinas em comparação com o modelo padrão.	60
4.27	Fonte <i>Hard</i> excitando o dipolo V $\Delta = 2\Delta c$, $\Delta c = 0,1 \text{ cm}$ com o modelo sub-celular das cargas nas quinas em comparação com o modelo padrão.	60

Lista de Tabelas

4.1	Índice de desempenho dipolo V $H = 10 \text{ cm}$	51
4.2	Índice de desempenho dipolo V $H = 17 \text{ cm}$ e $r = 0,1\Delta c$	53
4.3	Índice de desempenho dipolo V $H = 17 \text{ cm}$ e $r = 0,4\Delta c$	53
4.4	Índice de desempenho dipolo V variação da discretização em comparação com MoM em escada.	59
4.5	Índice de desempenho dipolo V $\Delta = 1\Delta c$	59

Lista de Acrônimos e Notação

∇	operador nabla
$\mathbf{B}$	densidade de fluxo magnético
$\mathbf{D}$	densidade de fluxo elétrico
$\mathbf{J}$	densidade de corrente elétrica
ρ	densidade de carga
ε	permissividade do meio
μ	permeabilidade do meio
σ	condutividade elétrica
σ^*	condutividade magnética
$\mathbf{E}$	campo elétrico escalar
$\mathbf{H}$	campo magnético escala
ϕ	potencial elétrico
Z_{in}	impedância de entrada
k_H	coeficiente de projeção magnético
k_E	coeficiente de projeção elétrico

Introdução

As antenas de fio são muito utilizadas em telecomunicações devido ao seu baixo custo e simplicidade de fabricação. O dipolo é um exemplo de antena de fio que tem aplicações diversas tais como em rádio e vídeo-difusão, estação rádio-base para telefonia e até em transmissão de energia sem fio. Essas antenas apresentam como característica uma largura de banda de frequência estreita e baixa diretividade. Porém, em alguns tipos específicos como o dipolo em V, essa banda de frequência pode sofrer alterações bem como seu ganho e diretividade. Do ponto de vista de projeto e análise, as antenas de fio podem ser consideradas estruturas pequenas o que facilita a sua modelagem.

A necessidade de modelar computacionalmente estruturas muito pequenas está em ascensão devido à miniaturização de diversos componentes eletromagnéticos ou algumas de suas partes como é o caso de: *gap* de antenas; cabo coaxial; sondas para alimentar antenas impressas; antenas com ressonadores dielétricos; *thin-slots*, entre outros.

A análise de estruturas pequenas pode ser realizada por métodos assintóticos, analíticos ou numéricos. Porém, quando o objeto estudado apresenta diferentes tipos de materiais, dimensão elétrica reduzida e complexa, métodos assintóticos e analíticos não podem ser aplicados. Desta forma, métodos numéricos tornam-se necessários para tais análises. Visto que esses métodos tem o objetivo de resolver problemas matemáticos por intermédio de computadores, eles podem gerar soluções numéricas com uma alta precisão. Devido à particularidade de cada método numérico, estes se adaptam melhor à certos tipos de problemas. Por exemplo, em antenas de fios, o Método Momentos (MoM) [1] apresenta melhores resultados quando comparado com outros métodos. Entretanto, existem algumas equações complexas e custo computacional elevado para a sua aplicação quando as estruturas são complexas como por exemplo um plano refletor de dimensões finitas, materiais dielétricos, cabo coaxial para alimentação, entre outros. Uma limitação do próprio método é o número de segmentos em função do raio, ou seja, quanto maior o diâmetro do fio menor será o número de segmentos aumentando a imprecisão dos resultados. Outra dificuldade que o MoM apresenta é o alto custo computacional para simular faixas de

frequências muito grandes. Esses problemas podem ser reduzidos ou até mesmo eliminados com o uso do Método FDTD (Finite Difference in Time-Domain).

O FDTD apresenta algumas características predominantes como a possibilidade de visualizar a propagação das ondas eletromagnéticas através de imagens e vídeos, facilidade de obter respostas impulsivas permitindo a análise em uma grande faixa de frequência em apenas uma simulação, alterações das estruturas de maneira fácil e a introdução das características eletromagnéticas diretamente nas equações de Maxwell sem o uso de potenciais vetores. Entretanto, para modelar estruturas pequenas no FDTD, sem a necessidade de reduzir a dimensão da célula para que o objeto fique adequadamente descrito, deve-se realizar algumas alterações nas equações do FDTD [2],[3], [4] e [5]. Desta forma, modificações no modelo sub-celular [2] podem ser utilizadas para modelar a contribuição de campos em estruturas eletricamente pequenas, como por exemplo emular um fio com um raio efetivo desejado a partir de um fio filamental.

Os campos eletromagnéticos no método do FDTD devem estar dispostos no espaço conforme o conceito de Yee para garantir estabilidade do método. Logo, impõem-se que a malha do FDTD seja formada por cubos sendo que os campos elétricos estão dispostos na arestas do cubo e os campos magnéticos na face. Dessa maneira, quando se modela fios curvos, estes são descritos na malha retangular por meio de uma "escada" que se alinha a esta malha. Esse efeito escada causado pela malha produz acúmulos de cargas nas quinas do fio. Assim, os modelos sub-celulares apresentam uma boa aplicabilidade quando pretende simular fios paralelos à malha do FDTD. Porém, eles não tratam as cargas acumuladas nas quinas dos fios curvos. Um exemplo claro é quando deseja-se simular uma antena *loop*, o modelo sub-celular não considera a carga que acumula nas junções dos fio que forma a estrutura da antena.

Um outro desafio ao simular antenas de fio no FDTD é a modelagem da fonte. A mais utilizada é a do tipo *Hard* em que a energia é introduzida no espaço computacional através de um pulso de tensão. Após um período de tempo previamente definido o pulso decai exponencialmente até ficar igual a zero. Dessa forma, a fonte torna-se um curto circuito apresentando erros nos resultados computacionais ao sofrer influência dos campos reverberantes ou refletidos, sendo um aspecto negativo da sua utilização [2]. Em [6] é apresentada uma solução para contornar o problema deste tipo de fonte: a fonte de tensão resistiva (RVS). Esta apresenta um resistor em série com a fonte de tensão, sendo que o resistor tem a função de absorver os campos que retornam para o *gap* (cavidade ou célula onde é definida a fonte).

1.1 Antenas não uniformes na malha do FDTD

Para modelar estruturas pequenas no FDTD pode-se usar uma malha com alta discretização. Contudo, o aumento do tempo de processamento e do uso de memória podem impossibilitar essa abordagem. Sendo assim, o desenvolvimento de modelos que representam as características físicas sem a necessidade de uma estrutura espacial altamente discretizada é essencial para

diversas aplicações como estrutura de *gap* de antenas, cabo coaxial para guia de ondas, sondas para alimentar antenas impressas e antenas de ressonador dielétrico (DRA) [2], [5].

Existem duas abordagens principais para a construção de modelos sub-celulares de fio fino para o método FDTD. A primeira é a de Holland [4] em que o fio é descrito em função da carga e da corrente conduzida em sua superfície. A segunda é o modelo da integral do caminho do contorno de Umashankar *et al.* [7] na qual os campos elétricos e magnéticos que contornam o fio possuem uma variação $1/r$, sendo r a distância radial do fio até o centro da célula. Em seguida, são aplicadas as equações integrais de Maxwell nos campos eletromagnéticos variantes no tempo.

Em [3] foi proposto um modelo sub-celular para o fio fino, como uma extensão do trabalho de Holland, com o objetivo de posicionar o fio orientado em qualquer direção na célula do FDTD. No referido trabalho, salienta-se ainda que foram utilizadas duas técnicas de interpolação com o objetivo de alterar a posição do fio dentro da célula do FDTD. A primeira foi a interpolação padrão trilinear que é um método de interpolação com multivariáveis em uma grade retangular tridimensional em que o valor médio de campo elétrico é aproximado linearmente a partir dos valores dos campos elétricos na aresta da célula do FDTD. A interpolação descrita apresenta resultados não muito precisos. A segunda foi a interpolação de tubos desenvolvida por Eldevik [3] no qual foi baseada parcialmente na interpolação trilinear apresentando um resultado com precisão razoável. A desvantagem deste modelo é que por estar em coordenadas cilíndricas deve evitar junções de dois fios ou mais, uma vez que o acoplamento entre o fio e o campo elétrico envolvente apresentam a forma de cilindro com dimensão maior do que a da célula, tornando difícil adequar corretamente uma junção. Uma característica interessante da abordagem de Edelvik é que o algoritmo do fio fino pode ser generalizado para modelar *slots* finos, tornando assim uma teoria unificada tanto para fios finos quanto para *slots* finos. Tais modelos são suscetíveis à instabilidade. Entretanto, através da incorporação do acoplamento simétrico entre os campos eletromagnéticos e os *slots* e entre o campo eletromagnético e o fio, é possível obter uma estabilidade para os modelos de *slots* finos.

Em [8], o autor também utiliza a formulação de Holland para desenvolver o trabalho. O objetivo principal foi manter a formulação para o sistema de coordenadas cartesiana para facilitar o acoplamento dos fios em qualquer posição na célula do FDTD. Para a validação do algoritmo foi testada uma antena dipolo com 41 *cm* de comprimento total e raio de 1 *cm* e uma faixa de frequência de 2 *Mhz* a 20 *Mhz* posicionada em várias regiões da célula do FDTD e comparada com MoM. O resultado foi representativo com uma dispersão baixa.

O modelo sub-celular da integral do caminho do contorno proposto por [9] obteve algumas melhorias apresentadas em [10]. A referida melhoria foi realizada através da adição de um coeficiente nas equações de atualização do campo elétrico no topo do fio, em que este é calculado para computar um acúmulo de carga no fim. Posteriormente, em [11], é apresentado o FDTD formulado como o método dos elementos finitos no domínio do tempo (FEM-TD), e os campos

estáticos são solucionados através das modificações dos campos eletromagnéticos em torno do fio filamentar.

Duas recentes melhorias no modelo da integral do contorno foram apresentadas em [5], sendo a primeira a projeção dos campos eletromagnéticos que não estão fisicamente alinhados com a malha do FDTD. Os campos eletromagnéticos são projetados através da multiplicação de um coeficiente previamente calculado. Essas projeções são necessárias porque os campos eletromagnéticos devem representar um valor médio na célula do FDTD e não um valor local. A segunda melhoria é a adição de um acúmulo de carga no topo das antenas de fio, sendo que um fio com um raio efetivo acumula corrente sobre a sua superfície e que por consequência uma carga. Assim, torna-se necessário a adição dessa carga no modelo da integral do caminho do contorno.

Os modelos citados podem ser aplicados quando deseja-se simular fios alinhados ou em qualquer posição na malha do FDTD, mas eles apresentam o inconveniente de não tratarem o efeito escada gerado pela malha do FDTD para geometrias não alinhadas à malha visto que as células apresentam o formato cúbico. As quinas afetam as características da antena devido à alguns fatores tais como a antena descrita na malha do FDTD apresenta uma dimensão maior do que a geometria real sem a discretização em escada; a redução na velocidade de propagação da onda eletromagnética em razão do efeito escada e o acúmulo de carga nas quinas não previsto pelos modelos sub-celulares do fio fino.

1.2 Objetivos

Neste trabalho propõem-se modelar as cargas nas quinas dos fios oblíquos na malha do FDTD, pois estas não estão previstas nos modelos sub-celulares que se encontram na literatura atual, ou seja, as equações que simulam um fio de raio efetivo a partir de um fio filamentar. O modelo das cargas tem o objetivo de corrigir a velocidade da onda eletromagnética na escada, fazendo com que ela se iguale à velocidade real em um fio inclinado sem escada. Por consequência, o tempo de propagação do pulso Gaussiano em ambas as estruturas também será o igual. Assim, a principal contribuição do modelo é representar um fio inclinado ou curvo na malha FDTD sem o efeito escada, sendo que este causa imprecisão nas características das antenas.

Outras melhorias também são apresentadas para antenas de fio tais como as projeções dos campos eletromagnéticos para alinhá-los com a malha do FDTD, a modelagem da carga que acumula no fim do fio e, por fim, a implementação da fonte RVS.

1.3 Estrutura da Dissertação

O capítulo 2 apresenta uma introdução ao método FDTD e as equações básicas são deduzidas. São apresentados as condições de estabilidade e a fronteira absorvente CPML bem como suas equações características. Os diferentes tipos de fontes também são discutidos e analisados. Além disso, são apresentados os modelos de fios finos existentes na literatura. No capítulo 3 são discutidas as melhorias feita no modelo da integral do caminho do contorno e a modelagem das cargas nas quinas do FDTD. No capítulo 4, a metodologia sugerida no capítulo 3 é aplicada para análise de algumas antenas de fios. No capítulo 5, é feito uma conclusão de todo o trabalho desenvolvido e sugerido propostas de continuidades.

Modelagem de Antenas de Fio no FDTD

2.1 O Método do FDTD

2.1.1 Equações de Maxwell

As equações de Maxwell na forma diferencial são frequentemente utilizadas para solucionar problemas de eletromagnetismo, descrever e relacionam vetores de campos, densidades de correntes e densidades de cargas em qualquer ponto do espaço ou tempo [12]. As equações 2.1 e 2.2 apresentam as equações de Maxwell em sua forma diferencial [2]

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} - \mathbf{M}, \quad (2.1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \mathbf{J}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho, \quad (2.3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (2.4)$$

Seguindo a notação usual, $\mathbf{E}$ é a intensidade de campo elétrico, $\mathbf{H}$ é a intensidade de campo magnético, $\mathbf{D}$ é a densidade de fluxo elétrico, $\mathbf{B}$ é a densidade de fluxo magnético, $\mathbf{J}$ é a densidade de corrente elétrica, $\mathbf{M}$ é equivalente a densidade de corrente magnética e ρ é a densidade de carga. As equações constitutivas do meio são dadas por:

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E}, \quad (2.5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}. \quad (2.6)$$

Sendo que ε é a permissividade do meio e μ é a permeabilidade do meio. Além disso, se o meio apresentar condutividade elétrica (σ) e magnética (σ^*), através da Lei de Ohm tem-se que

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}, \quad (2.7)$$

$$\mathbf{M} = \sigma^* \mathbf{H}. \quad (2.8)$$

Substituindo as equações 2.5, 2.6, 2.7 e 2.8 em 2.1 e 2.2 obtém-se

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu}(\nabla \times \mathbf{E}) - \frac{\sigma^*}{\mu} \mathbf{H}, \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{-\sigma}{\varepsilon} \mathbf{E} + \frac{1}{\varepsilon}(\nabla \times \mathbf{H}). \quad (2.10)$$

Expandindo o rotacional das equações 2.9 e 2.10 em coordenadas retangulares, obtém-se um conjunto de equações escalares tais como:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} - (M + \sigma^* H_x) \right), \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} - (M + \sigma^* H_y) \right), \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} - (M + \sigma^* H_z) \right), \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} - (J + \sigma E_x) \right), \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} - (J + \sigma E_y) \right), \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} - (J + \sigma E_z) \right). \quad (2.16)$$

O método do FDTD utiliza as equações diferenciais 2.11-2.16 com aproximação por diferenças finitas, sendo que estas diferenças são calculadas em pontos específicos onde estão localizados os campos [2].

2.1.2 Diferenças Finitas

A técnica das diferenças finitas é baseada em aproximações que permitem substituir a equação diferencial por uma equação algébrica. Essa técnica é a base do FDTD que resulta em uma equação de diferenças apropriada para implementação computacional.

Dada uma função $f(x)$ contínua e diferenciável como ilustrado na Figura 2.1, sua derivada no ponto x_0 pode ser aproximada por diferenças finitas conforme as equações 2.17 a 2.19 [2]:

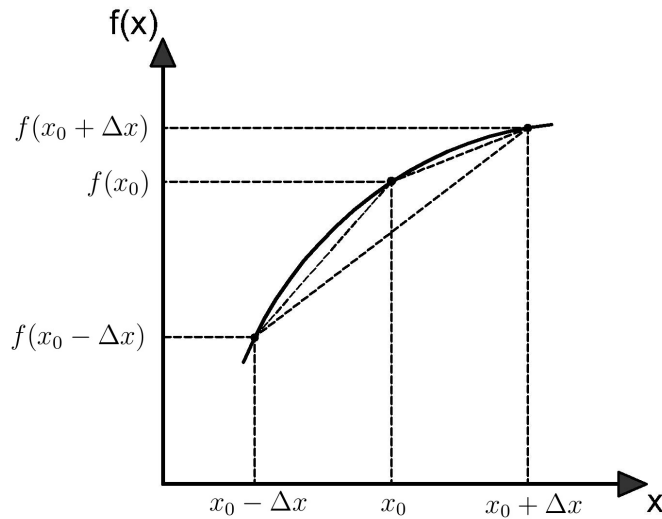


Figura 2.1: Diferenças Finitas esquerda, direita e central.

aproximação das diferenças finitas à direita

$$f'(x_o) \cong \frac{f(x_o + \Delta x) - f(x_o)}{\Delta x}, \quad (2.17)$$

aproximação das diferenças finitas à esquerda

$$f'(x_o) \cong \frac{f(x_o) - f(x_o - \Delta x)}{\Delta x}, \quad (2.18)$$

e aproximação das diferenças finitas centrais

$$f'(x_o) \cong \frac{f(x_o + \Delta x) - f(x_o - \Delta x)}{2\Delta x}. \quad (2.19)$$

A aproximação por diferenças finitas de primeira ordem apresenta um erro que pode ser calculado através da expansão da série de Taylor para a função $f(x)$. Assim, obtém-se a seguinte aproximação para as equações 2.17 a 2.19 respectivamente:

$$f'(x_o) = \frac{f(x_o + \Delta x) - f(x_o)}{\Delta x} - \frac{1}{2!} \frac{d^2 f(x_o)}{dx^2} \Delta x - \frac{1}{3!} \frac{d^3 f(x_o)}{dx^3} \Delta x^2 - \dots \quad (2.20)$$

$$f'(x_o) = \frac{f(x_o) - f(x_o - \Delta x)}{\Delta x} + \frac{1}{2!} \frac{d^2 f(x_o)}{dx^2} \Delta x - \frac{1}{3!} \frac{d^3 f(x_o)}{dx^3} \Delta x^2 + \dots \quad (2.21)$$

$$f'(x_o) = \frac{f(x_o + \Delta x) - f(x_o - \Delta x)}{2\Delta x} - \frac{1}{3!} \frac{d^3 f(x_o)}{dx^3} \Delta x^2 - \frac{1}{5!} \frac{d^5 f(x_o)}{dx^5} \Delta x^4 - \dots \quad (2.22)$$

Nota-se que pela expansão em série de Taylor, o erro das equações 2.17 e 2.18, que representam a diferença finita à esquerda e à direita, respectivamente, é dado por:

$$\epsilon = \pm \frac{1}{2} \frac{d^2 f(\xi)}{dx^2} \Delta x, \quad (2.23)$$

em que $x_0 \leq \xi \leq x_0 + \Delta x$ para diferenças finita à direita e $x_0 - \Delta x \leq \xi \leq x_0$ para diferenças finitas à esquerda. O erro aproximação da derivada central é dado por:

$$\epsilon = \pm \frac{1}{3!} \frac{d^3 f(\xi)}{dx^3} \Delta x^2, \quad (2.24)$$

em que $x_0 - \Delta x \leq \xi \leq x_0 + \Delta x$. Com a análise dos erros, nota-se claramente que a aproximação da derivada central possui um erro menor em relação as derivadas da esquerda e da direita. Dessa forma, essa é a aproximação utilizada no algoritmo do FDTD desenvolvido neste trabalho.

2.1.3 O Algoritmo de Yee

Em 1966, Yee desenvolveu um conjunto de equações de diferenças finitas para o sistema de equações de Maxwell dependentes do tempo para o caso de materiais sem perda. O algoritmo Yee persiste em ter grande utilidade sendo sua base fundamental robusta [13].

A posição dos campos elétricos e magnéticos no espaço deve respeitar o cubo de Yee conforme a Figura 2.2. Nota-se que as componentes de campo magnético estão localizadas no ponto de cálculo do rotacional das componentes de campo elétrico, e vice-versa. Como exemplo, o campo magnético H_z está localizado entre os campos elétricos E_x e E_y , resultando na equação 2.13

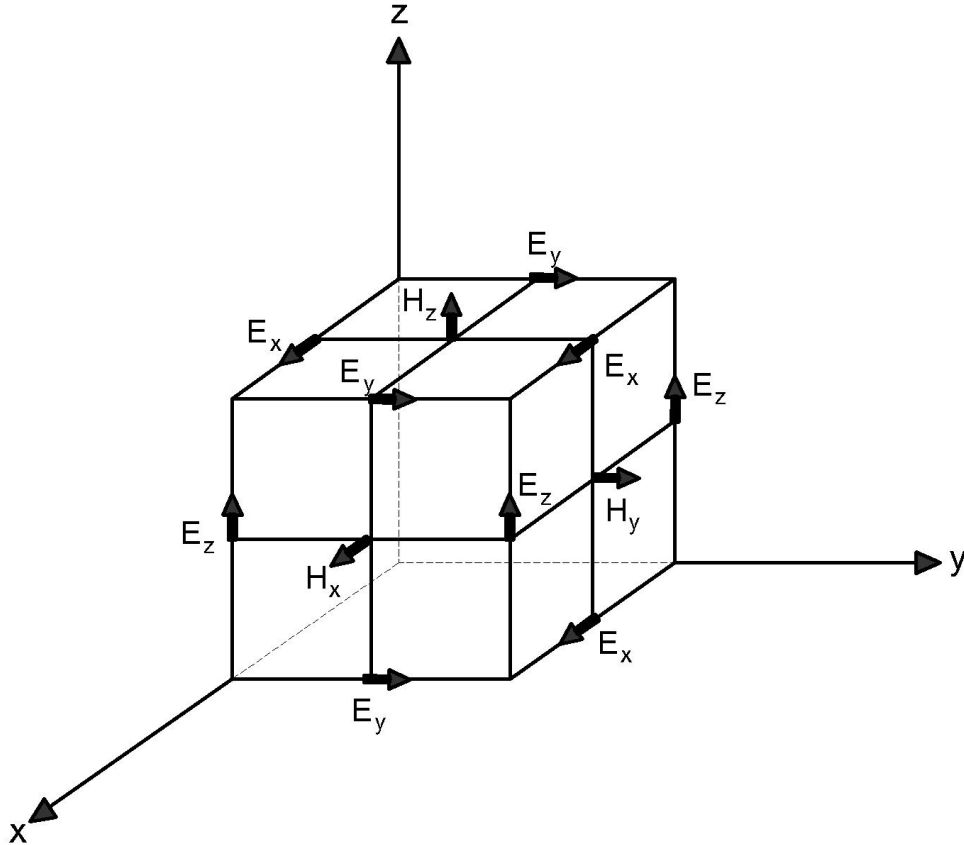


Figura 2.2: Cubo de Yee.

No método FDTD o espaço contínuo é substituído por uma malha discreta formada por um conjunto de células cúbicas. Dessa forma, um ponto no espaço pode ser representado por (i, j, k)

que são variáveis inteiras. Este ponto representa o ponto físico $(x, y, z) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z)$, logo, Δx , Δy e Δz são as dimensões das células nas direções x , y , z respectivamente. Assim, pode-se escrever uma função F na forma discreta como:

$$F^n(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) = F^n(i, j, k) = F_{i,j,k}^n. \quad (2.25)$$

Sendo n o passo de tempo definido. A derivada parcial da equação 2.25 pode ser aproximada por:

$$\frac{\partial F}{\partial t} \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(x, y, z, t_2) - F(x, y, z, t_1)}{\Delta t} \approx \frac{F(x, y, z, t_2) - F(x, y, z, t_1)}{\Delta t}, \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{F(x_2, y, z, t) - F(x_1, y, z, t)}{\Delta x} \approx \frac{F(x_2, y, z, t) - F(x_1, y, z, t)}{\Delta x}. \quad (2.27)$$

2.1.4 Equações FDTD-3D

A notação das diferenças finitas é aplicada para obter uma aproximação numérica das equações de Maxwell em três dimensões dadas por 2.11 e 2.14. Considerando a equação de componente de campo H_x :

$$\begin{aligned} \mu \frac{H_x^{n+1/2}(i, j+1/2, k+1/2) - H_x^{n-1/2}(i, j+1/2, k+1/2)}{\Delta t} = \\ \frac{E_y^n(i, j+1/2, k+1) - E_y^n(i, j+1/2, k)}{\Delta z} \\ - \frac{E_z^n(i, j+1, k+1/2) - E_z^n(i, j, k+1/2)}{\Delta z}, \end{aligned} \quad (2.28)$$

o mesmo procedimento pode ser feito para o campo elétrico da equação 2.14

$$\begin{aligned} \epsilon \frac{E_x^n(i+1/2, j, k) - E_x^{n-1}(i+1/2, j, k)}{\Delta t} = \\ \frac{H_z^{n-1/2}(i+1/2, j+1/2, k) - H_z^{n-1/2}(i+1/2, j-1/2, k)}{\Delta z} \\ - \frac{H_y^n(i+1/2, j+1/2, k+1/2) - H_y^n(i+1/2, j+1/2, k-1/2)}{\Delta z}, \end{aligned} \quad (2.29)$$

as equações 2.12, 2.13, 2.15 e 2.16 podem ser obtidas de forma análoga.

As equações 2.29 e 2.28 podem ser organizadas para facilitar a implementação computacional da seguinte maneira:

$$\begin{aligned}
H_x^{n+1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) &= H_x^{n-1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) \\
&+ \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} [E_y^n(i, j + 1/2, k + 1) - E_y^n(i, j + 1/2, k)] \\
&- \frac{\Delta t}{\mu \Delta y} [E_z^n(i, j + 1, k + 1/2) - E_z^n(i, j, k + 1/2)].
\end{aligned} \tag{2.30}$$

$$\begin{aligned}
E_x^n(i + 1/2, j, k) &= E_x^{n-1}(i + 1/2, j, k) \\
&+ \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta y} [H_z^{n-1/2}(i + 1/2, j + 1/2, k) - H_z^{n-1/2}(i + 1/2, j - 1/2, k)] \\
&- \frac{\Delta t}{\varepsilon \Delta z} [H_y^n(i + 1/2, j + 1/2, k + 1/2) - H_y^n(i + 1/2, j + 1/2, k - 1/2)],
\end{aligned} \tag{2.31}$$

A região de simulação pode ser especificada alterando a permissividade e a permeabilidade das equações 2.31 e 2.30 de acordo com o meio desejado. Assim, um problema constituído de diferentes materiais é dividido em regiões devido aos diferentes tipos de meios. Para cada meio é necessário um conjunto de equações com diferentes propriedades eletromagnéticas. A fim de facilitar a divisão das regiões, uma otimização na programação foi desenvolvida por [14] e [2]. Essa utiliza uma matriz de números inteiros para identificar os materiais previamente definidos. Para exemplificar, as propriedades dos materiais presentes nas equações 2.31 e 2.30 como permissividade, permeabilidade e condutividade, são definidas como um vetor de valores para cada meio. Dessa forma, o espaço computacional é definido como uma matriz de números e consequentemente utiliza-se o mesmo conjunto de equações para toda a região a ser estudada, diferindo apenas o valor dos coeficientes previamente calculados.

Os campos elétricos e magnéticos devem respeitar o posicionamento do cubo de Yee conforme a Figura 2.2, com os campos elétricos nas arestas e os campos magnéticos na face do cubo. Dessa forma, a célula é definida com o conjunto de equações $E_x^n(i + 1/2, j, k)$, $E_y^n(i, j + 1/2, k)$, $E_z^n(i, j, k + 1/2)$, $H_x^n(i, j + 1/2, k)$, $H_y^n(i + 1/2, j, k + 1/2)$ e $H_z^n(i + 1/2, j + 1/2, k)$.

Para associar as componentes de campo localizadas em uma célula e os índices de uma matriz a serem utilizados em programa de computador, deve-se seguir o padrão estabelecido pelos índices racionais de posicionamento de campo. Assim, as matrizes do programa E_x , E_y , E_z , H_x , H_y e H_z , são identificadas pelos índices inteiros I,J,K.

2.2 Estabilidade Numérica

Após a definição do espaço computacional e a dimensão das células do FDTD que devem seguir o critério $\Delta x < \lambda/10$, o passo de tempo Δt deve ser estabelecido respeitando o critério de Courant conforme a equação 2.32. Esse critério é estabelecido de forma que uma onda plana

que propaga pelas grades do FDTD não avance por mais de uma célula durante um mesmo passo de tempo.

$$\Delta t = \frac{1}{v} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2}}}, \quad (2.32)$$

sendo v a velocidade de propagação da onda eletromagnética no meio com maior dispersão, e Δx , Δy e Δz , são as dimensões das células nas direções $\hat{x}$, $\hat{y}$ e $\hat{z}$ respectivamente.

2.3 Impedância e Perda de Retorno

2.3.1 Impedância

A impedância de entrada de antenas de fios pode ser determinada utilizando a tensão e a corrente no ponto de excitação da fonte [2]. Esses valores são obtidos diretamente no *gap* por meio da solução da integral linha do campo elétrico e do campo magnético, lei de Faraday e Ampère, respectivamente.

A tensão é calculada conforme a equação 2.33, considerando que a excitação está na direção positiva de z na célula do FDTD, sendo a o ponto inicial da célula e b o final.

$$\begin{aligned} \phi_{ab} &= \int_a^b E_z dl, \\ \phi_a - \phi_b &= \int_a^b E_z dl, \\ 0 - \phi_b &= E_z \Delta z, \\ \phi_b &= -E_z \Delta z. \end{aligned} \quad (2.33)$$

A corrente é calculada de acordo a lei de Ampère

$$\begin{aligned} \oint_C H dl &= \iiint_S J ds + \varepsilon_0 \iint_S \frac{\partial E}{\partial t} ds, \\ I_z &= \Delta x (H_x(i, j - 1/2, k + 1/2) - H_x(i, j + 1/2, k + 1/2)) \\ &\quad + \Delta y (H_y(i + 1/2, j, k + 1/2) - H_y(i - 1/2, j, k + 1/2)). \end{aligned} \quad (2.34)$$

Após o cálculo da tensão e corrente no domínio do tempo, as mesmas devem ser transformadas para o domínio da frequência para que seja possível a análise da impedância. Dessa forma, esse parâmetro pode ser calculada através da equação 2.35

$$Z_{in}(\omega) = \frac{\phi(\omega)}{I(\omega)}. \quad (2.35)$$

2.3.2 Perda de Retorno

A perda de retorno (*return loss*) também conhecida como parâmetro S_{11} é a medida da potência efetiva entregue pela linha de transmissão à carga ou à antena. Ela é utilizada para a quantificação do descasamento de impedância entre a linha de transmissão e a carga. Assim, a perda de retorno para antenas de fios pode ser obtida conforme a 2.36 [15].

$$S_{11}(\omega) = \frac{Z_{in}(\omega) - Z_0}{Z_{in}(\omega) + Z_0}. \quad (2.36)$$

2.4 Modelagem da Fonte

2.4.1 Excitação de Antenas de Fio no FDTD

Quando o método do FDTD é utilizado para simular antenas, a energia eletromagnética deve ser adequadamente introduzida no espaço computacional de modo que seus os parâmetros sejam extraídos com precisão. Para antenas de fio, em geral, a excitação deve ser atribuída em um ponto da malha, seja sobre forma de campo elétrico ou magnético.

A forma de onda mais utilizada para introduzir a energia no FDTD é através do pulso Gaussiano porque ele permite fazer análise em faixas de frequências pré-definidas. Outra característica do pulso é que através da definição da sua largura e possível especificar essa faixa de frequências desejada.

2.4.2 Fonte *Hard*

A fonte *Hard* é definida por meio da modificação das equações do campo elétrico em um ponto do espaço no qual os campos $\mathbf{E}$ ou $\mathbf{H}$ são funções apenas do tempo, independente do valor do campo elétrico ou magnético atribuído às células adjacentes. Um exemplo desta fonte é o próprio pulso Gaussiano que pode ser introduzido diretamente como forma de onda em um campo elétrico. Segundo [2], a excitação com o pulso Gaussiano deve ser da forma:

$$V_{inc}(t) = -V_0 e^{-(t-t_0/\tau_p)^2/2}, \quad (2.37)$$

sendo τ_p o tempo característico do pulso gaussiano, t_0 o atraso imposto ao pulso para que ele inicie apenas quando todos os campos eletromagnéticos estiverem carregados e V_0 a amplitude do pulso.

Para excitar uma antena dipolo que está localizada no centro do espaço computacional (IF, JF, KF) , por exemplo, tem-se que:

$$E_z(IF, JF, KF) = -V_0 \frac{e^{-(t-t_0/\tau_p)^2/2}}{\Delta z}. \quad (2.38)$$

O problema da fonte *Hard* é que após o decaimento do pulso Gaussiano para zero, a corrente da célula da fonte continua oscilando por um tempo muito longo. Dessa forma, necessita-se de um grande número de passos de tempo para que a corrente chegue próximo de zero. Além disso, a fonte *Hard*, ao assumir o valor nulo em tempos longos, comporta-se como um curto-circuito do ponto de vista da tensão ou um condutor elétrico perfeito do ponto de vista do campo elétrico, causando reflexões indesejadas no ponto de excitação.

2.4.3 Fonte RVS

A fonte RVS (*Resistive Voltage Source*) é uma formulação analítica que altera o campo elétrico na região de excitação através do modelo de uma fonte de tensão ou corrente. Para o caso da antena de fio, esta alteração é realizada no *gap*. Por apresentar um resistor em série com a fonte de tensão, a RVS tem por característica absorver as ondas eletromagnéticas que retornam para o *gap*. As reflexões das ondas podem causar problemas nos resultados devido à interferência destrutiva ou construtiva dos campos incidentes e refletidos. A Figura 2.3 ilustra a fonte RVS representada como fonte de tensão em que V_s é a tensão de alimentação definida como o pulso Gaussiano e Z_s é a impedância da fonte. A tensão no *gap* é denominada de V_{in} .

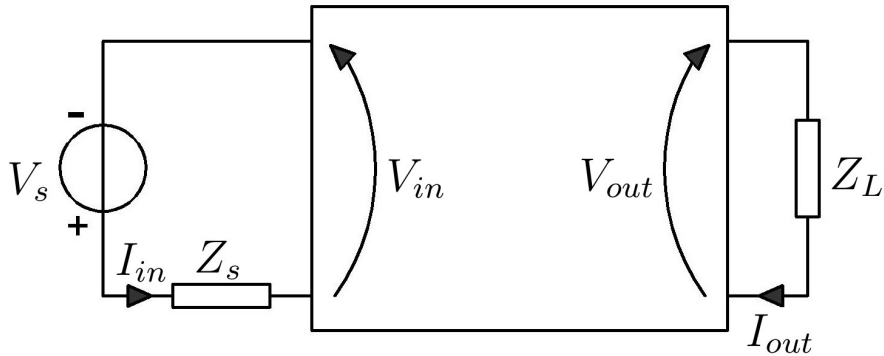


Figura 2.3: Circuito de uma fonte de tensão RVS.

A Figura 2.4 apresenta as correntes em um dipolo com comprimento $0,305\text{ m}$ discretização com células cúbicas $\Delta = 0,305/41$ e raio $r = 0,40\Delta$. As linhas vermelha e azul representam a

atenuação das correntes no *gap* da antena que foi excitada pela fontes *Hard* e RVS respectivamente. Nota-se que, quando a antena é excitada pelas fonte RVS, a corrente no *gap* apresenta uma maior atenuação em um tempo reduzido devido ao resistor conectado a fonte de alimentação. Mesmo com um número de passos de tempo relativamente pequeno, em 1200, a fonte RVS apresenta uma amplitude de corrente bem pequena comparada com a fonte *Hard*.

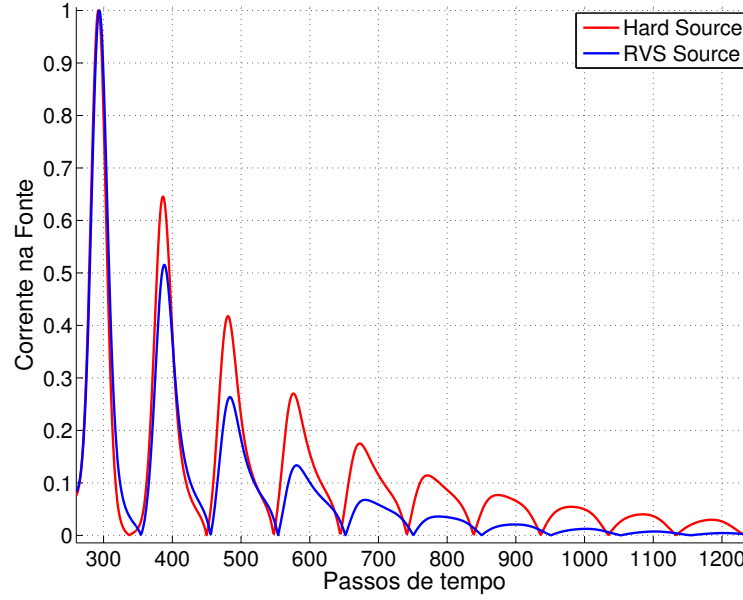


Figura 2.4: Comparação entre fonte *Hard* e RVS.

A equação final para a fonte RVS para implementação no FDTD é apresentada na equação 2.39

$$\begin{aligned}
 E_z^{n+1}(i, j, k + 1/2) &= \frac{1 - \xi}{1 + \xi} E_z^n(i, j, k + 1/2) - \frac{\frac{\Delta t}{\epsilon_0}}{1 + \xi} \\
 &\times \left[\frac{H_x^{n+1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) - H_x^{n+1/2}(i, j - 1/2, k + 1/2)}{\Delta_y} \right] \\
 &+ \left[\frac{-H_y^{n+1/2}(i + 1/2, j, k + 1/2) + H_y^{n+1/2}(i - 1/2, j, k + 1/2)}{\Delta_x} \right] \\
 &\quad - \frac{\frac{\Delta t}{R_s \epsilon_0 \Delta x \Delta y}}{1 + \xi} V_s^n + 1.
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

2.4.4 Modelagem do *Gap* para Antenas de Fios

A definição da excitação através da imposição de campos no *gap* pode tornar o cálculo da impedância ou perda de retorno imprecisos, pois a dimensão do *gap* sofrerá alterações quando a

dimensão da célula do FDTD for alterada. Tendo em vista que fisicamente a região de excitação deve ter uma distância muito pequena entre as hastes da antena, tal fato não é reproduzido virtualmente ao defini-lo como a dimensão da célula [16]. Assim, para contornar esse problema, deve-se utilizar a abordagem [16] a qual tem como objetivo deixar o *gap* independente da dimensão da célula.

Considerando um dipolo orientado na direção $\hat{z}$, os campos magnéticos ao redor da fonte podem ser determinados utilizando as equações padrão do FDTD, como a equação para a componente H_x , equação 2.40

$$\begin{aligned} H_x^{n+1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) &= H_x^{n-1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) \\ &+ \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta z} [E_y^n(i, j + 1/2, k + 1) - E_y^n(i, j + 1/2, k)] \\ &- \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta y} [E_z^n(i, j + 1, k + 1/2) - E_z^n(i, j, k + 1/2)], \end{aligned} \quad (2.40)$$

sendo $E_z^n(i, j, k + 1/2) = -V/\Delta z$.

Para retirar a dependência do *gap* da dimensão da célula, as equações padrão ao redor da fonte devem ser alteradas segundo [16] resultando na equação 2.41

$$\begin{aligned} H_x^{n+1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) &= H_x^{n-1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) \\ &+ \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta z} [E_y^n(i, j + 1/2, k + 1) - E_y^n(i, j + 1/2, k)] \\ &- \frac{2}{\ln(\Delta y/r_0)} \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta y} [E_z^n(i, j + 1, k + 1/2) - E_z^n(i, j, k + 1/2)], \end{aligned} \quad (2.41)$$

em que r_0 é o raio do fio. Para componentes y e z de campo magnético as equações são obtidas de maneira similar.

A Figura 3.1 ilustra o efeito das alterações realizadas nas equações dos campos magnéticos ao redor da fonte.

2.5 Modelos Sub-celulares do Fio Fino

O modelo sub-celular do fio fino é empregado em simulações em que deseja-se um fio com um raio efetivo a partir de um fio com raio infinitesimal, ou seja, apenas uma componente de campo elétrico na célula de Yee é definida condutor elétrico. Assim, é determina-se um fio filamentar. Existem duas principais abordagens que simulam o raio efetivo.

A primeira é a abordagem de Taflove [2] que altera as equações integrais de Maxwell ao redor do fio, ou seja, as componentes de campo elétrico e magnético variam $1/r$ a fim de emular

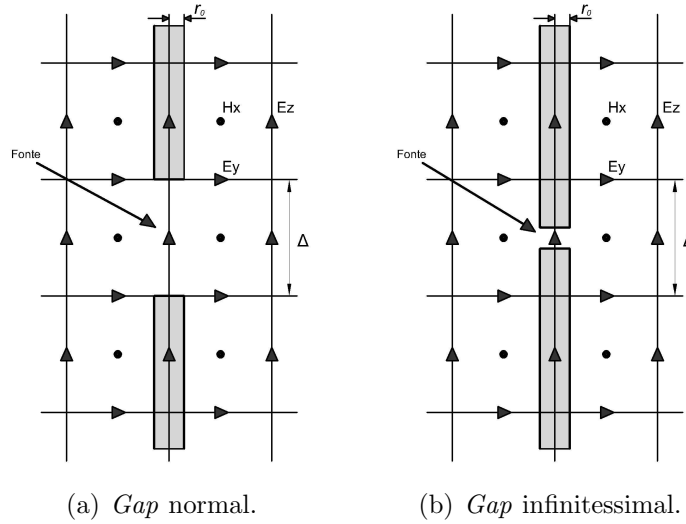


Figura 2.5: *Gap* de um dipolo antes e após à aplicação da rotina do *gap* infinitesimal.

um fio com esse raio. Os campos próximos a esse apresentam uma dependência espacial do raio especificado. A segunda abordagem é a de Holland [4] em que o fio é separado do volume tridimensional, ou seja, os campos eletromagnéticos são descritos em função da corrente e carga através da adição de duas equações auxiliares para que a carga e corrente se propaguem ao longo de toda a sua extensão. Assim, a partir da lei de campo estático é deduzida uma indutância de célula para associar a corrente e o campo elétrico médio que contorna o fio.

2.5.1 Modelo Integral do Caminho do Contorno

A Figura 2.6 apresenta um condutor circular de raio r_0 orientado de $-z$ a $+z$ com o centro fixo $E_z(i, j, k)$. O raio escolhido deve ter a seção menor que $0,5\Delta x$ [14], [2].

Considerando $x > 0$ na Figura 2.6, assume-se que o campo magnético e os campos elétricos decairão $1/r$ conforme as equações 2.42, 2.43 e 2.43. O campo elétrico é $E_z = 0$ ao longo do fio e $E_z(i + 1, j, k)$ é uniforme ao longo do contorno, ou seja, não varia com o raio do fio [14].

$$H_y(r, j, k) \approx H_y(i, j, k) \frac{\Delta x}{2r}, \quad (2.42)$$

$$E_x(r, j, k) \approx E_x(i, j, k) \frac{\Delta x}{2r}, \quad (2.43)$$

$$E_x(r, j, k) \approx E_x(i, j, k + 1) \frac{\Delta x}{2r}. \quad (2.44)$$

A equação de Maxwell na forma integral é descrita conforme a equação 2.45. Aplicando-a no contorno da Figura 2.6 com os campos eletromagnéticos variando $1/r$ conforme as equações 2.42, 2.43 e 2.44, resulta em 2.46.

$$\int \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\mu \Delta z \frac{\partial}{\partial t} \iint \mathbf{H} d\mathbf{s}, \quad (2.45)$$

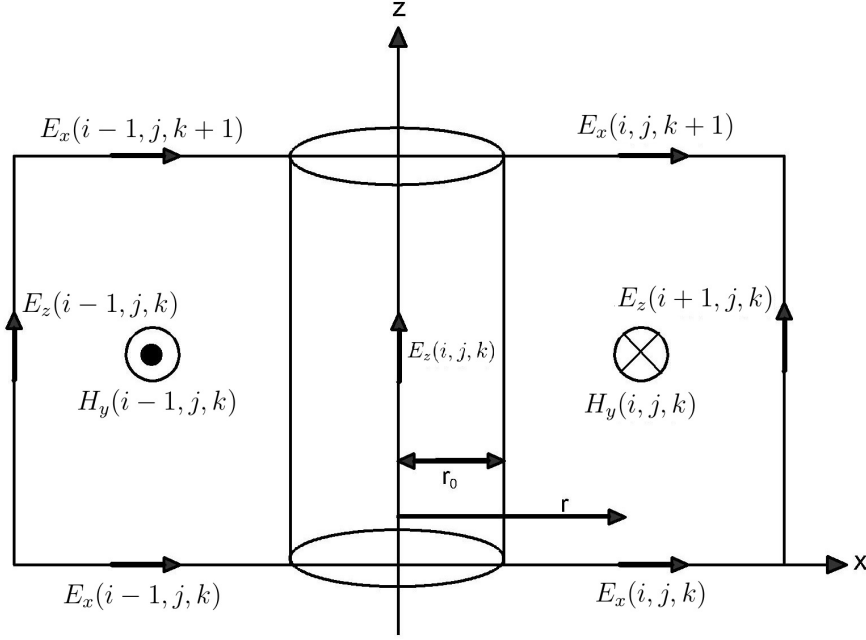


Figura 2.6: Geometria para o modelo sub-celular da integral do caminho do contorno.

$$\begin{aligned} & 0 + \int_{r_0}^{\Delta x} E_x(i, j, k+1) \frac{\Delta x}{2} \frac{dr}{r} - E_z(i+1, j, k) \Delta z \\ & - \int_{r_0}^{\Delta x} E_x(i, j, k) \frac{\Delta x}{2} \frac{dr}{r} = -\mu \Delta z \frac{\partial}{\partial t} \int_{r_0}^{\Delta x} H_y(i, j, k) \frac{\Delta x}{2} \frac{dr}{r}. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Após avaliar a integral as aproximações por diferenças finitas, a equação é reduzida para:

$$\begin{aligned} H_y^{n+1/2}(i, j, k) &= H_y^{n-1/2}(i, j, k) \\ &+ \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta z} [E_x^n(i, j, k) - E_x^n(i, j, k+1)] \\ &- \frac{2}{\ln(\Delta y / r_0)} \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta y} [E_z^n(i+1, j, k) - E_z^n(i, j, k)]. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Considerando que o fio está ao longo de $\hat{\mathbf{z}}$, a componente de campo elétrico $E_z^n(i, j, k)$ é nula resultando na equação final:

$$\begin{aligned}
H_y^{n+1/2}(i, j, k) &= H_y^{n-1/2}(i, j, k) \\
&+ \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta z} [E_x^n(i, j, k) - E_x^n(i, j, k+1)] \\
&- \frac{2}{\ln(\Delta y/r_0)} \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta y} [E_z^n(i+1, j, k)].
\end{aligned} \tag{2.48}$$

2.5.2 Modelo proposto por Holland

A abordagem do modelo sub-celular do fio fino segundo Holland, descreve os campos eletromagnéticos em função da corrente e carga que passam pelo fio através da adição de duas equações auxiliares junto às equações de atualização do FDTD. A indutância da célula é calculada em função da seção transversal da célula e do raio efetivo especificado e, posteriormente, associada à corrente e ao campo elétrico médio que contorna o fio. Este campo elétrico médio foi proposto por Holland para considerar o campo que se propaga paralelamente à superfície do fio.

A dedução do formalismo de Holland começa com a separação dos campos eletromagnéticos espalhados e incidentes.

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^s + \mathbf{E}^i, \tag{2.49}$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}^s + \mathbf{H}^i. \tag{2.50}$$

Considerando que as equações de Maxwell estão escritas em coordenadas polares com θ representado na Figura 2.7 têm-se:

$$\frac{\partial E_z^s}{\partial z} + \frac{\partial E_z^i}{\partial z} - \frac{\partial E_\theta^s}{\partial r} - \frac{\partial E_\theta^i}{\partial r} = -\mu_o \left(\frac{\partial H_\theta^s}{\partial t} + \frac{\partial H_\theta^i}{\partial t} \right), \tag{2.51}$$

considerando que em $r = a$, a condição de contorno é:

$$E_z^s + E_z^i = 0. \tag{2.52}$$

Assim, integrando a equação 2.51 para algum raio $r > a$:

$$E_z^s(r) + E_z^i(r) = \mu_o \frac{\partial}{\partial t} \int_a^r (H_\theta^s + H_\theta^i) d\rho + \frac{\partial}{\partial z} \int_a^r (E_r^s + E_r^i) d\rho. \tag{2.53}$$

Supõe-se, na equação 2.53, que o raio de interesse e a dimensão da célula são pequenos comparados com o comprimento de onda especificado. Os campos médios ao longo de θ podem ser escritos como:

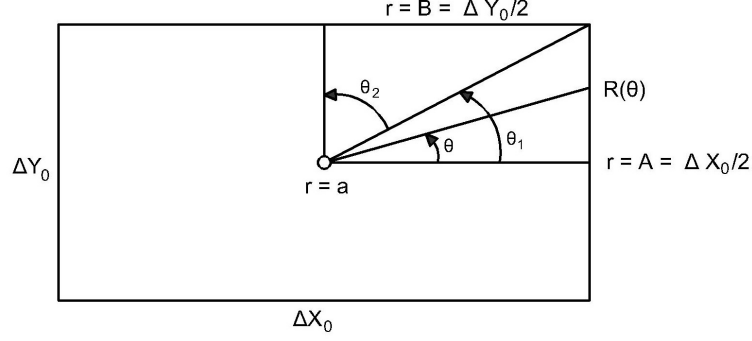


Figura 2.7: Corte em seção de uma célula com um fio orientado em z.

$$H_{\theta}^s + H_{\theta}^i = \frac{I^s + I^i}{2\pi r}, \quad (2.54)$$

$$E_r^s + E_r^i = \frac{Q^s}{2\pi r \epsilon_0}, \quad (2.55)$$

sendo I a corrente sobre o fio e Q a carga por unidade de comprimento do fio. Fazendo a substituição das equações 2.54 e 2.55 na equação 2.53 resulta:

$$E_z^s(r) + E_z^i(r) = \frac{\partial(I^s + I^i)}{\partial t} \cdot \mu_0 \frac{\ln(r/a)}{2\pi} + \frac{\partial Q^s}{\partial z} \cdot \frac{\ln(r/a)}{2\pi \epsilon_0}. \quad (2.56)$$

A equação 2.56 é a resultante do campo elétrico ao redor do fio. As incógnitas $\mathbf{E}^s$, $\mathbf{H}^s$, $\mathbf{Q}^s$ e $\mathbf{I}^s$ são calculadas por meio das equações do FDTD em coordenadas polares.

2.6 Fronteira Absorvente CPML

Um dos desafios do método FDTD é garantir a precisão e a eficiência nas simulações eletromagnéticas. Assim, para tais problemas, uma condição de contorno absorvente deve ser considerada nas bordas da malha do FDTD para simular a extensão do espaço infinito, caso contrário, os limites do espaço de simulação são nulos e o algoritmo FDTD entenderá essa fronteira como um condutor elétrico perfeito.

O tipo de fronteira absorvente mais utilizada no FDTD é a PML (*Perfectly Matched Layer*) [17], devido a sua superioridade na absorção dos campos em relação as outras. A CPML é uma condição de fronteira, generalizada, considerada uma extensão da PML e tem a vantagem de acomodar melhor os coeficiente tensor métricos, otimizando a absorção das ondas evanescentes que variam lentamente. Dessa forma, a fronteira absorvente pode ser especificada em uma distância menor da antena. A formulação da CPML é mais precisa, eficiente e adequada para aplicações de materiais generalizados [2].

Para implementar a CPML em um espaço tridimensional parte-se da relação da equação 2.57, sendo F^{-1} a transformada inversa de Fourier e o s_w é o tensor deslocado no plano complexo de frequências, CFS (*complex frequency shift*) como definidos para a PML.

$$\bar{s}_w = \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{1}{s_w(\omega)} \right], \quad w = x, y, z. \quad (2.57)$$

A equação 2.58 pode ser expressa pela lei de Ampère sendo que o $*$ indica o sinal de convolução. Os tensores de deslocamentos são dados segundo a equação 2.59, em que $k_w \geq 1$, $\sigma_w = 0$ e $a_w \geq 0$ [2].

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = & \hat{\mathbf{x}} \left(\bar{s}_y * \frac{\partial}{\partial y} H_z - \bar{s}_z * \frac{\partial}{\partial z} H_y \right) \\ & \hat{\mathbf{y}} \left(\bar{s}_z * \frac{\partial}{\partial z} H_x - \bar{s}_x * \frac{\partial}{\partial x} H_z \right) \\ & \hat{\mathbf{z}} \left(\bar{s}_x * \frac{\partial}{\partial x} H_y - \bar{s}_y * \frac{\partial}{\partial y} H_x \right), \end{aligned} \quad (2.58)$$

$$s_w(t) = k_w + \frac{\sigma_w}{a_w + j\omega\epsilon_0}. \quad (2.59)$$

Fazendo a substituição da equação 2.59 em 2.57 encontra-se a equação 2.60.

$$\bar{s}_w = \mathcal{F}^{-1} \left[\frac{1}{k_w + \frac{\sigma_w}{a_w + j\omega\epsilon_0}} \right], \quad (2.60)$$

aplicando as propriedades da transformada inversa de Fourier resulta na equação 2.61.

$$\bar{s}_w(t) = \frac{\delta(t)}{k_w} + \zeta_w(t), \quad (2.61)$$

em que $u(t)$ é a função degrau unitário e $\delta(t)$ é a função impulso. Fazendo a substituição da equação 2.59 em 2.58 tem-se que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = & \hat{\mathbf{x}} \left(\frac{1}{k_y} \frac{\partial}{\partial y} H_z - \frac{1}{k_z} \frac{\partial}{\partial z} H_y + \zeta_y * \frac{\partial}{\partial y} H_z - \zeta_z * \frac{\partial}{\partial z} H_y \right) \\ & + \hat{\mathbf{y}} \left(\frac{1}{k_z} \frac{\partial}{\partial z} H_x - \frac{1}{k_x} \frac{\partial}{\partial x} H_z + \zeta_z * \frac{\partial}{\partial z} H_x - \zeta_x * \frac{\partial}{\partial x} H_z \right) \\ & + \hat{\mathbf{z}} \left(\frac{1}{k_x} \frac{\partial}{\partial x} H_y - \frac{1}{k_y} \frac{\partial}{\partial y} H_x + \zeta_x * \frac{\partial}{\partial x} H_y - \zeta_y * \frac{\partial}{\partial y} H_x \right), \end{aligned} \quad (2.62)$$

de maneira similar pode-se deduzir a expressão para a densidade de fluxo magnético

$$\begin{aligned}
-\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = & \hat{\mathbf{x}} \left(\frac{1}{k_y} \frac{\partial}{\partial y} E_z - \frac{1}{k_z} \frac{\partial}{\partial z} E_y + \zeta_y * \frac{\partial}{\partial y} E_z - \zeta_z * \frac{\partial}{\partial z} E_y \right) \\
& + \hat{\mathbf{y}} \left(\frac{1}{k_z} \frac{\partial}{\partial z} E_x - \frac{1}{k_x} \frac{\partial}{\partial x} E_z + \zeta_z * \frac{\partial}{\partial z} E_x - \zeta_x * \frac{\partial}{\partial x} E_z \right) \\
& + \hat{\mathbf{z}} \left(\frac{1}{k_x} \frac{\partial}{\partial x} E_y - \frac{1}{k_y} \frac{\partial}{\partial y} E_x + \zeta_x * \frac{\partial}{\partial x} E_y - \zeta_y * \frac{\partial}{\partial y} E_x \right).
\end{aligned} \tag{2.63}$$

As equações de atualização dos campos eletromagnéticos da CPML são obtidas a partir das equações 2.62 e 2.63. Dessa forma após a dedução da resposta discreta ao impulso, e algumas manipulações chega-se ao campo elétrico na direção x .

$$\begin{aligned}
E_x(i, j, k) = & C_a(i + 1/2, j, k) E_x(i, j, k) + C_b(i + 1/2, j, k) \\
& \frac{H_z(i + 1/2, j + 1/2, k) - H_z(i + 1/2, j - 1/2, k)}{K_y \Delta_y} \\
& - \frac{H_y(i + 1/2, j, k + 1/2) - H_y(i + 1/2, j, k - 1/2)}{K_z \Delta_z} \\
& + \Psi_{E_{x,y}}(i + 1/2, j, k) - \Psi_{E_{x,z}}(i + 1/2, j, k),
\end{aligned} \tag{2.64}$$

sendo que os coeficientes C_a e C_b são representados por

$$C_a(i + 1/2, j, k) = \frac{\left(1 - \frac{\sigma_{i+1/2,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i+1/2,j,k}} \right)}{\left(1 + \frac{\sigma_{i+1/2,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i+1/2,j,k}} \right)}, \tag{2.65}$$

$$C_b(i + 1/2, j, k) = \frac{\left(\frac{\Delta t}{\varepsilon_{i+1/2,j,k}} \right)}{\left(1 + \frac{\sigma_{i+1/2,j,k} \Delta t}{2\varepsilon_{i+1/2,j,k}} \right)}, \tag{2.66}$$

o coeficiente de convolução discreta $\Psi_{w,v}(n)$ são calculados da seguinte maneira

$$\Psi_{w,v}(n) = b_w \Psi_{w,v}(n - 1) + c_w \frac{\partial}{\partial w} H_v(n). \tag{2.67}$$

Os campos elétricos nas direções y e z podem ser obtidos de maneira similar.

Equações do Fio Fino para Antenas não Uniformes na Malha do FDTD

Este capítulo aborda várias questões relacionadas de forma direta e indireta no tratamento das quinas no FDTD. O efeito escada formado pela malha do FDTD causa uma imprecisão no cálculo das características das antenas simuladas. Esse efeito escada faz com que a antena apresente uma dimensão maior do que o real, reduz a velocidade de propagação da onda eletromagnética no fio da antena e faz com que cargas acumulem nas quinas dos fios, visto que os modelos sub-celulares não consideram esse acúmulo de carga nas quinas dos fios das antenas.

O manual *Numerical Electromagnetics Code* (NEC) [1] apresenta as equações integrais de campo elétrico (EFIE) para modelar a resposta eletromagnética de estruturas de fios finos. A integral para a solução do EFIE para avaliar o campo elétrico deve ser aproximada pela equação estendida de *Kernel* para uma melhor precisão. Ao modelar fios curvos utilizando essa aproximação é necessário um tratamento especial dos campos elétricos na junção dos fios. Esse tratamento é necessário porque a corrente tubular assumida pelas equações do fio fino de *Kernel* não pode ser contínua em uma circunferência completa em torno de um fio. Dessa forma, suspeitou-se que haveria a necessidade de modelar as cargas nas quinas dos fios. Essa carga surge devido ao fluxo de corrente nas bordas dos fios.

3.1 Aprimoramento do Modelo do Fio Fino

O modelo da integral do caminho do contorno foi descrito na seção 2.5.1 bem como suas equações que circunscrevem o fio. O aprimoramento do fio fino pode ser resumido em duas melhorias no modelo citado. A primeira é a projeção dos campos eletromagnéticos na aresta e na superfície do cubo de Yee e a segunda é a modelagem das cargas acumuladas no topo do fio [5]. Ambos são explicados nas seções seguintes.

3.1.1 Projeções dos Campos Eletromagnéticos

Campo Magnético

O modelo de aprimoramento dos campos por meio de projeções destes é baseado na formulação da integral do caminho do contorno, em que a integral das leis de Ampère e Faraday são aplicadas localmente em cada célula de Yee. A lei de Ampère no espaço livre é dada por:

$$\int_{S_d} \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S}_d = \oint_{C_d} \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l}_d, \quad (3.1)$$

sendo S_d a superfície da face da célula delimitada pelo contorno C_d formado pelo contorno dos cantos das células. Similarmente a lei de Faraday no espaço livre é dada por

$$-\int_{S_p} \frac{\partial}{\partial t} \mu_0 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{S}_p = \oint_{C_p} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}_p, \quad (3.2)$$

em que S_p é a superfície da face da célula contornada por C_p formado pelo contorno dos cantos da célula.

Para maior compreensão das projeções dos campos eletromagnéticos, considere a Figura 2.6. O *looping* do campo magnético e os campos elétricos radiais decaem em uma razão de $1/r$, em que r é a distância radial do eixo do fio. Assim, para uma atualização do campo magnético $H_y(i, j, k)$ no espaço livre, tem-se:

$$\begin{aligned} H_y^{n+1/2}(i, j, k) = H_y^{n-1/2}(i, j, k) &+ \frac{\Delta t}{\mu_0 \Delta z} [E_x^n(i, j, k) - E_x^n(i, j, k+1)] \\ &- \frac{2}{\ln(\Delta y/r_0)} \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta y} [E_z^n(i+1, j, k)], \end{aligned} \quad (3.3)$$

em que $H_y(i, j, k)$ na equação 3.3 representa o campo magnético tangencial em torno do fio como mostra a Figura 3.1(a). A atualização do campo magnético padrão na equação 3.3 contradiz o princípio que os campos eletromagnéticos no FDTD devem representar o campo médio ao longo da célula. Assim, $H_y(i, j, k)$ deve representar uma componente de campo magnético médio ao longo de uma célula no FDTD. Com o intuito de evitar essa inconsistência, as componentes dos campos magnéticos são projetadas nas bordas da célula antes de usar as equações padrões do fio fino.

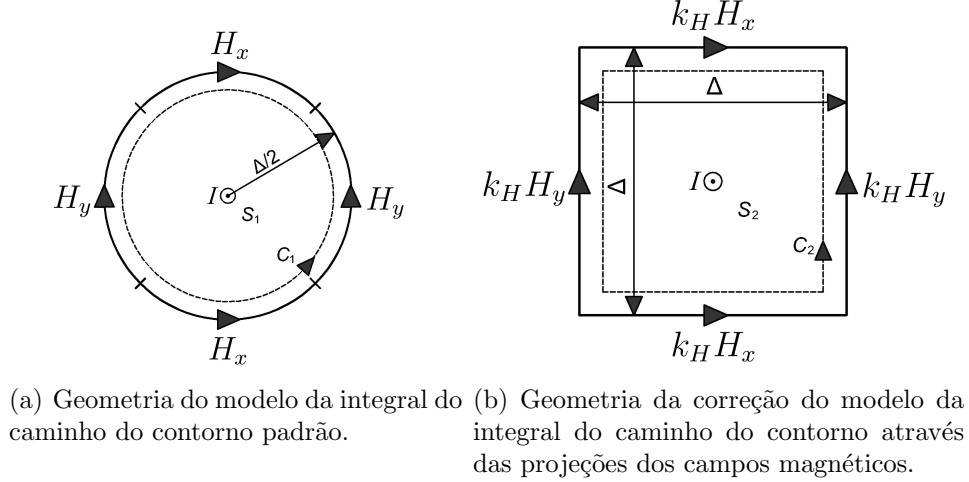


Figura 3.1: Projeção do campo eletromagnético na borda da célula.

Com a finalidade de projetar qualquer componente de campo magnéticos H na borda da célula como mostrado na figura 3.1(b), o ponto de partida deve ser a lei de Ampère. Realizando a integral do contorno da superfície 3.1(a) e igualando a integral da superfície 3.1(b) tem-se:

$$I = \oint_{C_1} \mathbf{H} d\mathbf{l}_1 = \oint_{C_2} \mathbf{H} d\mathbf{l}_2. \quad (3.4)$$

Para o caso em que o cubo de Yee é simétrico, ou seja, $\Delta = \Delta x = \Delta y = \Delta z$, o fator de projeção k_H é determinado pelo comprimento relativo da integral de contorno C_1 e C_2

$$k_H = \frac{\oint_{C_1} \mathbf{H} d\mathbf{l}_1}{\oint_{C_2} \mathbf{H} d\mathbf{l}_2} = \frac{\pi}{4}. \quad (3.5)$$

Na hipótese em que a célula não possui a mesma discretização para todas as componentes, os coeficientes das projeções são calculados de outra maneira. Com isso, defini-se um fator de escala para cada segmento de modo que a integral de linha de $\mathbf{H}$ ao longo de cada segmento circular permaneça igual à integral de linha de $\mathbf{H}$ ao longo da respectiva borda de célula cartesiana.

$$k_{H,i} = \oint_{C_{1i}} \mathbf{H} d\mathbf{l}_1 / \oint_{C_{2i}} \mathbf{H} d\mathbf{l}_2. \quad (3.6)$$

Dessa forma, os coeficientes de projeções dos campos magnéticos são usados nas equações padrão de atualização do FDTD do campo elétrico. Como por exemplo, considere o campo elétrico $E_x(i, j, k)$ da Figura 2.6. Após aplicar os coeficientes de projeção calculados na formulação padrão tem-se:

$$E_x^{n+1}(i, j, k) = E_x^n(i, j, k) - \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta z} [k_H H_y^{n+1/2}(i, j, k) - k_H H_y^{n+1/2}(i, j, k-1)] \\ + \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta y} [H_z^{n+1/2}(i, j+1, k) - H_z^{n+1/2}(i, j, k)]. \quad (3.7)$$

Campo Elétrico

As componentes de campo elétrico computados a partir das equações do modelo sub-celular do fio fino, equação 3.7, são projetados na superfície do cilindro célula do FDTD conforme a Figura 3.2. Para obter o valor do campo elétrico na superfície do cilindro, que varia na razão de $1/r$ do eixo axial, a componente de campo elétrico é projetada da face da célula $S1$ para a face do cilindro $S2$. O coeficiente de projeção do campo elétrico é calculado por meio da razão das áreas de $S1$ para $S2$ como segue:

$$k_E = \frac{\int_{S1} d\mathbf{s}_1}{\int_{S2} d\mathbf{s}_2}. \quad (3.8)$$

Considerando que o fio está orientado em $-z$ a $+z$, Δz sempre é igual nas superfícies $S1$ e $S2$. Dessa forma, o coeficiente de projeção é determinado pelas dimensões da seção transversal da célula.

$$k_{Ex} = [(\Delta x / \Delta y) \cdot \tan^{-1}(\Delta y / \Delta x)]^{-1}, \quad (3.9)$$

$$k_{Ey} = [(\Delta y / \Delta x) \cdot \tan^{-1}(\Delta x / \Delta y)]^{-1}, \quad (3.10)$$

no qual se reduz a $4/\pi$ quando $\Delta x = \Delta y$.

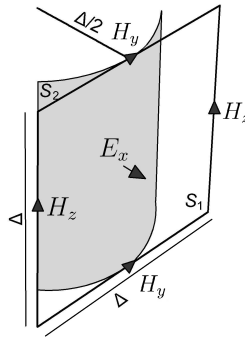


Figura 3.2: Projeções dos campos elétrico na face do cilindro.

3.1.2 Tratamento do Acúmulo de Carga no fim da Antena

O princípio do modelo que considera o acúmulo de carga no topo do fio é baseado no modelo usado pelo MoM [1]. Considerando um dipolo de meia onda em um espaço livre, a corrente é zero sobre o fim da antena se o raio do fio for muito fino. Contudo, se o fio possuir um raio finito uma corrente pequena irá fluir para o topo da antena, e como resultado uma carga no fim da antena.

A aproximação utilizada para modelar a carga no topo da antena foi a de uma linha de carga distribuída ao longo da superfície, porque esta resulta em uma expressão mais compacta para o campo elétrico. A conservação de carga requerida para o fim da antena é [12]

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} da = \frac{d}{dt} \int_C \rho dl, \quad (3.11)$$

sendo $\mathbf{J}$ a densidade de corrente no fim do fio e ρ é a densidade de carga da linha sobre o topo do fio dado por:

$$\rho = \frac{\Delta q}{2\pi a}, \quad (3.12)$$

Assumindo uma distribuição estática dos campos, o potencial ϕ devido ρ é dado pela lei de Coulomb [12].

$$\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_C \frac{\rho}{R} dl, \quad (3.13)$$

em que R é a distância entre a linha de carga distribuída em $\mathbf{C}$ até o observador, conforme Figura 3.3. Assim, o campo elétrico devido ao acúmulo de carga no topo da antena pode ser calculado a partir do potencial elétrico.

$$\mathbf{E} = -\nabla\phi. \quad (3.14)$$

São necessárias algumas aproximações para implementar o modelo que trata o acúmulo de carga no fim da antena de fio. Considerando que a antena está disposta na direção $-z$ para $+z$ e o seu topo está representado na figura 3.3, nota-se que o valor da corrente não está disponível no fim da antena no FDTD, mas sim uma célula abaixo do topo da antena. Dessa forma, a corrente precisa percorrer meia célula para chegar ao topo. Contudo, esse retardo não causa efeitos significativos para os resultados [5]. Assumindo que a corrente é constante para cada duração de passo de tempo Δt , a carga pode ser calculada por:

$$\Delta q = -I|_{k_{top}-1/2}^{n+1/2} \Delta t, \quad (3.15)$$

sendo que a corrente I é computada através da lei de Ampère dos campos magnéticos que estão meia célula abaixo do fim do fio.

Pela lei de Coulomb, o potencial elétrico devido uma linha de carga é computado da seguinte forma:

$$\phi(r, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{2\pi} \frac{\rho}{R} a d\theta, \quad (3.16)$$

sendo a o raio do fio e R é a distância da linha de carga distribuída até o observador. Observando a figura 3.3, R pode ser determinado através da lei dos cossenos descrito nas equações de 3.17 a 3.19.

$$R'^2 = a^2 + r^2 - 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos(\theta), \quad (3.17)$$

$$R = \sqrt{R'^2 + z^2}, \quad (3.18)$$

$$R = \sqrt{r^2 + a^2 - 2 \cdot r \cdot a \cdot \cos(\theta) + z^2}, \quad (3.19)$$

sendo r a distância do eixo axial até o observador, z a distância do fim do fio até o observador, a o raio do fio e θ o ângulo do plano r conforme a Figura 3.3.

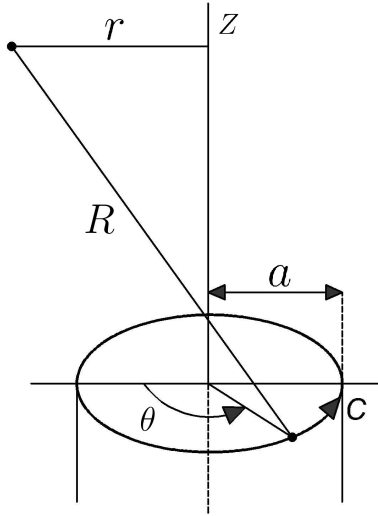


Figura 3.3: Geometria para avaliar os campos eletromagnéticos devido ao acúmulo de carga no fim do fio.

O potencial elétrico pode ser estendido resolvendo a integral 3.16 que resulta em:

$$\phi(r, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta q}{2\pi a} \frac{4aK_l(k)}{\sqrt{(r+a)^2 + z^2}} \quad (3.20)$$

sendo Δq a carga computada meia célula abaixo do topo da antena conforme a equação 3.15, Kl é a integral elíptica completa de primeiro tipo

$$K_l = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2(\theta)}}, \quad (3.21)$$

e k é a excentricidade da elipse dada por:

$$k = \frac{2\sqrt{ar}}{\sqrt{(r+a)^2 + z^2}}. \quad (3.22)$$

O campo elétrico proveniente da carga acumulada no fim da antena pode ser calculado a partir da equação 3.14. Porém, no FDTD, o campo elétrico precisa ser separado em componentes axial e radial, como demonstra as equações 3.23 e 3.24

$$E_{z,q}(r, z) = -\frac{\partial \phi(r, z)}{\partial z}, \quad (3.23)$$

$$E_{r,q}(r, z) = -\frac{\partial \phi(r, z)}{\partial r}. \quad (3.24)$$

Resolvendo a derivada parcial da equação 3.23

$$E_{z,q}(r, z) = \frac{\Delta q}{4\pi\epsilon_0} \frac{zE_l(k)}{2\pi((r-a)^2 + z^2)\sqrt{(r+a)^2 + z^2}}, \quad (3.25)$$

sendo E_l a integral elíptica completa de segundo tipo dada por:

$$E_l = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2(\theta)} \quad (3.26)$$

Resolvendo a derivada parcial da equação 3.24 têm-se:

$$E_{r,q}(r, z) = \frac{\Delta q}{4\pi\epsilon_0} \frac{((r-a)^2 + z^2)Kl(k) - (-r^2 + a^2 + z^2)E_l(k)}{\pi((r-a)^2 + z^2)\sqrt{(r+a)^2 + z^2}}, \quad (3.27)$$

considerando que K_l é a integrais elípticas completas de segundo tipo.

No FDTD, os campos médios de uma superfície do cubo de Yee representam o valor de campos médios através dessa superfície. Dessa forma, o mesmo precisa ser feito para as componentes de campo elétrico devido à carga do topo da antena. Assim, é importante ressaltar que é de extrema importância no FDTD que cada componente de campo represente o valor médio

desse campo através da face de uma célula.

O campo elétrico axial que está $\Delta z/2$ acima do fim do fio deve ser o campo médio sobre uma superfície que varia de $-\Delta x/2$ a $\Delta x/2$ e $-\Delta y/2$ a $\Delta y/2$. Assim, fazendo uma média nesses intervalos obtêm-se:

$$E_{z,q}^{Med} = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \int_{-\Delta y/2}^{\Delta y/2} \int_{-\Delta x/2}^{\Delta x/2} E_{z,q}(r, \Delta z/2) dx dy, \quad (3.28)$$

sendo que $E_{z,q}(r, \Delta z/2)$ é representado pela equação 3.36. O campo médio $E_{z,q}^{Med}$ devido à carga no topo do fio será adicionado ao campo elétrico axial no topo da antena, o qual é calculado por meio das equações de atualizações do FDTD.

O campo elétrico radial devido ao acúmulo de carga no topo da antena deve ser representado pela média de $-\Delta z/2$ a $+\Delta z/2$. Assim, o campo elétrico radial em x resulta

$$E_{x,q}^{Med} = \frac{1}{\Delta z} \int_{-\Delta z/2}^{\Delta z/2} E_{r,q}(\Delta x/2, z) dz, \quad (3.29)$$

com $E_{r,q}(\Delta x/2, z)$ calculado pela equação 3.37. Dessa forma, o campo elétrico radial $E_{x,q}^{Med}$ deve ser adicionado ao campo elétrico radial no topo da antena e também será calculado pelas equações de atualizações do FDTD. O campo elétrico médio em y pode ser obtido de maneira semelhante à 3.29.

A equação de atualização final do FDTD para a componente de campo E_x no topo da antena, após adicionar os campos médios com as cargas, ficaram da seguinte maneira

$$\begin{aligned} E_x^n(i + 1/2, j, k) &= E_x^{n-1}(i + 1/2, j, k) + (1/k_E) k_M E_{x,q}^{Med}(i + 1/2, j, k) \\ &+ \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta y} [H_z^{n-1/2}(i + 1/2, j + 1/2, k) - H_z^{n-1/2}(i + 1/2, j - 1/2, k)] \\ &- \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta z} [H_y^{n-1/2}(i + 1/2, j, k + 1/2) - H_y^{n-1/2}(i + 1/2, j, k - 1/2)]. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Nota-se que a equação final de atualização, equação 3.32, apresenta um coeficiente k_M multiplicando os campos elétricos médios com carga. Em [5] é demonstrado que a média do campo elétrico com carga $E_{x,q}^{Med}$ é composta pela componente de campo elétrico E_x que varia de $-\Delta z/2$ a $\Delta z/2$. Porém, a componente de campo elétrico E_x entre $-\Delta z/2$ a 0 não estão disponíveis para o observador. Assim, o coeficiente k_M é multiplicado pelo campo médio para atenuar essas contribuições. Ele pode ser calculado da seguinte maneira:

$$k_M = (1 - a/\Delta). \quad (3.31)$$

A equação de atualizações final do FDTD para a componente de campo E_z no fim do fio, após adicionar os campos médio com as cargas fica, da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} E_z^n(i, j, k + 1/2) &= E_z^{n-1}(i, j, k + 1/2) + E_{z,q}^{Med}(i, j, k + 1/2) \\ &+ \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta y} [H_x^{n-1/2}(i, j + 1/2, k + 1/2) - H_x^{n-1/2}(i, j - 1/2, k + 1/2)] \\ &- \frac{\Delta t}{\varepsilon_0 \Delta x} [H_y^{n-1/2}(i + 1/2, j, k + 1/2) - H_y^{n-1/2}(i - 1/2, j, k + 1/2)] . \end{aligned} \quad (3.32)$$

3.2 Aumento do Número de Células por Degrau e Alteração da Velocidade da Onda Eletromagnética

Um dos problemas do efeito escada causado pela malha do FDTD é a redução da velocidade da onda eletromagnética na antena virtual em comparação com a antena real em escada. Em [18] são apresentados medições em laboratório utilizando um dipolo em escada construído comparado com ajustes de simulações no FDTD para minimizar os problemas causados pela mudança da velocidade da onda eletromagnética. Assim, aumentou-se o número de células por degrau do fio. A figura 3.4(a) ilustra um dipolo em V onde a dimensão do degrau está definido como Δ . A princípio a dimensão das células $\Delta c = \Delta x = \Delta y = \Delta z$ foram definidas iguais ao tamanho do degrau e, como experiência, foram realizados testes com $\Delta = N \cdot \Delta c$ com $N = 1, 2, 3$, sendo que o degrau ficou com um número de células correspondente a N .

O aumento do número de células por degrau faz com que a velocidade de propagação da onda eletromagnética fique igual à do dipolo em escada real. Entretanto, a velocidade nunca irá se igualar a um dipolo com um fio oblíquo [18]. Observa-se na Figura 3.4(b) que ao modelar o dipolo V da Figura 3.4(a) com três células por degrau, ele apresenta um menor tempo de propagação da onda eletromagnética nas hastes da antena quando comparado com esta modelada com uma ou duas células por degrau. A redução do tempo de propagação implica em um aumento da velocidade da onda eletromagnética nas escadas do dipolo V. Assim, a diferença predominante na velocidade acontece no *late-time* sendo que este erro acumula à medida que o pulso sofre as múltiplas reflexões no *gap* do dipolo.

Em [18] são realizadas simulações de um dipolo inclinado nas células do FDTD conforme a figura 3.5, sendo a dimensão de cada haste $h = 12 \text{ cm}$, com raio $r = 0,255 \text{ mm}$, com um degrau fixado inicialmente em $\Delta = 1,6 \text{ mm}$ e com uma discretização $\Delta = N \cdot \Delta c$, sendo $N = 1, 2, 3$.

A velocidade da onda eletromagnética que se propaga no dipolo em escada no FDTD é comparada com a velocidade da onda eletromagnética que se propaga no dipolo em escada real como mostrado na figura 3.6(a) encontrada em [18]. O atraso da onda eletromagnética virtual em relação a real causa um deslocamento da impedância da antena.

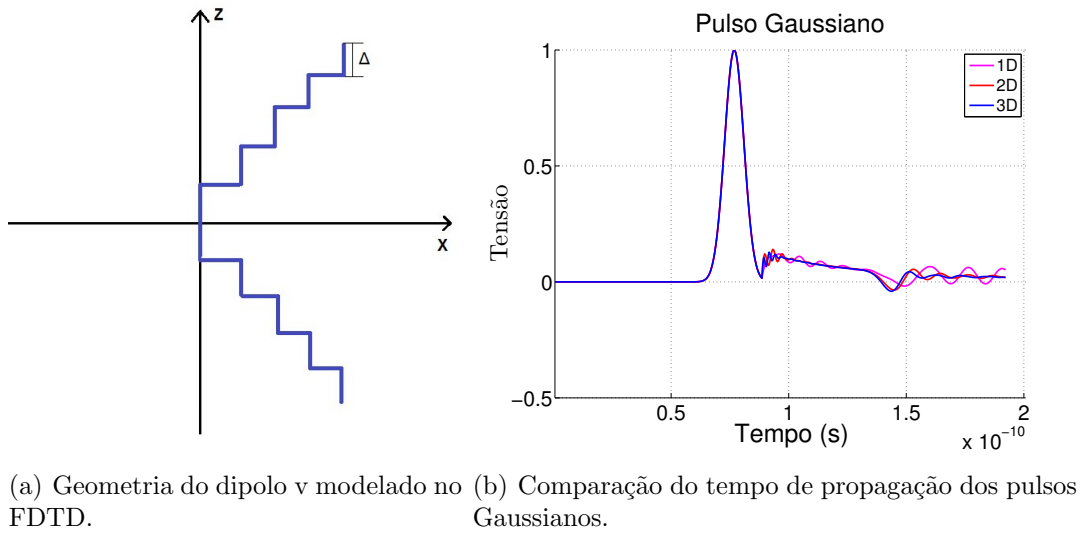


Figura 3.4: Velocidade da onda eletromagnética sobre o dipolo v .

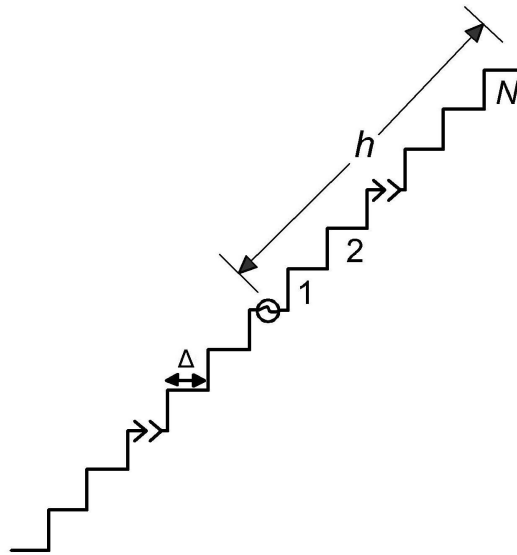


Figura 3.5: Dipolo em escada.

Nota-se na figura 3.6(b) que aplicando a correção do fio fino, ao aumentar o número de células por degrau considerando $\Delta < 1,6 \text{ mm}$, é possível corrigir a velocidade quando tem-se $\Delta = 3 \cdot \Delta c$. Porém, quando $\Delta > 2,5 \text{ mm}$ essa correção poderá acontecer apenas com mais de 5 células por degrau.

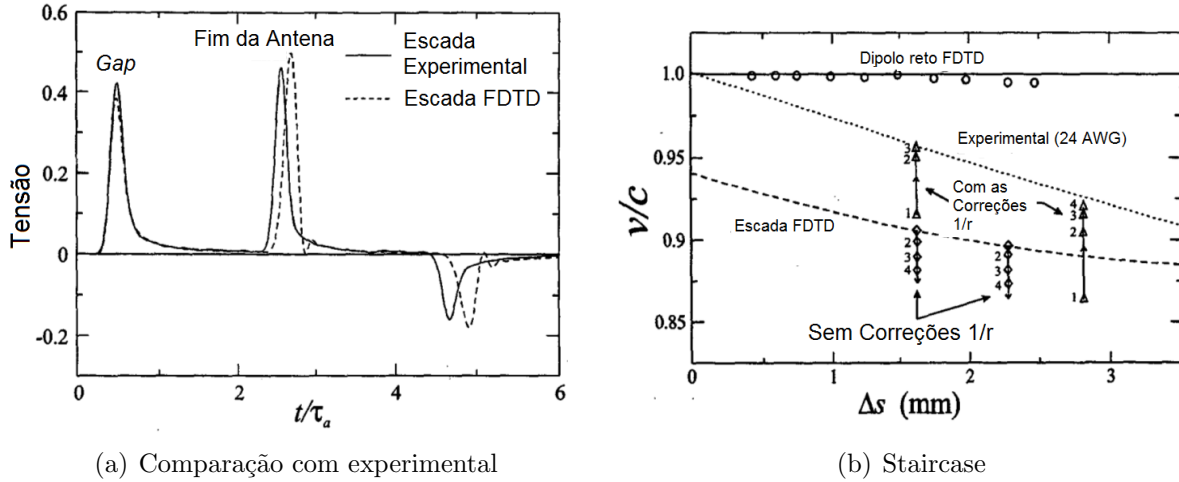


Figura 3.6: Dipolo em escada com várias células por degrau.

3.3 Tratamento das Cargas nas Quinas

O objetivo do modelo das cargas nas quinas é adicionar ao modelo da integral do caminho do contorno equações auxiliares que corrigem o problema do atraso da velocidade da onda eletromagnética através da adição das cargas. Assim, as antenas em escada no FDTD terão as características iguais a uma antena em escada real.

Se o fio das antenas fosse representado no espaço computacional por uma discretização extremamente alta no FDTD, não seria necessário aplicar nenhum modelo sub-celular bem como nenhuma correção de cargas nas quinas. Isso se deve ao fato de que, neste caso, o efeito das cargas estaria implícito ao modelamento do fio. Porém, com os recursos computacionais disponíveis isso se tornaria quase impossível e o tempo de simulação seria muito longo, não justificando utilizar o método FDTD.

A conservação de carga requerida nas bordas da Figura 3.7 ocorre devido a um fluxo de corrente que passa pelas quinas conforme as Figuras 3.8(a) e 3.8(b). Esse fluxo gera um acúmulo de carga nesta região. A parte hachurada das Figuras 3.8 representa o ponto de intercessão entre os fios e não apresentará acúmulo de carga na referida região.

A aproximação é realizada por meio de duas linhas de cargas ao longo das quinas, considerando que a carga que se acumula na quina da Figura 3.8(a) é oriunda da corrente que circunscreve o fim do fio horizontal. Porém, a carga acumulada na quina da Figura 3.8(b) é oriunda da corrente que circunscreve o fim do fio vertical. Primeiramente, a aproximação será realizada referente a carga acumulada proveniente da corrente que envolve o fio vertical conforme a Figura 3.8(b). A conservação de carga requerida na quina da antena é segundo a equação 3.11 [12].

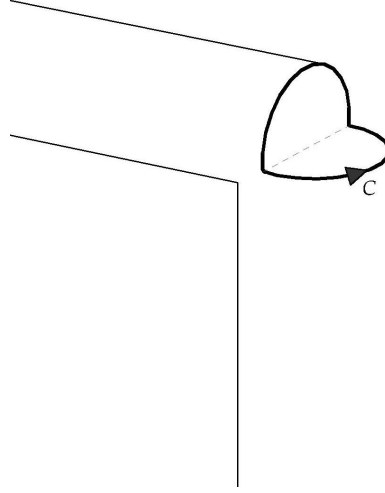


Figura 3.7: Geometria para avaliar a aproximação dos campos eletromagnéticos do modelo carga nas quinas.

Assumindo uma distribuição estática dos campos, o potencial ϕ devido a uma linha de carga conforme a Figura 3.9 segundo a lei de Coulomb é conforme a equação 3.16 [12]. O campo elétrico devido ao acúmulo de carga na quina da antena pode ser calculado a partir do potencial elétrico segundo a equação 3.14.

A corrente elétrica sobre a quina formada pelo fio vertical conforme a Figura 3.9, está disponível no FDTD apenas meia célula abaixo da quina devido ao posicionamento dos campos eletromagnéticos na célula do FDTD. Considerando que a carga acumula apenas na metade do fio e está distribuída uniformemente em meia circunferência conforme a equação 3.33

$$\Delta q = -\frac{1}{2} I|_{k_{top}-1/2}^{n+1/2} \Delta t. \quad (3.33)$$

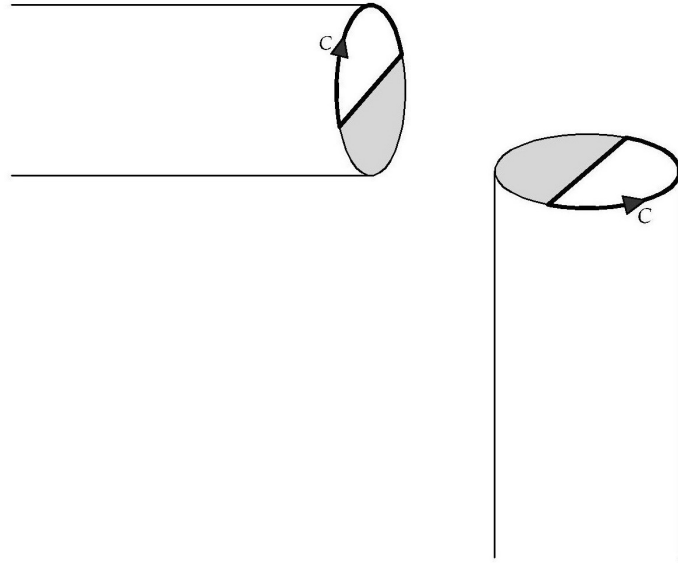
Pela lei de Coulomb, o potencial elétrico devido uma linha de carga em meia circunferência é computado alterando os limites da equação de integração da equação 3.16 para 0 a π ficando:

$$\phi(r, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_0^\pi \frac{\rho}{R} a d\theta. \quad (3.34)$$

A densidade linear de carga de meia circunferência é dada por $\rho = \Delta q / \pi a$. Observando a Figura 3.9, R pode ser determinado através da lei dos cossenos conforme a equação 3.19.

Os intervalos de integração bem como a densidade de carga linear do potencial elétrico sofreram alterações em relação a carga distribuída sobre o topo do fio, visto que, nas quinas, a carga está distribuída apenas em meia circunferência. Dessa forma, resolvendo a integral 3.34 e escrevendo o potencial elétrico em função da integral elíptica têm-se:

$$\phi(r, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\Delta q/2}{\pi a} \frac{2aK_l(k)}{\sqrt{(r+a)^2 + z^2}}, \quad (3.35)$$



(a) Carga horizontal.

(b) Carga vertical.

Figura 3.8: Aproximação das cargas nas quinas.

O campo elétrico devido a carga acumulada na quina pode ser calculado a partir de 3.34, e posteriormente ele deve ser separado em componentes axial e radial conforme as equações 3.23 e 3.24. Resolvendo as derivadas parciais em relação a z e a r da equação 3.35, resulta nos campos:

$$E_{z,q}^{vertical}(r, z) = \frac{\Delta q}{4\pi\epsilon_0} \frac{z E_l(k)}{\pi((r-a)^2 + z^2)\sqrt{(r+a)^2 + z^2}}, \quad (3.36)$$

$$E_{r,q}^{vertical}(r, z) = \frac{\Delta q}{2\pi\epsilon_0} \frac{((r-a)^2 + z^2)K_l(k) - (-r^2 + a^2 + z^2)E_l(k)}{\pi((r-a)^2 + z^2)\sqrt{(r+a)^2 + z^2}}. \quad (3.37)$$

Os campos eletromagnéticos no método FDTD representam o valor médio através da superfície do cubo de Yee. Dessa maneira, as componentes de campo elétrico que representam as quinas da antena devido ao acúmulo de carga proveniente do fio vertical devem ser representados pelos campos médios e não pelos campos locais. A média dos campos apresentada em [5] considera um intervalo de integração em que os campos elétricos variam de $-\Delta_z/2$ a $\Delta_z/2$. Assim, é como se a média considerasse as componentes de campo elétrico dentro do fio até o espaço livre. Porém, é adicionado um coeficiente que multiplica o campo médio para amenizar as contribuições dos campos que estão dentro do fio, visto que eles não estão disponíveis para o observador.

Observando a Figura 3.10, nota-se que os campos elétricos radiais $E_x(i, j, k)$, $E_y(i, j, k)$ e $E_y(i-1, j, k)$ devem ser representados por um campo médio radial. Assim, o campo médio $E_x^{vertical-Med}$ é a média dos campos elétricos em E_x que variam de 0 a $\Delta z/2$.

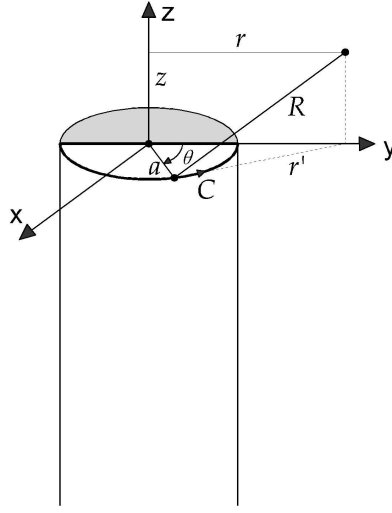


Figura 3.9: Carga nas quinas aproximação vertical.

$$E_{x,q}^{vertical-Med} = \frac{1}{\Delta z} \int_0^{\Delta z/2} E_{r,q}^{vertical}(\Delta x/2, z) dz. \quad (3.38)$$

Do mesmo modo, o campo elétrico axial deve ser representado pela média dos campos elétricos. Porém, ele está sobre uma superfície que varia de $-\Delta x/2$ a 0 e $-\Delta y/2$ a $\Delta y/2$. O campo elétrico axial médio é:

$$E_{z,q}^{vertical-Med} = \frac{1}{\Delta x \Delta y} \int_{-\Delta y/2}^{\Delta y/2} \int_0^{\Delta x/2} E_{z,q}^{vertical}(r, \Delta z/2) dx dy. \quad (3.39)$$

Todo o procedimento deve ser realizado de maneira similar para as componentes de campos elétricos radiais e axiais que representam o acúmulo de carga do fio horizontal. Após a modelagem dos campos elétricos, é necessário encontrar o campo médio radial e axial também de maneira similar aos campos médios verticais conforme a Figura 3.10. Posteriormente, os campos elétricos médios axiais e radiais devem ser somados resultando em:

$$E_{x,q}^{total-Med} = E_{x,q}^{vertical-Med} + E_{x,q}^{horizontal-Med}, \quad (3.40)$$

$$E_{z,q}^{total-Med} = E_{z,q}^{vertical-Med} + E_{z,q}^{horizontal-Med}. \quad (3.41)$$

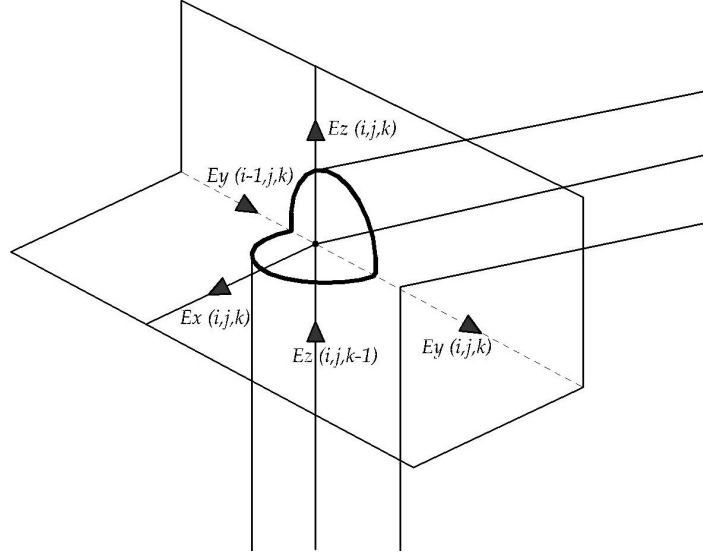


Figura 3.10: Geometria do modelo das cargas nas quinas com os campos elétricos.

E por fim, os campos elétricos médios 3.40 e 3.41 devem ser adicionados as componentes de campos elétricos do FDTD em cada quina.

3.4 Índice de desempenho

Os índices de desempenho são medidas quantitativas do desempenho de um sistema. Alguns deles são apresentados e utilizados para medir o desempenho ou erro dos modelos propostos em relação a referência.

Um índice de desempenho para ser útil deve ser um número sempre positivo ou nulo. Assim, a melhor resposta é um sistema que minimiza esse índice. O ISE (*Integral of the Square of the Error*) é muito aplicado onde o erro é pouco representativo, ou seja, irá destacar valores onde o erro não é grande. Sendo representado por:

$$ISE = \int_0^T e^2(t)dt, \quad (3.42)$$

o limite superior T é um tempo finito escolhido arbitrariamente, de modo que a integral tenda a um valor estacionário [19].

Um outro critério de desempenho particularmente utilizado para estudos de simulação em computadores é o IAE (*Integral of the Absolute magnitude of the Error*) que pode ser escrito como:

$$IAE = \int_0^T |e(t)|dt. \quad (3.43)$$

O último erro apresentado é o ITAE (*Integral of Time multiplied by Absolute Error*) que tem como característica reduzir a contribuição de grandes erros iniciais no valor da integral de desempenho e enfatizar os erros que acontecem no fim das respostas do sistema. Este é apresentado por:

$$ITAE = \int_0^T t|e(t)|dt. \quad (3.44)$$

Estudos de Caso

No presente trabalho são apresentados e analisados os resultados obtidos através da metodologia descrita nos Capítulos 2 e 3. Foram analisadas duas antenas por meio de comparações entre resultados obtidos a partir do software 4NEC2 e simulações utilizando o código FDTD implementado em FORTRAN. O 4NEC2 utiliza o MoM, um dos métodos numéricos mais bem estabelecidos para simular antenas de fios. Uma das suas características importantes é uma extensão para fio finos denominada *Kernel*. Essa extensão faz com que o *software* utilize as equações estendidas de *Kernel* como aproximação dos EFIE. Assim, possibilita aumentar o número de segmentos no fio. Isso é possível porque as equações passam a considerar a corrente tubular em cada segmento, ao contrário das equações convencionais que utilizam a corrente filamentar.

A validação do algoritmo é realizada utilizando um dipolo de fio fino com as características físicas segundo [16]. Para a validação foram aplicadas as sub-rotinas do modelo sub-celular do fio fino e o modelo do *gap* infinitesimal. A primeira antena analisada foi um dipolo em que aplicou-se o modelo sub-celular do fio fino com as projeções dos campos eletromagnéticos e o tratamento do acúmulo de carga no topo da antena. A segunda antena analisada foi um dipolo em V, em que aplicou-se o modelo das cargas nas quinas desenvolvido no Capítulo 3.

As simulações das antenas realizadas por meio do algoritmo proposto foram realizadas em uma máquina com processador Intel i7® de 1,8 *Ghz* com memória RAM de 8 *GiB*. O tempo de simulação variou de acordo com a complexidade da antena e também com as equações utilizadas para modelagem das mesmas. Afim de verificar a diminuição do tempo de simulação o algoritmo também foi testado em um supercomputador com processador Intel Xeon® E5-2676 v3 de 2,4 *Ghz* com memória RAM de 256 *GiB* e com 64 *vCPU*. Porém, o tempo de simulação foi praticamente o mesmo da máquina anterior.

4.1 Validação

Para a validação do algoritmo implementado foi simulada uma antena dipolo com $h = 14 \text{ cm}$, $r = 0,0933 \text{ cm}$ conforme a Figura 4.1, e comparado com o MoM e com [16].

A antena no 4NEC2 foi construída rigorosamente com os mesmos parâmetros para garantir as mesmas condições para a comparação. Com o raio especificado de $r = 0,9333 \text{ mm}$ foi possível um número máximo de segmentos nas hastes das antena de 81, considerando que a extensão de *Kernel* estava habilitado.

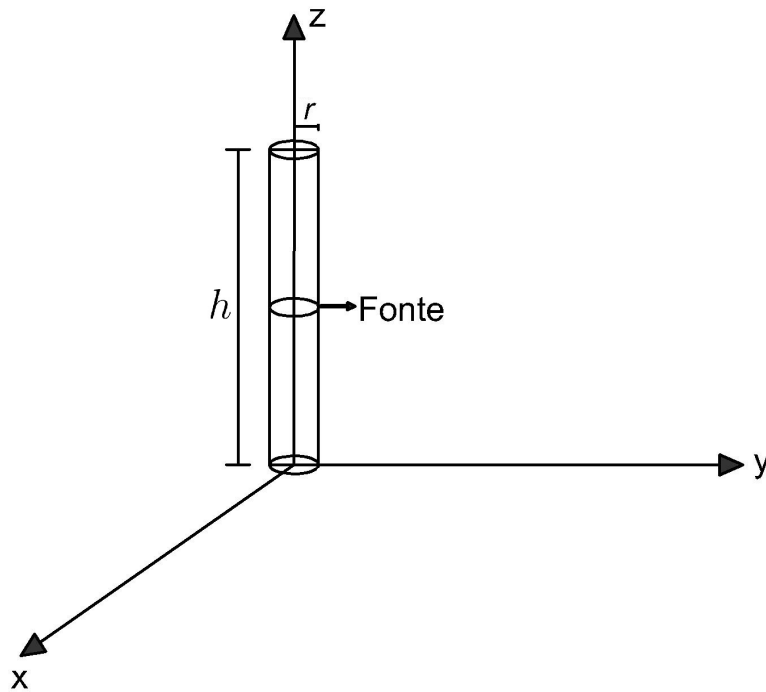


Figura 4.1: Dipolo para validação dos modelos sub-celular.

4.1.1 Faixa de Frequências

O dipolo foi analisado em uma faixa de frequências que passa pela frequência de ressonância da antena. Sabendo que essa é dada por:

$$f_0 = \frac{c}{\lambda}, \quad (4.1)$$

$$f_0 = \frac{c}{2h} = \frac{3 \cdot 10^8}{2 \cdot 0,14} = 1,07 \text{ GHz}. \quad (4.2)$$

Visto que a frequência de ressonância é $1,07 \text{ GHz}$, é habitual especificar a faixa de frequência máxima como $f_{max} = 2f_0$. Porém, a impedância do dipolo em [16] é determinada em uma faixa de frequência de 500 MHz a $4,2 \text{ GHz}$. Dessa forma, essa é a faixa adotada para à análise do dipolo.

Após especificar a faixa de frequências a ser utilizada, a atenção deve ser voltada para a dimensão e o formato da célula do FDTD. Por praticidade foram escolhidas células cúbicas com $\Delta x = \Delta y = \Delta z$. Segundo [14], uma regra para determinar a dimensão da célula para se obter uma boa precisão nos resultados simulados é garantir que a sua seção transversal seja igual ou menor a $\lambda/10$, em que λ é o menor comprimento de onda presente no sinal. A frequência máxima para o dipolo especificado é de $4,2 \text{ GHz}$. Assim, o comprimento de onda pode ser calculado:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{4,2 \cdot 10^9} = 0,0714285 \text{ m}, \quad (4.3)$$

em que v é a velocidade de propagação da luz no meio com maior permissividade e permeabilidade, ou seja, onde a velocidade será menor. Considerando que o espaço de simulação possui apenas espaço livre e condutor eletricamente perfeito, a velocidade de propagação da luz no espaço livre pode ser aproximada por $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Logo, a dimensão da célula pode ser obtida por

$$\Delta c = \frac{\lambda}{10} = \frac{1}{10 \cdot 0,0714285} \leq 7,142857 \cdot 10^{-3} \text{ m} \quad (4.4)$$

As dimensões das células adotadas foram $\Delta x = \Delta y = \Delta z = h/11, h/22, h/41$ e $h/75$, e haste $h = 0,14 \text{ m}$ a fim de comparar com os resultados de [16]. Nota-se que para $h/11$ o critério de $\lambda/10$ não é atendido. Porém, o FDTD apresenta uma precisão razoável nos resultados para célula com dimensão até $\lambda/4$. O passo de tempo foi especificado através do critério de Courant

para cada discretização através da equação 2.32.

O pulso de excitação é calculado para cada discretização diferente, sendo que o atraso do pulso t_0 foi fixado em função do número de iterações e a largura do pulso foi especificada como $\tau_p = 40\Delta t$. A Figura 4.2 representa o pulso Gaussiano para a discretização com $\Delta x = h/75$ e com $\Delta t = 2,87587337 \cdot 10^{-12}$ s. O espectro de frequência do pulso mostrado na Figura 4.3 possui amplitude significativa, acima de -10 dB, até 7 GHz.

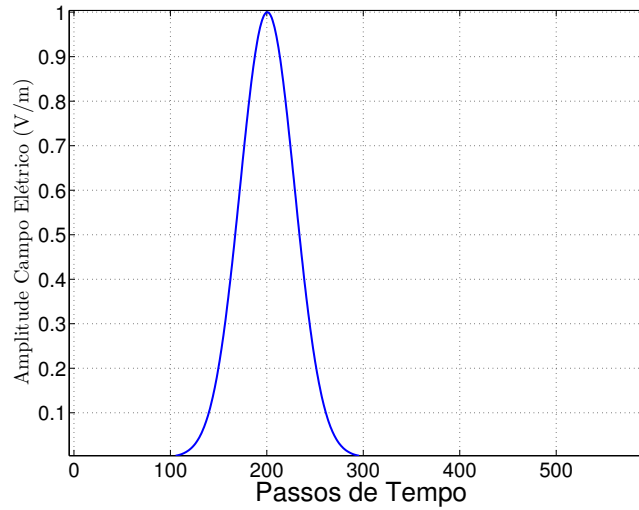


Figura 4.2: Pulso Gaussiano para excitação da antena de validação.

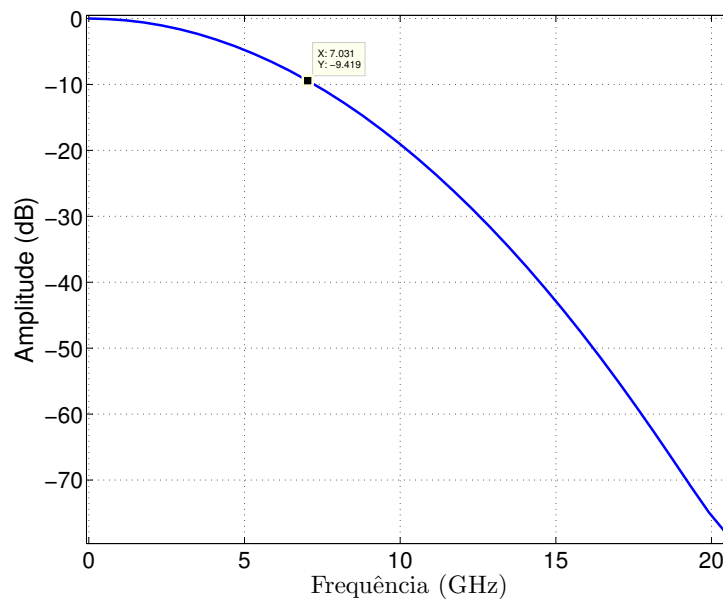


Figura 4.3: Espectro de frequência pulso Gaussiano para excitação da antena de validação.

4.1.2 Resultados

Os resultados do dipolo utilizado na validação foram comparados com aqueles gerados pelo software 4NEC2 e com [16]. A Figura 4.4 apresenta o resultado do FDTD com as várias discretizações e o 4NEC2.

A Figura 4.5 é a sobreposição da Figura 4.4 no resultado do artigo. Nota-se uma ótima concordância entre os resultados sobrepostos.

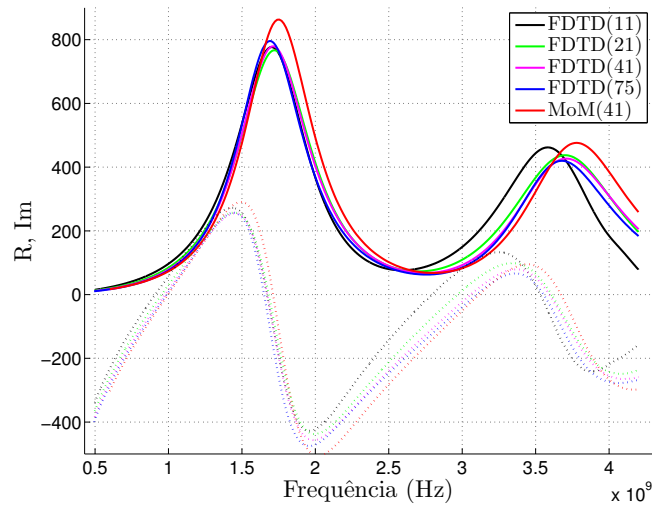


Figura 4.4: Dipolo validação para várias discretizações.

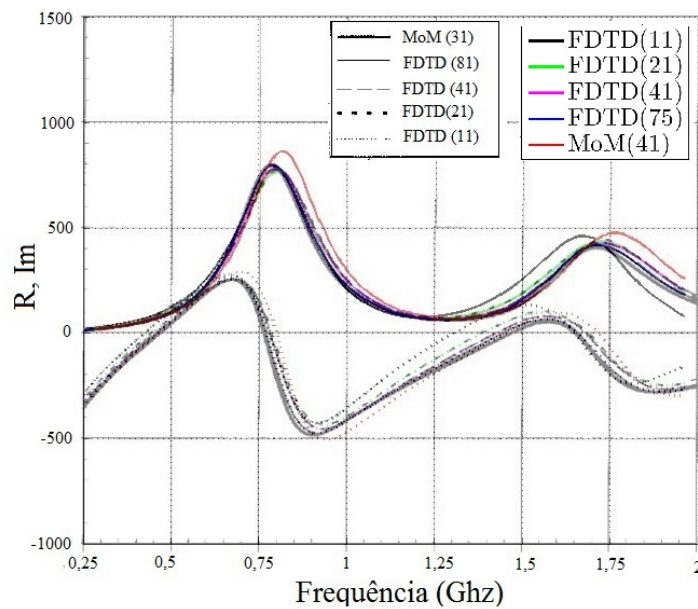


Figura 4.5: Dipolo validação em comparação com o Watannabe.

4.2 Dipolo com Projeções e Acúmulo de Carga

Os aprimoramentos no modelo sub-celular da integral do caminho do contorno foram aplicados a um dipolo conforme a Figura 4.1 com $h = 30,5 \text{ cm}$, discretizações iguais a $\Delta c = \Delta x = \Delta y = \Delta z = h/21$ e posteriormente igual a $h/41$. Essas dimensões escolhidas para as células atendem o critério de $\lambda/10$ para a máxima frequência. O número nas legendas das Figuras 4.6 a 4.9 indicam o número de células por comprimento da haste H para o FDTD, e para o MoM indica o número de segmentos utilizados. A fonte RVS foi utilizada para excitar a antena nas diversas situações descritas. A comparação do método FDTD e MoM foi feita por meio da perda de retorno. A Figura 4.6 representa o dipolo com $\Delta c = h/21$ e com $r = 0,1\Delta c$. O modelo sub-celular do fio fino com as correções através das projeções dos campos eletromagnéticos representado pela linha de cor magenta, mostra um deslocamento na perda de retorno quando comparado com o modelo convencional (linha preta) apresentando um resultado mais próximo da referente MoM. Porém, o mais relevante é o modelo com as projeções dos campos eletromagnéticos e com a adição da carga no fim da antena que é representado pela linha azul. Estas correções tornaram a perda de retorno do dipolo mais significativa mesmo com uma discretização bem mais baixa que a do MoM. Afim de estratificar a contribuição da modelagem da carga no fim do dipolo, a mesma foi aplicada no modelo do fio fino padrão que está representado pela linha verde. Dessa forma, nota-se que, para um resultado efetivo da perda de retorno deve-se projetar os campos eletromagnéticos e modelar a carga que acumula no fim do dipolo. A Figura 4.7 representa as mesmas comparações porém com o raio do dipolo com $r = 0,49\Delta c$. Esse foi variado em uma grande faixa a fim de validar o modelo.

Outra comparação foi realizada com o mesmo dipolo de haste $h = 30,5 \text{ cm}$. A Figura 4.8 apresenta as diferenças entre os modelos sub-celulares do dipolo e da referência MoM. Porém, com uma discretização de $\Delta c = 30,5/41 \text{ cm}$ e raio $r = 0,1\Delta c$. O resultado do modelo com correção dos campos eletromagnéticos e com a adição da carga representado pela linha azul é o melhor em comparação com os demais. É evidente o deslocamento da perda de retorno em frequências mais altas.

Para verificar o comportamento dos modelos com a variação do raio, este foi alterado para $r = 0,49\Delta c$ ainda com a discretização de $\Delta c = 30,5/41 \text{ cm}$. A Figura 4.9 confirma a superioridade do modelo sub-celular com as projeções dos campos eletromagnéticos e com a adição da carga no qual está representado pela linha azul.

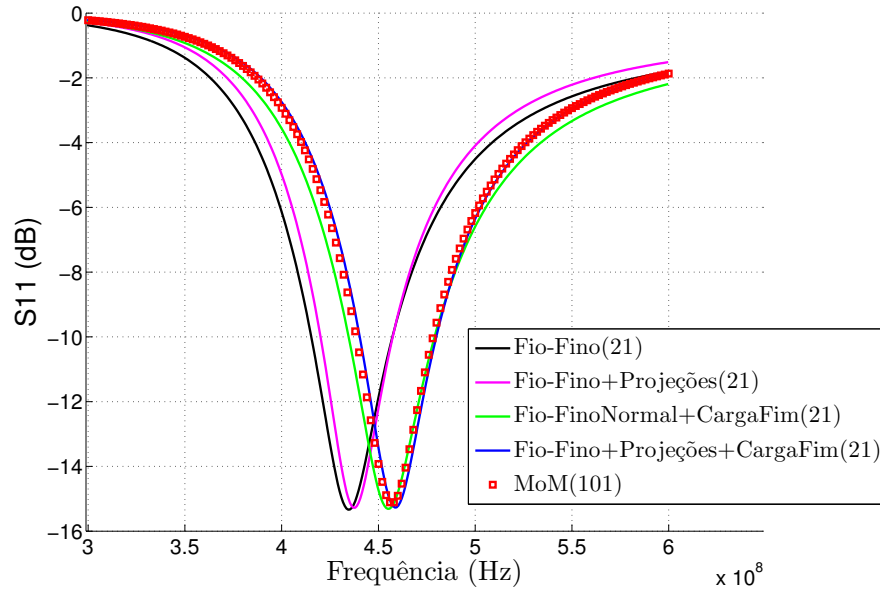


Figura 4.6: Dipolo $h = 30,5 \text{ cm}$, $\Delta c = 0,305/21$ e $r = 0,1\Delta c$.

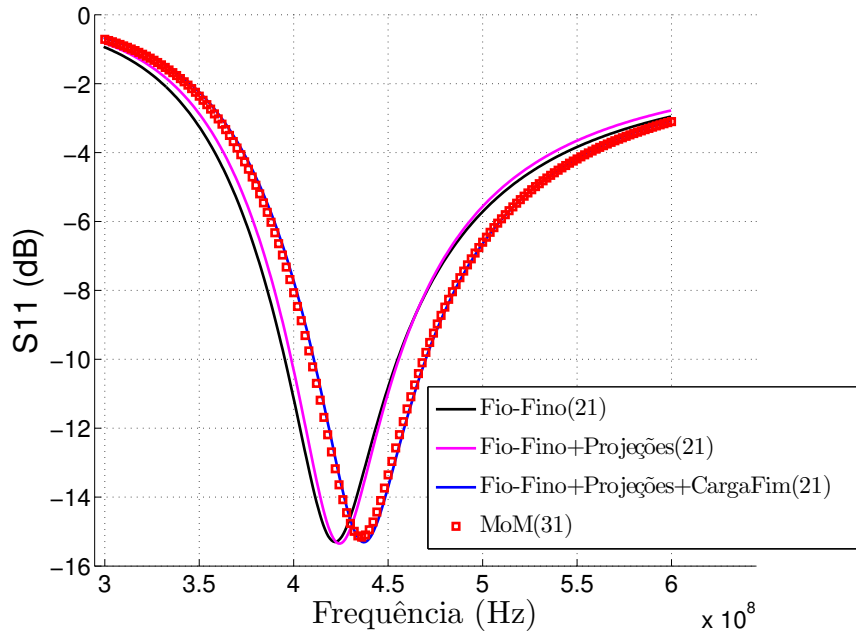


Figura 4.7: Dipolo $h = 30,5 \text{ cm}$, $\Delta c = 30,5/21 \text{ cm}$ e $r = 0,49\Delta c$.

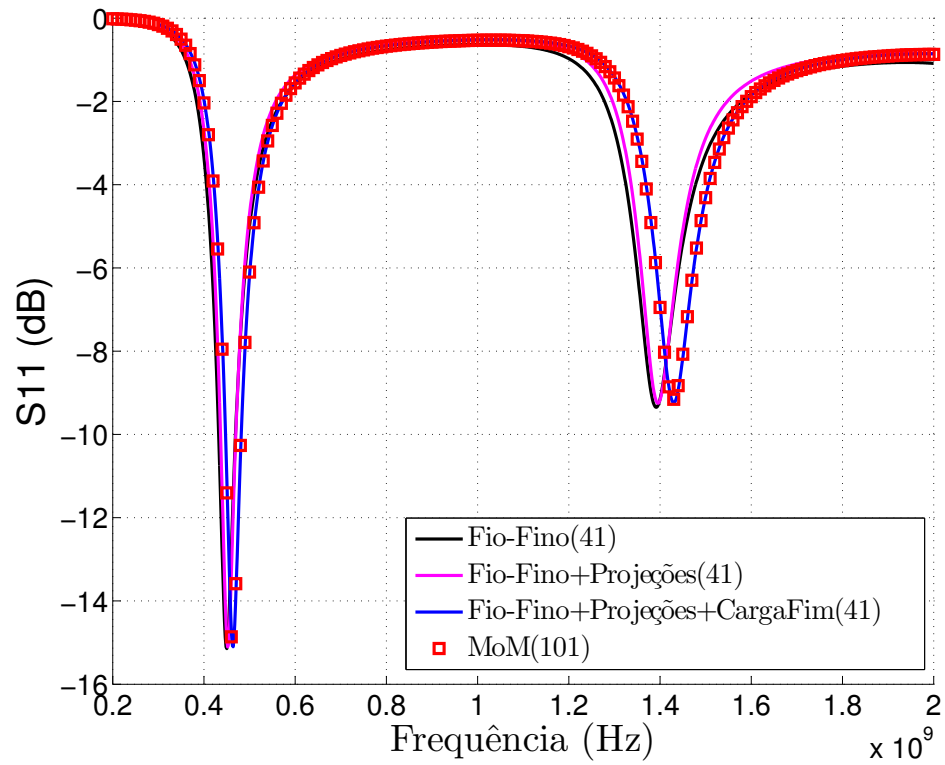


Figura 4.8: Dipolo $h = 30,5 \text{ cm}$, $\Delta c = 30,5/41 \text{ cm}$ e $r = 0,1\Delta c$.

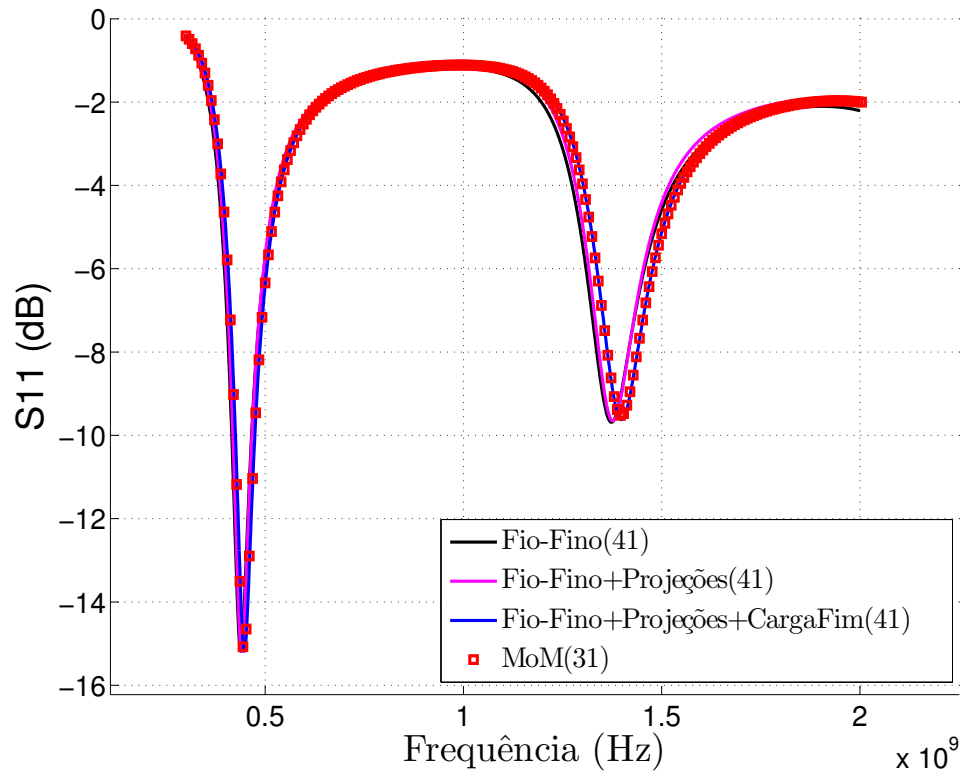


Figura 4.9: Dipolo $h = 30,5 \text{ cm}$, $\Delta c = 30,5/41 \text{ cm}$ e $r = 0,49\Delta c$.

4.3 Dipolo V com Modelo das Cargas nas Quinas

O modelo das cargas nas quinas juntamente com a correção dos campos eletromagnéticos por meio das projeções e o tratamento de carga no fim do fio, foram aplicados em um dipolo V. A sua estrutura foi variada em relação a dimensão, raio e discretização para garantir a validação do modelo. A Figura 4.10 apresenta o formato do dipolo desenhado no FDTD e também no software 4NEC2. A fim de garantir uma validação confiável, as antenas foram desenhadas rigorosamente com as mesmas características físicas no algoritmo FDTD e no 4NEC2. O número de segmento do último método foi especificado em torno de 4 a 2 por degraus da antena, esta variação acontece por causa da limitação do número de segmentos em função do raio. As características da estrutura estão em função de algumas variáveis, em que, H é a dimensão de cada haste, $HALI$ é a dimensão entre as duas haste e Δ é a dimensão de cada degrau.

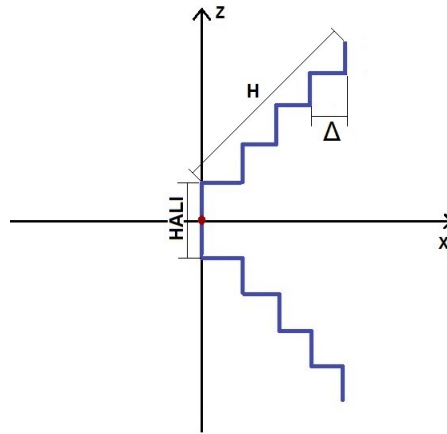


Figura 4.10: Dipolo V desenhado no FDTD para avaliar o modelo das cargas nas quinas.

4.3.1 Variação em Relação ao Raio

O primeiro parâmetro do dipolo variada para validação do modelo sub-celular das cargas nas quinas foi o raio. A Figura 4.11 apresenta a impedância de um dipolo V com $H = 10\text{ cm}$, $HALI = 2\text{ cm}$, a dimensão das células $\Delta c = \Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,1\text{ cm}$, raio de $r = 0,1\Delta c$ e a dimensão do degrau de $\Delta = 0,4\text{ cm}$. A Figura 4.12 apresenta o resultado de um dipolo V com as mesmas configurações da Figura 4.11, porém com o raio de $0,4\Delta c$. Segundo [18], para uma aproximação razoável de uma escada é necessário um degrau com dimensão menor que $0,15\text{ cm}$ e com 4 células dentro deste degrau. Nota-se nas Figuras 4.11 e 4.12 que essa aproximação foi atendida para um tamanho de degrau igual a $0,4\text{ cm}$. O modelo sub-celular têm melhores resultados com fios mais grossos. Esse comportamento é percebido também no modelo das

cargas no topo da antena. Com o intuito de verificar a estabilidade do sistema foi especificado 200 mil interações para ambos os raios.

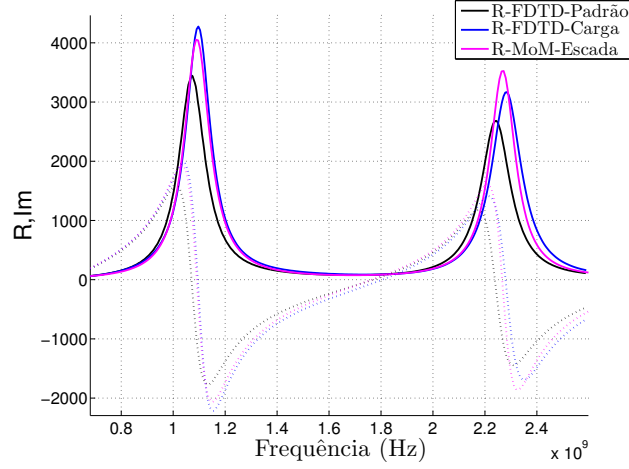


Figura 4.11: Dipolo V $H = 10 \text{ cm}$ e $r = 0,1\Delta c$.

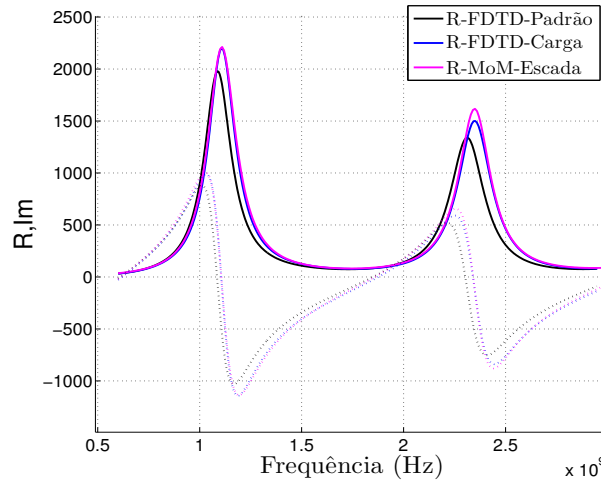


Figura 4.12: Dipolo V $H = 10 \text{ cm}$ e $r = 0,4\Delta c$.

O erro absoluto do dipolo com o raio de $0,1\Delta c$ e $0,4\Delta c$ está representado nas Figuras 4.13 e 4.14 respectivamente. Nota-se que o erro absoluto do modelo proposto é melhor em toda a faixa de frequência que o modelo padrão.

A Tabela 4.1 aponta o índice de desempenho de ambos os raios. Em todos os casos investigados os índices de desempenho do modelo proposto teve uma representatividade melhor das impedâncias do dipolo V. O *ITAE* apresenta que a maior diferença entre os modelos encontra-se nas frequências mais altas. O índice *ISE* expõe que o modelo das cargas tem desempenho melhor em raios mais grossos, pois ele apresenta uma variação maior do *ISE* que o modelo padrão

ao variar o raio. O modelo das cargas mostrou um desempenho melhor no IAE , que também é um bom indicativo para análise de desempenho de simulações.

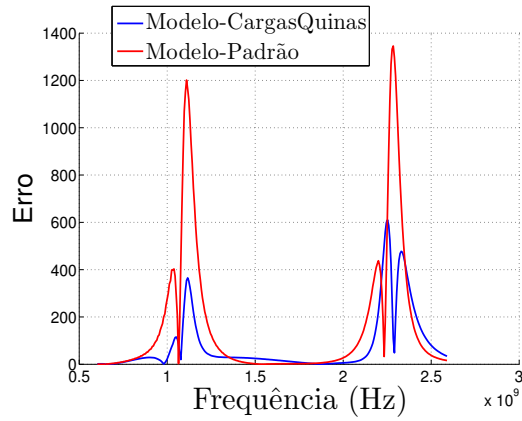


Figura 4.13: Erro dipolo $H = 10 \text{ cm}$ e raio $0,1\Delta c$.

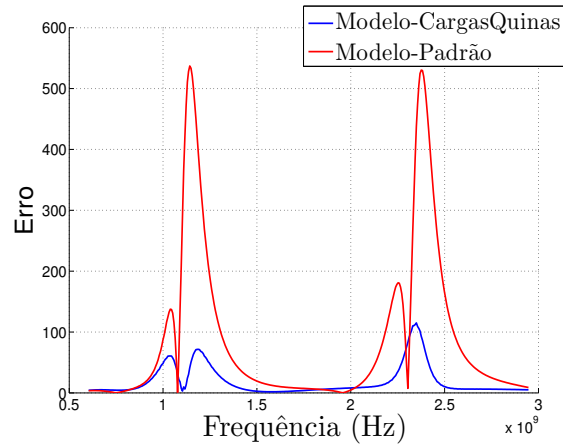


Figura 4.14: Erro dipolo $H = 10 \text{ cm}$ e raio $0,4\Delta c$.

Raio de $0,1\Delta c$				Raio de $0,4\Delta c$		
	IAE	ITAE	ISE	IAE	ITAE	ISE
Modelo Padrão	5,9720e+04	1,0255e+14	4,9818e+07	3,7721e+04	6,9228e+13	1,0762e+07
Modelo Cargas	2.4005e+04	4.6625e+13	6.7905e+06	8.1261e+03	1.4280e+13	4.0241e+05

Tabela 4.1: Índice de desempenho dipolo V $H = 10 \text{ cm}$.

4.3.2 Variação em Relação à Altura

A dimensão das hastes do dipolo foi variada juntamente com a dimensão do *HALI*. A Figura 4.15 indica a impedância de um dipolo V com haste 17 cm , *HALI* com 2 cm , raio com $0,1\Delta c$ e o degrau da escada com $\Delta = 0,4\text{ cm}$. A Figura 4.17 apresenta a impedância de um dipolo com as mesmas configurações anterior, porém com um raio de $0,4\Delta c$. A dimensão das células foram para ambos os casos $\Delta c = \Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,1\text{ cm}$. Nota-se o deslocamento da impedância do modelo sub-celular das cargas nas quinas em relação ao modelo sub-celular padrão em ambas as figuras. A diferença em frequência entre as impedâncias do modelo das cargas e do NEC2 quando o raio é bem fino pode ser causado por erros de ambos os modelos.

O valor do erro absoluto dos modelos sub-celulares em comparação com o MoM do dipolo com o raio de $0,1\Delta c$, está representado na Figura 4.16. Os índices de desempenho IAE, ITAE e ISE são mostrados na Tabela 4.2 em que o modelo proposto foi melhor que o modelo padrão, ou seja, mais próximo de zero.

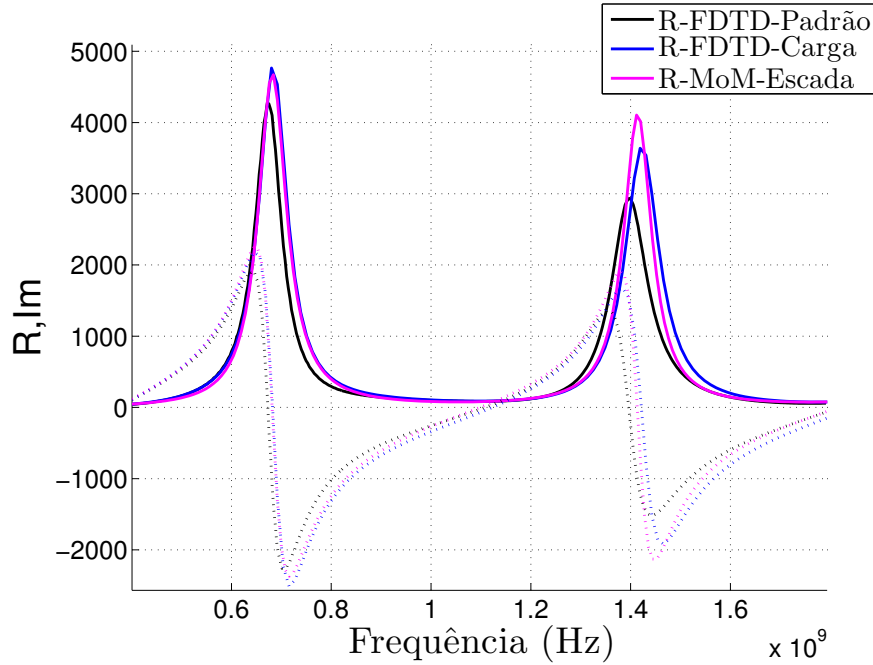
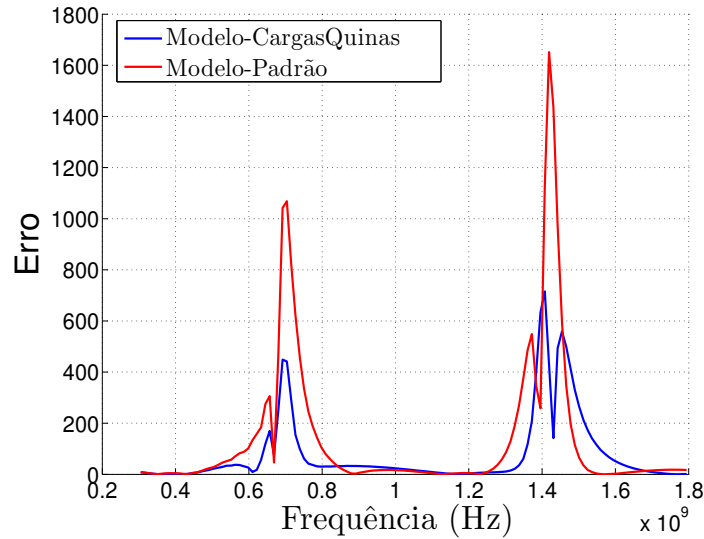


Figura 4.15: Dipolo V $H = 17\text{ cm}$ e $r = 0,1\Delta c$.

Índice de Desempenho			
	IAE	ITAE	ISE
Modelo Padrão	6,2797e+04	8,8950e+13	4,6155e+07
Modelo Cargas	9.9575+03	1.20198e+13	3.2973e+06

Tabela 4.2: Índice de desempenho dipolo V $H = 17 \text{ cm}$ e $r = 0,1\Delta c$.Figura 4.16: Erro dipolo V $H = 17 \text{ cm}$ e $r = 0,1\Delta c$.

O dipolo com raio de $0,4\Delta c$ ilustrado na Figura 4.17, apresenta o erro absoluto menor para ambos os modelos quando comparados com o raio de $0,1\Delta c$. A Figura 4.18 confirma essa afirmação. Os índices de desempenho IAE, ITAE e ISE foram calculados e estão presentes na Tabela 4.3.2. O modelo proposto mostrou melhor resultados que o modelo padrão.

Índice de Desempenho H=17			
	IAE	ITAE	ISE
Modelo Padrão	2,5914e+04	2,9890e+13	8,7434e+06
Modelo Cargas	8.4591e+03	8.8675e+12	9.1297e+05

Tabela 4.3: Índice de desempenho dipolo V $H = 17 \text{ cm}$ e $r = 0,4\Delta c$.

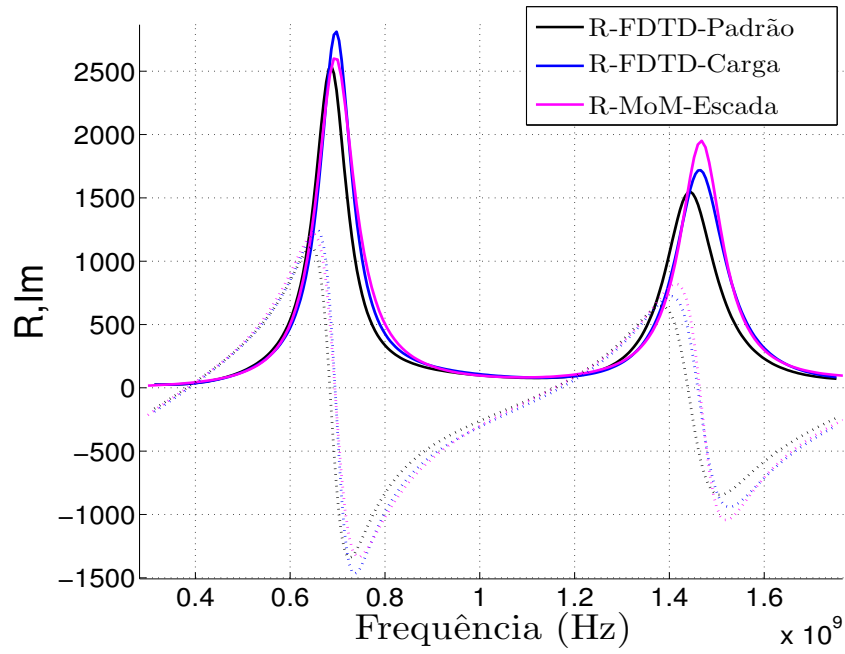


Figura 4.17: Dipolo V $H = 17 \text{ cm}$ e $r = 0,4\Delta c$.

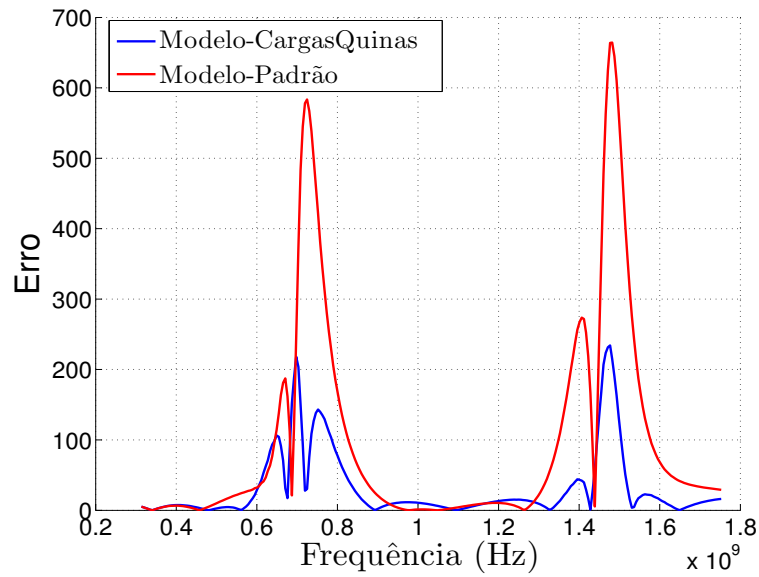


Figura 4.18: Erro dipolo V $H = 17 \text{ cm}$ e $r = 0,4\Delta c$.

4.3.3 Variação em Relação à Discretização

Nesta última etapa de validação do modelo das cargas nas quinas, o dipolo foi especificado conforme a Figura 4.10. A dimensão do degrau escolhido foi $\Delta = 0,2 \text{ cm}$, o raio fixado em $r = 0,02 \text{ cm}$, a dimensão de cada haste mantida com $H = 10 \text{ cm}$, a dimensão entre as hastes foi $HALI = 2 \text{ cm}$ e por fim as discretizações foram variadas em $\Delta c = \Delta x = \Delta y = \Delta z = 0,05 \text{ cm}$; $0,0333 \text{ cm}$ e $0,1 \text{ cm}$. Como a dimensão do degrau da escada foi fixado, ao variar as dimensões das células alterou-se o número de células por degrau, ou seja, para uma discretização de $\Delta c = 0,05 \text{ cm}$, o degrau da escada fica com $\Delta = 4\Delta c$.

O modelo sub-celular padrão apresenta um melhor resultado quando tem-se mais células por degraus [18]. Porém, o comportamento nas figuras 4.20, 4.19 e 4.21 foi o oposto. Ao aplicar o modelo da correção das cargas nas quinas aconteceu um efeito contrario ao do [18], ou seja, ao reduzir a dimensão do degrau necessitou-se de um número menor de células por degrau para se obter um resultado melhor.

Nota-se que para o dipolo V com degraus igual a $\Delta = 2\Delta c$ e com célula de $\Delta c = 0,1$, o raio especificado é $0,2\Delta c$. Nota-se na Tabela ?? que apesar de um raio com espessura baixa obteve-se um erro seis vezes menor que o modelo padrão. Isso ocorreu porque o tamanho do degrau foi a metade do escolhido nas simulações onde variou-se o raio e a altura.

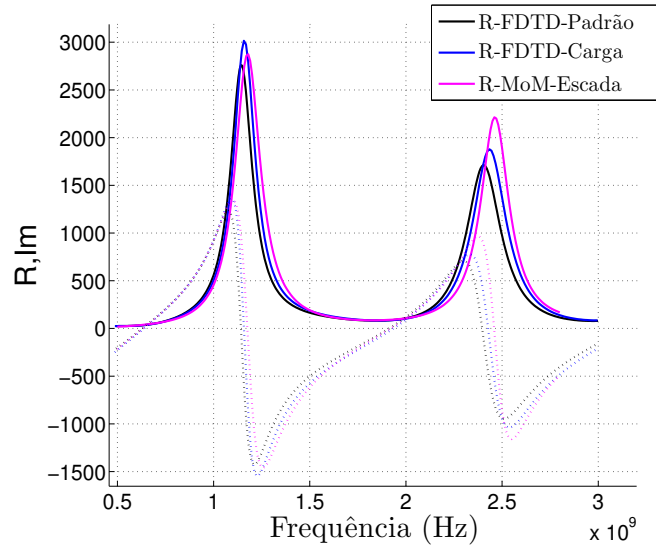


Figura 4.19: Dipolo V com 4 células por degrau $\Delta = 4\Delta c$ com $\Delta c = 0,05 \text{ cm}$.

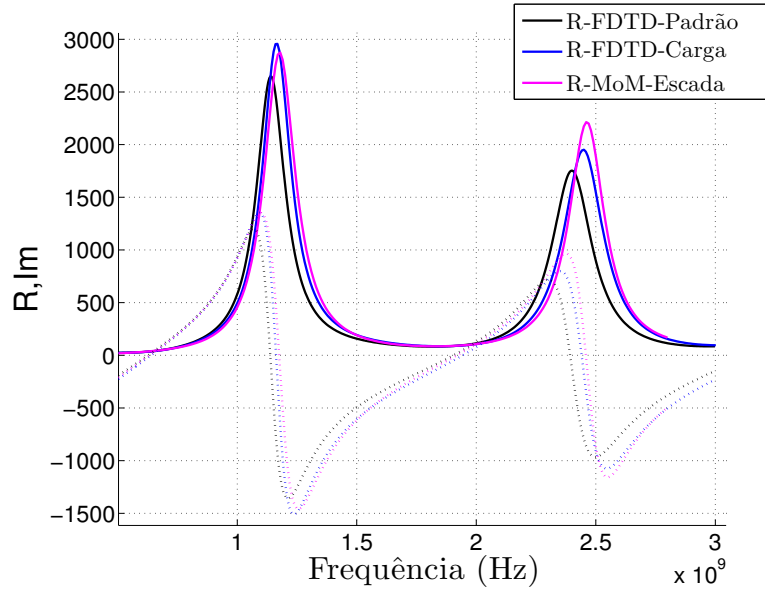


Figura 4.20: Dipolo V com 3 células por degrau $\Delta = 3\Delta c$ com $\Delta c = 0,0333 \text{ cm}$.

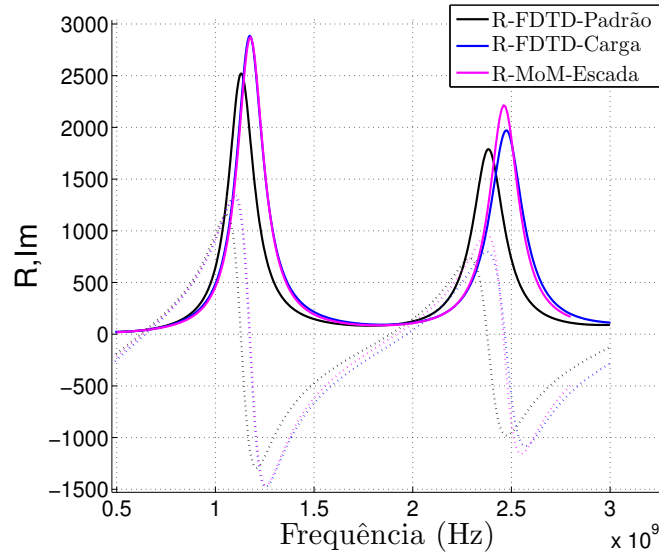


Figura 4.21: Dipolo V com 2 células por degrau $\Delta = 2\Delta c$ com $\Delta c = 0,1 \text{ cm}$.

Tendo em vista que o melhor resultado foi com uma discretização menor e com menos células por degrau, foram feitas outras simulações com o mesmo dipolo de $H = 10 \text{ cm}$, $\Delta c = 0,1 \text{ cm}$, $\Delta = 0,2 \text{ cm}$ e com o raio de $0,1\Delta c$ e $0,4\Delta c$. As Figuras 4.22 e 4.23 apresentam esses resultados respectivamente. Nota-se que em ambos o modelo das cargas nas quinas apresentaram-se superior ao modelo padrão.

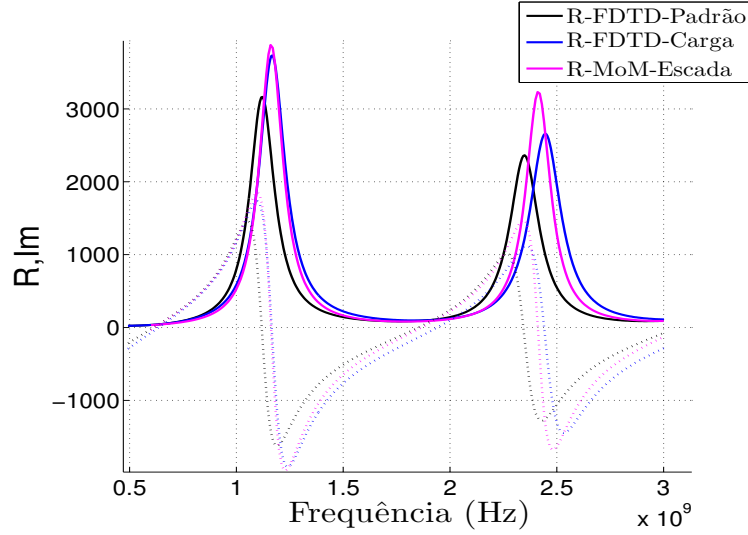


Figura 4.22: Dipolo V $\Delta = 2\Delta c$ com $\Delta x = 0,1 \text{ cm}$ e $r = 0,1\Delta c$.

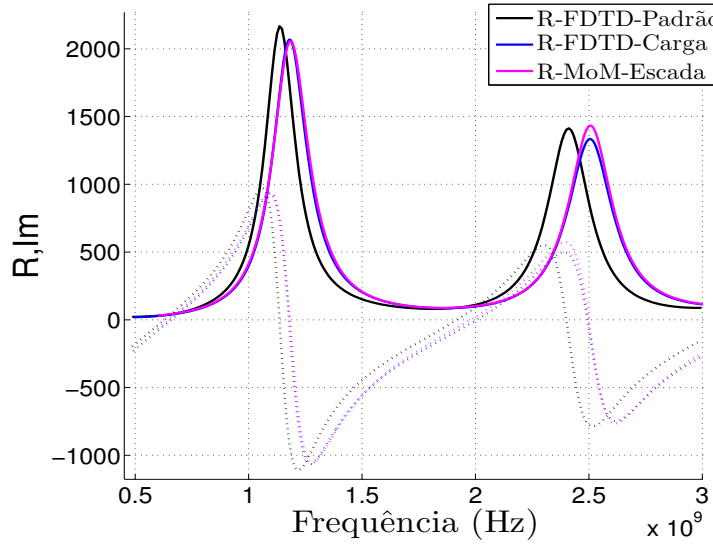


Figura 4.23: Dipolo V $\Delta = 2\Delta c$ com $\Delta c = 0,1 \text{ cm}$ e $r = 0,4\Delta c$.

A última variação da discretização foi com a célula e o degrau com mesma dimensão $\Delta = \Delta c$. A carga aplicada nas quinas do fio curvo está presente em uma única célula do FDTD pelo fato da dimensão do degrau e da célula serem os mesmos. Assim, a carga é aplicada nas duas extremidades da mesma célula. Esse fato provoca um efeito que aumenta a velocidade da onda eletromagnética. Dessa forma, o tempo de propagação do pulso Gaussiano nas hastes em escadas é o mesmo que nas hastes inclinadas. A Figura 4.25 o resultado do dipolo V com $\Delta = \Delta c$ com as cargas nas quinas. A linha azul apresenta o modelo das cargas nas quinas em comparação

com a linha preta que representa o modelo padrão. A linha magenta representa o dipolo em escada no MoM e a linha vermelha o dipolo com as hastes inclinadas igual linha vermelha da Figura 4.24. Nota-se que o modelo das cargas nas quinas consegue emular um fio de hastes inclinadas sem o efeito escada da malha do FDTD.

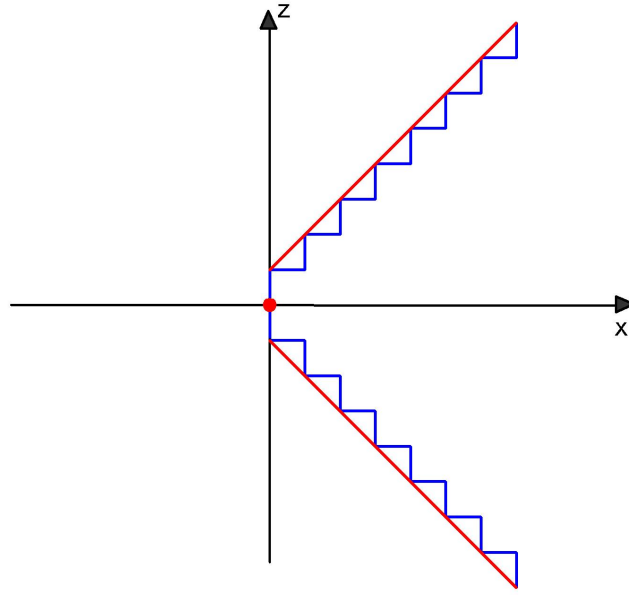


Figura 4.24: Geometria do dipolo V em escada e inclinado.

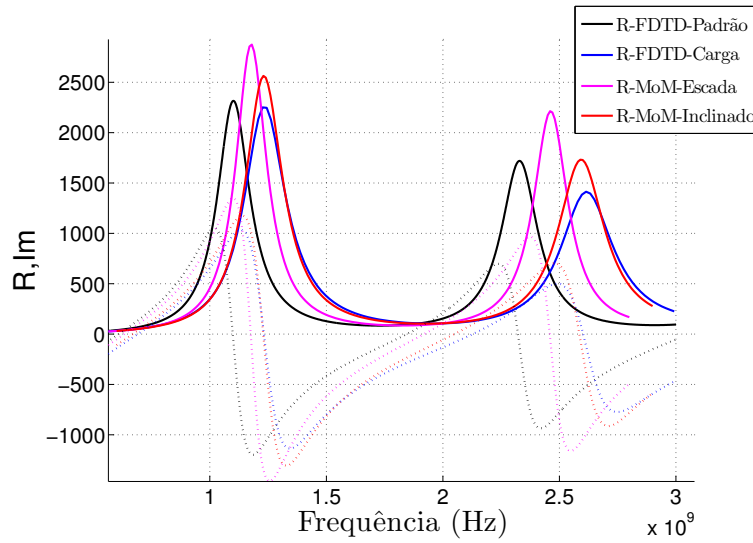


Figura 4.25: Dipolo V $\Delta = \Delta c$ com $\Delta c = 0.1 \text{ cm}$.

Para mensurar a diferença entre o modelo padrão do fio fino e o modelo proposto para corrigir as cargas nas quinas, a Tabela 4.3.3 apresenta o erro das Figuras 4.19 a 4.21 em que variou a discretização da malha FDTD, ou seja, o número de células dentro do degrau no qual variou entre dois a quatro células. A Tabela 4.3.3 apresenta a comparação do erro do modelo padrão e do modelo das cargas nas quinas em relação a referência (MoM).

Índice de Desempenho			
	IAE	ITAE	ISE
Modelo Cargas $\Delta = 4\Delta c$	1.6690e+04	3.1713e+13	5.6560e+06
Modelo Padrão $\Delta = 4\Delta c$	3.6237e+04	6.7566e+13	1.9200e+07
Modelo Cargas $\Delta = 3\Delta c$	1.6819e+04	3.0116e+13	3.2701e+06
Modelo Padrão $\Delta = 3\Delta c$	5.2468e+04	9.8160e+13	2.9625e+07
Modelo Cargas $\Delta = 2\Delta c$	1.5044e+04	3.1617e+13	1.8553e+06
Modelo Padrão $\Delta = 2\Delta c$	9.6694e+04	1.8102e+14	6.4727e+07

Tabela 4.4: Índice de desempenho dipolo V variação da discretização em comparação com MoM em escada.

Índice de Desempenho			
	IAE	ITAE	ISE
Modelo Cargas $\Delta = 1\Delta c$	7.5711e+03	1.5718e+13	1.5432e+06
Modelo Padrão $\Delta = 1\Delta c$	6.3617e+04	1.1952e+14	6.6720e+07

Tabela 4.5: Índice de desempenho dipolo V $\Delta = 1\Delta c$.

4.4 Velocidade da Onda Eletromagnética nas Hastes do Dipolo V

O modelo sub-celular das cargas nas quinas adiciona uma carga em cada quina do fio no FDTD, na qual é acumulada devido ao um fluxo de corrente que passa pela superfície da quina como mostrado na Figura 3.7. O efeito desta carga corrige a velocidade de propagação da onda eletromagnética nas escadas. Assim, o pulso Gaussiano do dipolo V com as configurações das Figura 4.23, foi comparado ao ser aplicado no modelo sub-celular padrão e no das cargas nas quinas. A Figura 4.27 apresenta essa comparação. A fonte de excitação utilizada foi a RVS.

A fim de visualizar melhor o efeito da diferença de velocidade entre os modelos, uma fonte de excitação *Hard* foi utilizada com pico de tensão especificado em função do número de interações que foi 200. A excitação do pulso teve duração até 255 interações.

A diferença de posição do segundo pulso do modelo sub-celular padrão e do modelo sub-celular com o tratamento das cargas nas quinas apresentada na Figura 4.27, indica que, a velocidade de propagação da onda eletromagnética do segundo modelo é menor devido as cargas

modeladas nas quinas dos fios. Esse atraso na velocidade irá estender por todo os passos de tempo da simulação acumulando um erro nos resultados da impedância do dipolo V.

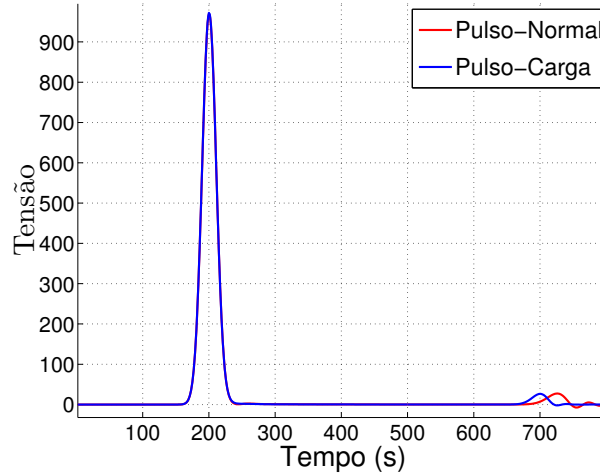


Figura 4.26: Fonte RVS excitando o dipolo V $\Delta = 2\Delta c$, $\Delta c = 0,1 \text{ cm}$ com o modelo sub-celular das cargas nas quinas em comparação com o modelo padrão.

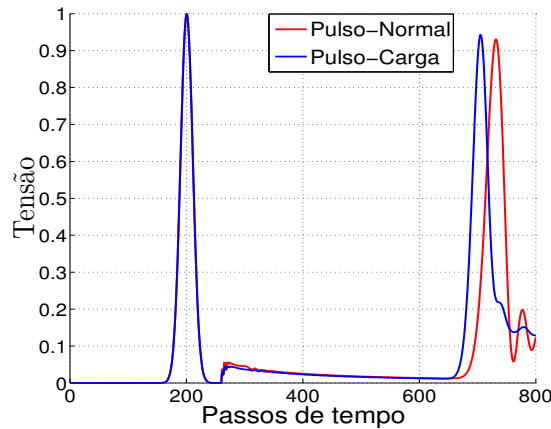


Figura 4.27: Fonte *Hard* excitando o dipolo V $\Delta = 2\Delta c$, $\Delta c = 0,1 \text{ cm}$ com o modelo sub-celular das cargas nas quinas em comparação com o modelo padrão.

4.5 Considerações Finais

A correção do modelo do fio fino através da adição das cargas nas quinas foi validado no dipolo V com diversas variações de parâmetros. O modelo das cargas nas quinas apresenta a correção do tempo de propagação da onda eletromagnética nas hastes do dipolo V por meio

do aumento da velocidade da mesma. Os resultados apresentados nas Figuras 4.11 a 4.17 em que, as hastes em escada do dipolo V apresentam quatro células por degrau, demonstram que o modelo corrige a velocidade da onda eletromagnética que se propaga no FDTD, fazendo que ela seja igual em uma haste em escada real. Na Figura 4.25, em que, as hastes do dipolo V estão modeladas com uma célula por degrau, o modelo faz com que o tempo de propagação da onda eletromagnética seja o mesmo de um dipolo V com as hastes inclinadas sem o efeito escada. Assim, é possível simular antenas de fio curvos na malha do FDTD sem o efeito escada da malha FDTD.

Conclusões

Este trabalho apresentou um modelo para corrigir os problemas ao simular fios inclinados na malha do FDTD. O modelo foi desenvolvido utilizando a teoria eletromagnética para tratar o problemas do acúmulo de carga originado por fluxo de corrente que não é previsto pelos modelos sub-celulares convencionais. Para a efetividade deste modelo foram aplicadas outras melhorias como as projeções dos campos eletromagnéticos para corrigir a sua posição na célula do FDTD e a modelagem da carga que acumula sobre o fim do fio de raio efetivo. A partir dessas junções de melhorias foi possível corrigir o deslocamento em frequência da impedância das antenas simuladas.

O modelo das projeções dos campos eletromagnéticos e a modelagem da carga no fim do fio apresentam um ótimo resultado para as antenas de fios retos. Estes modelos foram aplicados primeiramente em um dipolo e validado com o MoM. Posteriormente, foi analisado e estudado para ser aplicado no dipolo V.

A fonte de excitação mais utilizada em antenas de fios no FDTD é a *Hard*. Sabendo que ela pode apresentar imprecisão devido a grande oscilação de corrente no *gap* da antena, buscou-se uma solução para este problema. A fonte RVS tem por característica absorver os campos eletromagnéticos reverberantes e diminuir consideravelmente as oscilações de corrente. Dessa forma, esta fonte foi estudada e analisada para implementá-la nas antenas de fios. As fontes foram comparadas através da absorção da corrente no *gap* e a fonte RVS demonstrou um resultado superior.

O modelo sub-celular das cargas nas quinas foi aplicado em antenas dipolo V com diferentes alturas, raios e discretizações para garantir a validação. O modelo foi comparado com o MoM e apresentou uma resposta considerável da característica principal da antena (impedância) mesmo com uma baixa discretização.

O grande desafio deste trabalho foi a compreensão física sobre o acúmulo das cargas nas antenas no FDTD e compreender que os modelos sub-celulares não tratavam deste problema através da análise e estudo das teorias e equações. Posteriormente, a dúvida era sobre como

seria possível adicionar esse acúmulo de carga em um modelo já existente.

5.0.1 Proposta de Continuidade

No capítulo da altura efetiva provou-se que ao alterar o tamanho da haste da antena após a correção das cargas nas quinas é possível emular um fio inclinado sem o efeito escada. Como proposta de continuidade sugere que faça essa correção para vários parâmetros diferentes como altura, raio, discretização e outros. Tal abordagem permitiria a obtenção de uma relação de correção e o desenvolvimento de uma equação geral para um coeficiente em função desses parâmetros. Logo, esse coeficiente poderia ser aplicado em qualquer antena de fio inclinado ao informar as suas características físicas. Uma outra proposta é a extensão das equações dos modelos sub-celulares das cargas nas quinas para superfícies planas de revestimentos de antenas impressas e também para *thin – slots*.

Referências Bibliográficas

- [1] G. J. Burke. Numerical electromagnetics code (nec) - method of moments. *Lawrence Livermore Laboratory*.
- [2] Allen Taflove and Susan C. Hagness. Computational electrodynamics the finite-difference time-domain method. *ARTECH HOUSE*.
- [3] F. Edelvik. A new technique for accurate and stable modeling of arbitrarily oriented thin wires in the fdtd method. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*.
- [4] R. Holland and L. Simpson. Finite-difference analysis of emp coupling to thin struts and wires. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 23:88–97, May 1981.
- [5] J. Juntunen R. Mäkinen and M. Kivikoski. An improved thin-wire model for fdtd. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 50:1245–1255, May 2002.
- [6] Allen Taflove Melinda Piket-May and John Baron. Fd-td modeling of digital signal propagation in 3-d circuits with passive and active loads. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Technique*, 42:1514–1523, August 1994.
- [7] e B. Beker K. R. Umashankar, A. Taflove. Calculation and experimental validation of induced currents on coupled wires in an arbitrary shaped cavity. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*.
- [8] C. Guiffaut and A. Reineix. Cartesian shift thin wire formalism in the fdtd method with multiwire junctions. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 58:2658–2665, August 2010.
- [9] B. Beker F. Harfoush A. Taflove, K. Umashankar and K. Yee. Detailed fdtd analysis of electromagnetic fields penetrating narrow slots and lapped join in thick conducting screens. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 36:247–257, Feb 1988.

- [10] M. Okoniewski M. Douglas and M. A. Stuchly. Accurate modeling of thin-wire antennas in the fdtd method. *Microwave and Optical Technology Letters*, 51:216–265, October 1999.
- [11] Ian J. Craddock and Chris J. Railton. A new technique for the stable incorporation of static field solutions in the fdtd method for the analysis of thin wires and narrow strips. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*.
- [12] Constantine A. Balanis. Advanced engineering electromagnetics. *ARTECH HOUSE*, 2012.
- [13] K. S. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell?s equations in isotropic media. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*.
- [14] Karls. Kunz and Raymond J. Luebbers. The finite difference time domain method for electromagnetics. *CRC PRESS*, 1993.
- [15] Jaakko S. Juntunen. Note on the s11 parameter and input impedance extraction in antenna simulation using fdtd. *Microwave and Optical Technology*.
- [16] S. Watanabe and M. Taki. An improved fdtd model for the feeding gap of a thin-wire antenna. *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, 8:152–154, April 1998.
- [17] Jean-Pierre Berenger. A perfectly match layer for absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computation Physics*.
- [18] James G. Maloney Thomas P. Montoya and Glenn S. Smith. Modeling staircased wires using the fdtd method. *IEEE*.
- [19] Richard C. Dorf and Robert H. Bishop. Sistemas de controle moderno. *LTC*.